

Übersicht

Diese Übungsklausur und die dazugehörige Lösungsskizze dient Ihrer Klausurvorbereitung. Versuchen Sie die Klausur innerhalb von 60 Minuten zu lösen!

Erlaubte Hilfsmittel sind Stifte, Lineale & Geodreiecke, Taschenrechner (auch grafikfähige, aber keine internetfähigen), sowie gedruckte und handgeschriebene Unterlagen (d.h. Skript, Mathebücher, selbst erstellte Formelsammlung).

Korrigieren Sie anschließend ihre Antworten mithilfe der Lösungsskizze. Mit 25 Punkten haben Sie bestanden!

Mengen	Analysis I	Analysis II	Investition	Tilgung	Gesamt
von 5	von 15	von 10	von 15	von 5	von 50

Aufgaben

50 Punkte

Aufgabe 1 Mengenlehre

5 Punkte

a) Berechnen Sie die folgenden Mengen:

$$\{1,2,3\} \setminus (\{2,3,4\} \setminus \{3,4,5\})$$

$$\{1,2,5\} \cup (\{4,6,8\} \setminus \{1,2,3,4\})$$

$$\{2,4,6\} \setminus (\{1,2,3\} \cap \{1,4,7\})$$

b) Nennen Sie eine Menge M die folgende Aussage erfüllt:

$$\{1,2,3\} \setminus M = \{1,2,3\}$$

c) Nennen Sie eine Menge die eine Teilmenge, aber keine echte Teilmenge von $N = \{2,4,7\}$ ist!

Aufgabe 2 Analysis I

15 Punkte

a) Geben Sie den Definitions- und Wertebereich der folgenden Funktion an. Berechnen Sie anschließend ihre Nullstellen, d.h. alle Werte für welche die Gleichung $f(x)=0$ gilt. Geben Sie abschließend die Grenzwerte für x gegen minus und plus unendlich an!

$$f(x) = x^2 - x + 0.25$$

b) Geben Sie den Definitions- und Wertebereich der folgenden Funktion an. Berechnen Sie alle Extremstellen und Wendepunkte und unterscheiden Sie bei den Extrema in lokal und global. Argumentieren Sie bei letzterem mit Grenzwerten!

$$g(x) = 4x^3 - 3x^2$$

c) Geben Sie den Grenzwert für x gegen minus und plus unendlich an!

$$h(x) = \frac{3x^2 + x}{8x^2 - 8x}$$

Aufgabe 3 Analysis II**10 Punkte**

a) Berechne alle partiellen Ableitung der folgenden Funktionen

$$f(x,y,z) = 3x^2y - \sqrt{z^2x}$$

$$g(x,y) = \ln(xy^2) + x \ln(x)$$

b) Stelle die Lagrangefunktion und die notwendigen Bedingungen für folgendes Optimierungsproblem auf. Das Gleichungssystem das dabei entsteht müssen Sie NICHT lösen.

$$\max h(x,y) = 5x + 2xy$$

$$\text{s.t. } 4x + 8y \leq 100$$

Aufgabe 4 Zins- & Investitionsrechnung**15 Punkte**

a) Sie zeichnen eine Anleihe über 10.000€ mit 8 Jahren Laufzeit und 3% jährlichem Couponzins zum Nennwert. Berechnen Sie das Endkapital. Wie hoch müsste der Couponzins sein, damit das Endkapital 15.000€ erreicht?

b) Sie legen 20.000€ für 2 Jahre als Festgeld an und erhalten quartalsweise 0.5% Zinsen. Berechnen Sie das Endkapital! Wie hoch müsste eine jährliche Verzinsung sein, damit sie dasselbe Endkapital erhalten?

c) Eine Stiftung steht vor der Wahl zwischen einer Einmalzahlung von 1 Mio € und einer ewigen Rente von 25.000€ pro Jahr. Wie hoch müsste der Zins sein, damit beide Optionen gleich attraktiv sind?

d) Sie zahlen 10 Jahre lang vorschüssig 2500€ pro Jahr in einen Bausparvertrag mit 1.5% Guthabenzins ein. Berechnen Sie das Endkapital! Begründen Sie kurz (ohne Rechnung) ob Sie bei nachschüssiger Einzahlung ein höheres, gleiches oder niedrigeres Endkapital hätten.

e) Sie kaufen für 60€ eine Call-Option für eine Tonne Raps mit einem Strike von 420€. Sie üben die Option bei einem Spotpreis von 440€ aus. Wie hoch ist ihr Gewinn/Verlust? Wie hoch müsste der Rapspreis (Spot) sein, damit Sie genau null auf null heraus kommen?

Aufgabe 5 Tilgungsrechnung**5 Punkte**

a) Sie nehmen ein 20 jähriges Darlehn mit 1.2% jährlichem Sollzins über 250.000€ auf. Wie hoch sind Ihre Zinskosten, wenn das Darlehn endfällig getilgt wird?

b) Wie hoch wären die Zinskosten und die monatliche Tilgung, wenn Sie stattdessen einen Ratenkredit mit monatlichen Raten nehmen würden? Nehmen Sie bei ihren Rechnungen einen monatliche Zins von 0.1% an.