



Tutorium Generale

Mikroökonomik I + II



Vorwort

Dieser Foliensatz wird durch das Zentrum für angewandte Ökonomik (ZAÖ) der DHBW Ravensburg bereitgestellt.

Autoren: Prof. Dr. Daniel Blochinger
Illustration: Prof. Dr. Daniel Blochinger
Stand: 21. August 2025
Lizenz: [CC BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Weitere Lehr- und Lernmaterialien finden Sie auf unserer [Webseite](#).

Fehler gefunden? E-Mail an blochinger@dhbw-ravensburg.de!

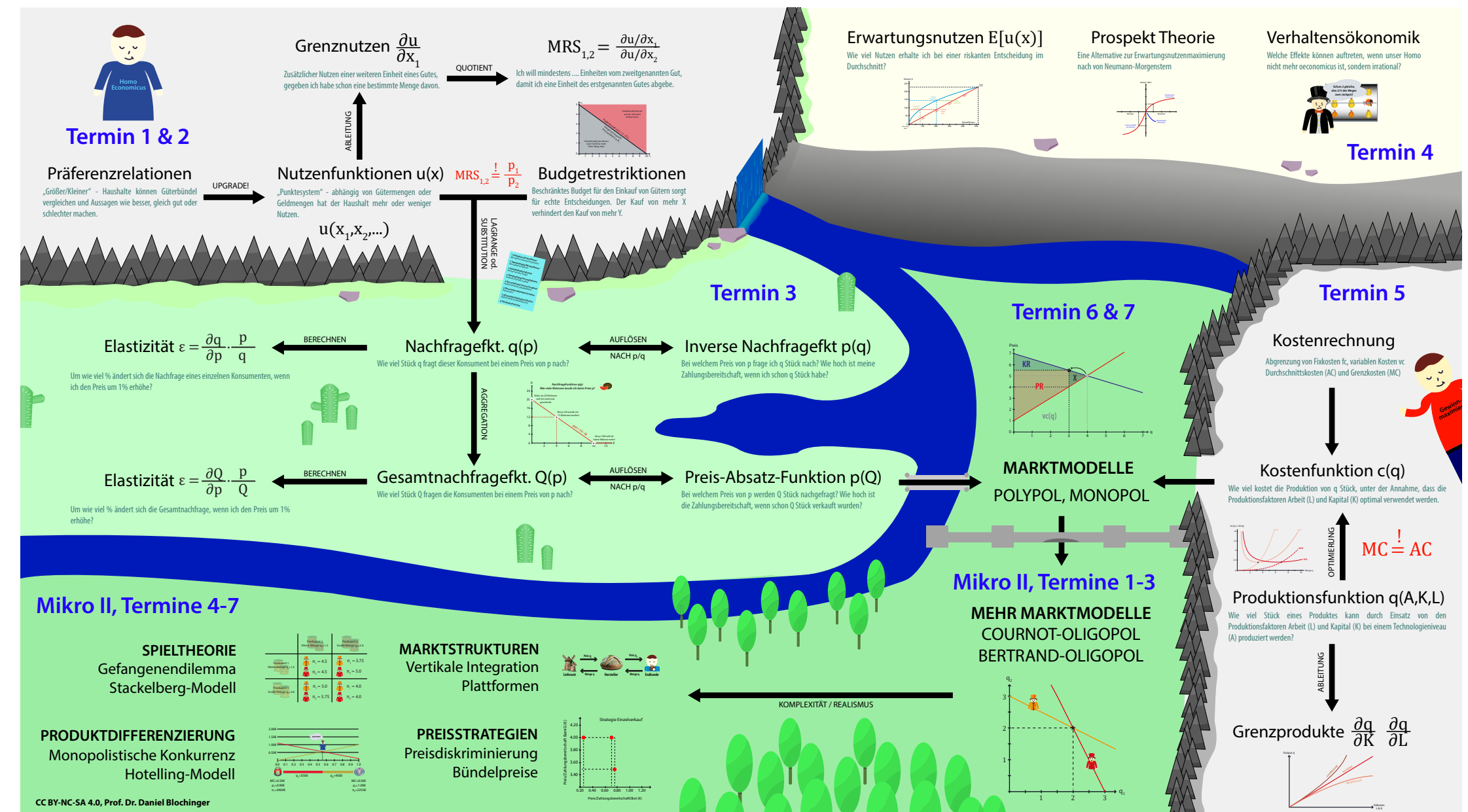


Vorwort

Dieses Tutorium ist auf die Themen und Fragen der Kurse MKE24B, MKE24C und WIN224 ausgerichtet.

Die Reihenfolge folgt der Karte der Mikroökonomik:

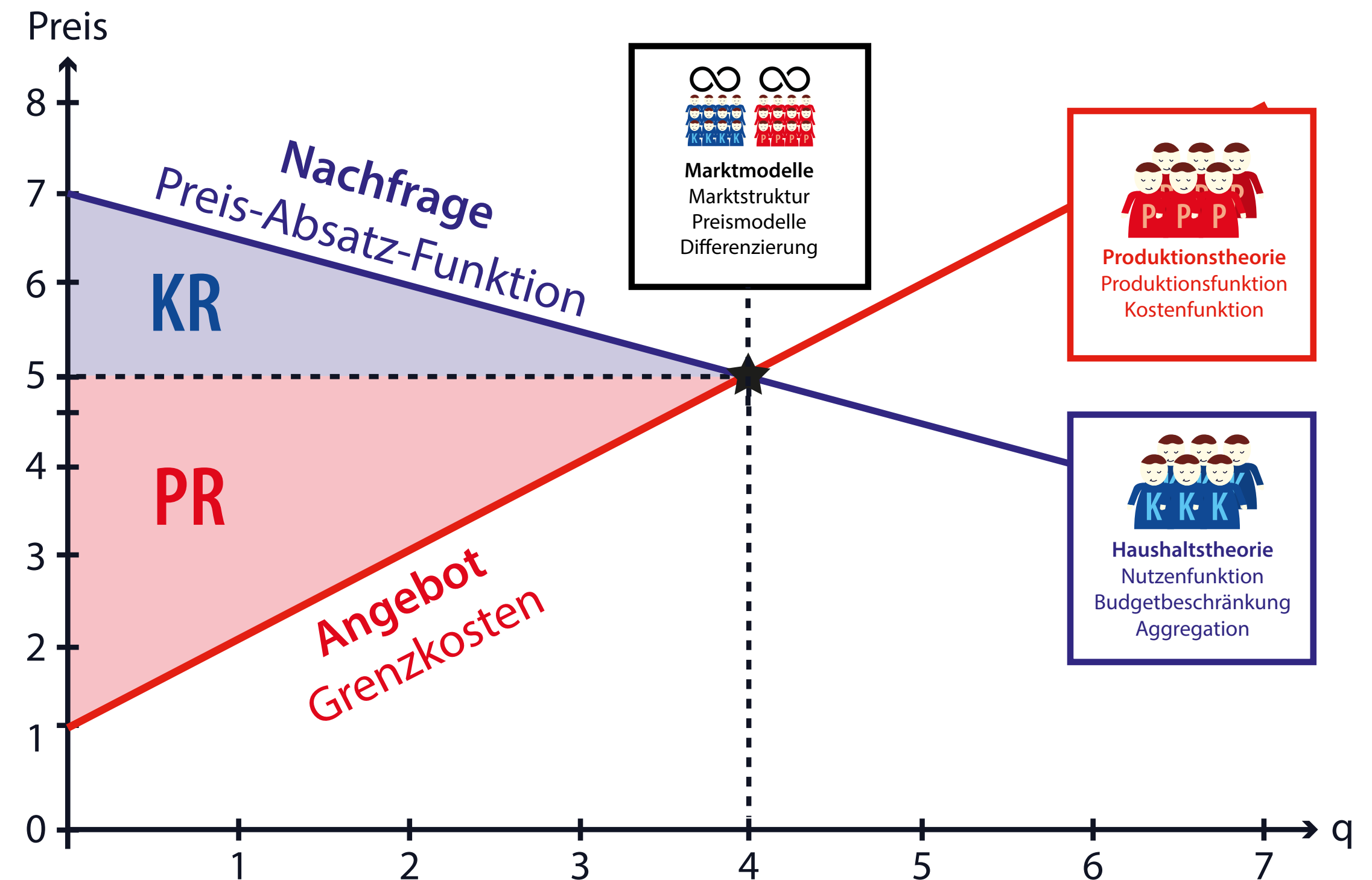
- Haushaltstheorie
- Produktionstheorie
- Vollkommener Wettbewerb & Monopol
- Fortgeschrittene Modelle



Vorwort

Zuerst verstehen wir das Verhalten von Anbietern und Nachfragen auf dem Gütermarkt.

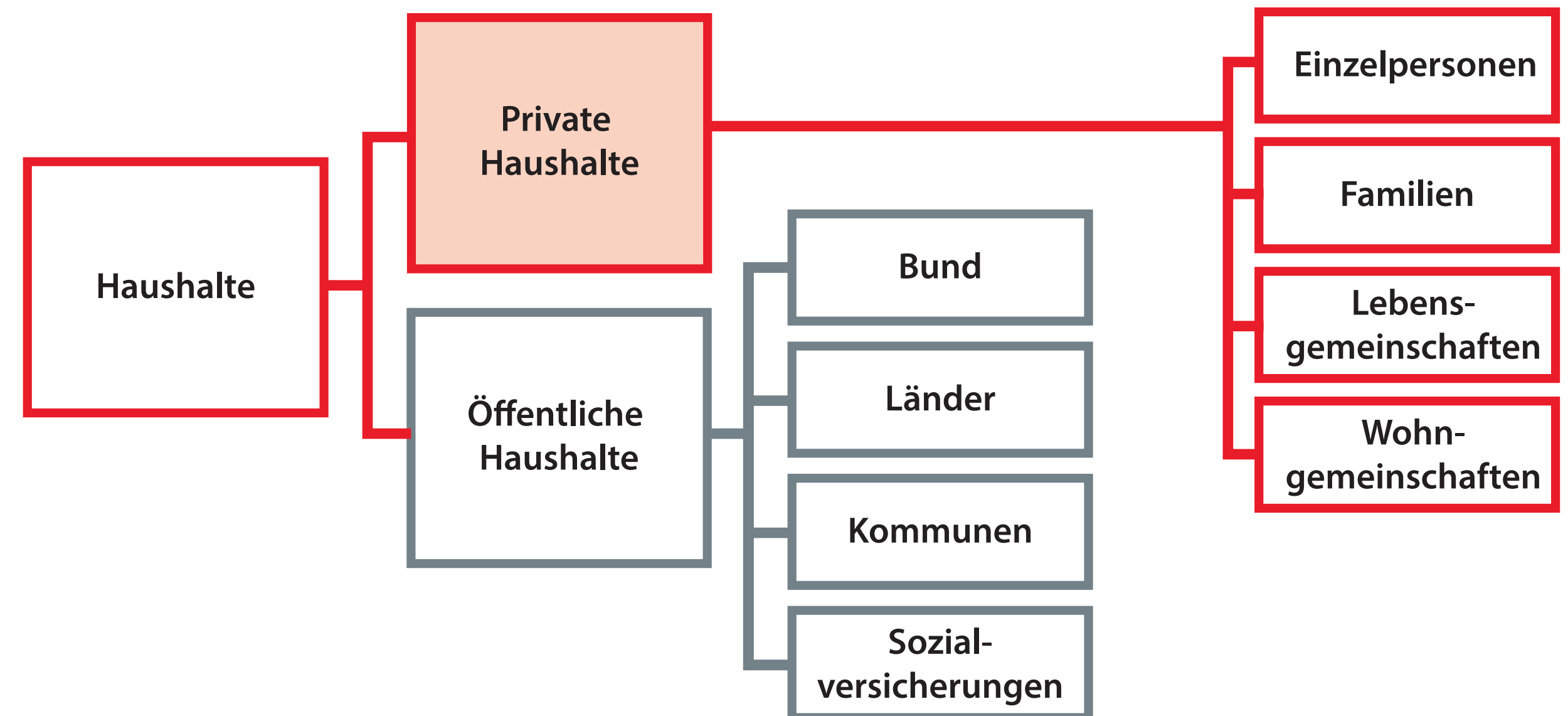
Erst danach befassen wir uns mit Marktmodellen, in denen Anbieter und Nachfrager aufeinandertreffen!



Haushaltstheorie

Haushalte sind eine Einzelperson oder eine Gemeinschaft an Personen, die zusammen wirtschaftliche Entscheidungen treffen und auf dem Gütermarkt als Nachfrager auftreten.

Im Folgenden verwenden wir den Begriff **Konsument**, der sich auf private Haushalte beliebiger Größe bezieht.

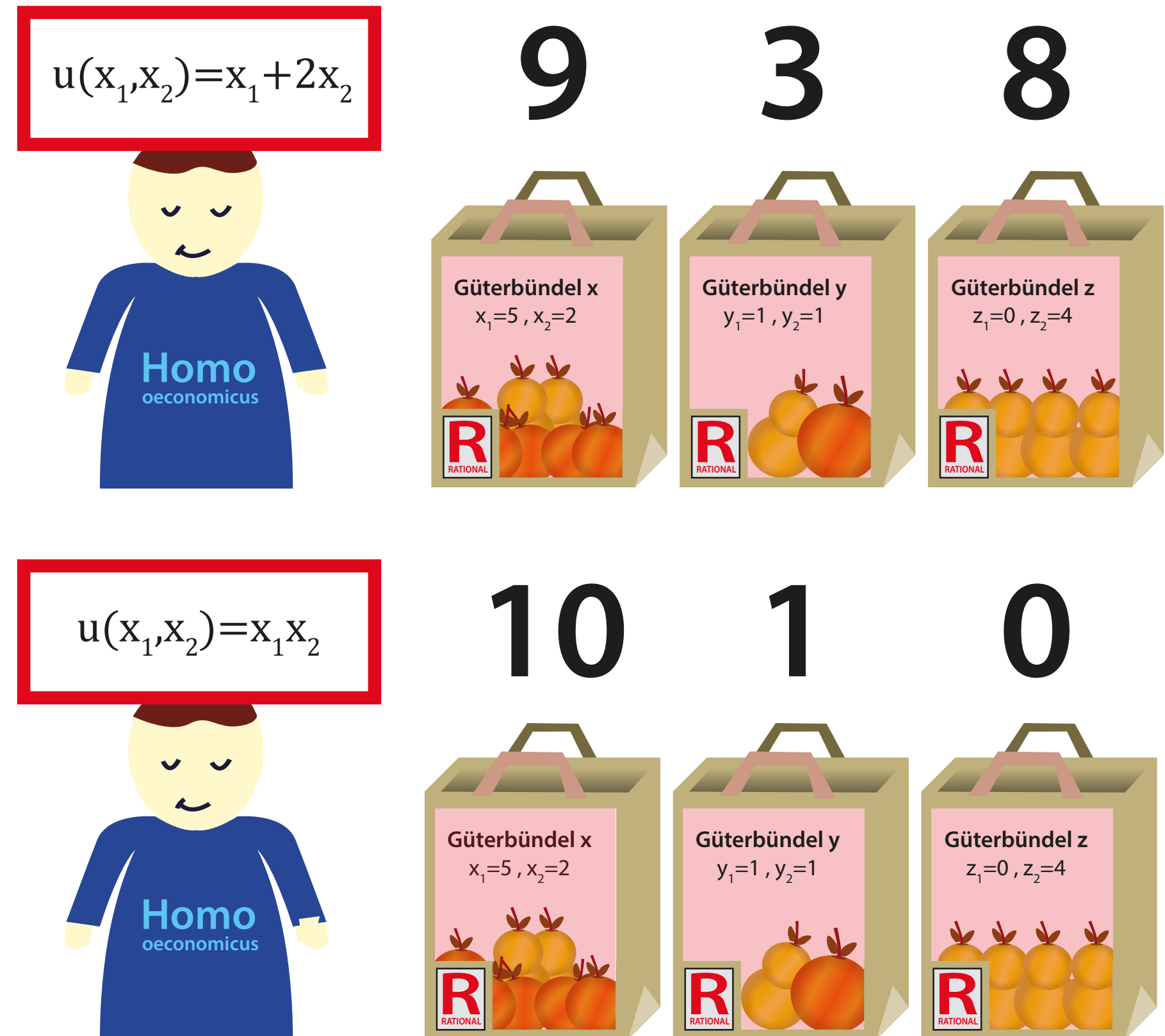


Nutzenfunktionen

Wir leiten das Kaufverhalten der Konsumenten aus deren Nutzenfunktion her.

Die Nutzenfunktion gibt an, wie zufrieden der Konsument ist. Es gibt keine feste Skala, aber es gilt je höher, desto besser.

Der Konsument maximiert seinen Nutzen gegeben seinem zur Verfügung stehenden Budget. Wie muss ich mein Geld ausgeben, damit u so hoch wie möglich wird?



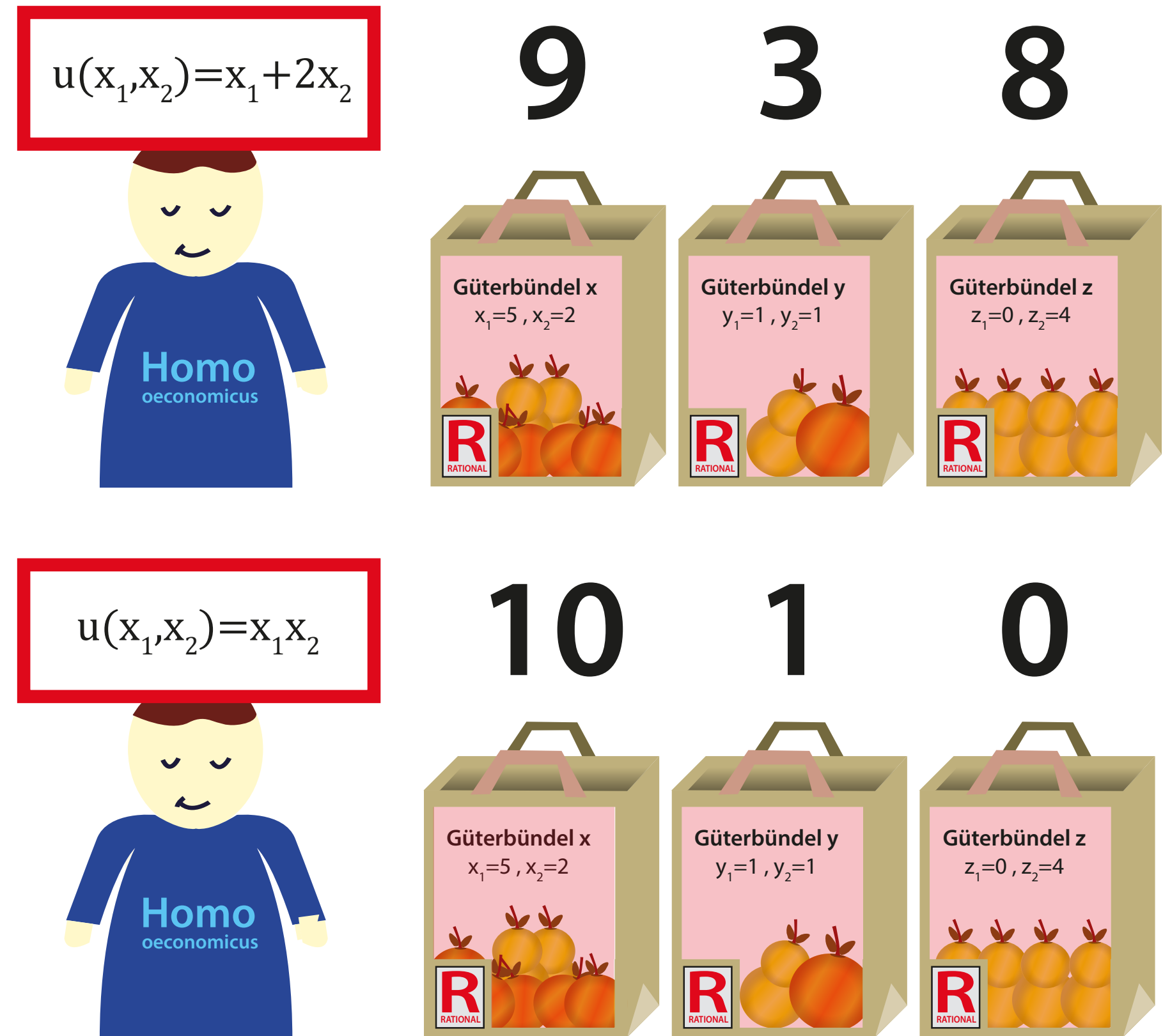
Nutzenfunktionen

Das Nutzenniveau eines **Güterbündels** (anschaulich Einkauf verschiedener Produkte) erhalten wir durch Einsetzen der Gütermengen.

$$u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$$

$$u(5, 2) = 5 \cdot 2 = 10$$

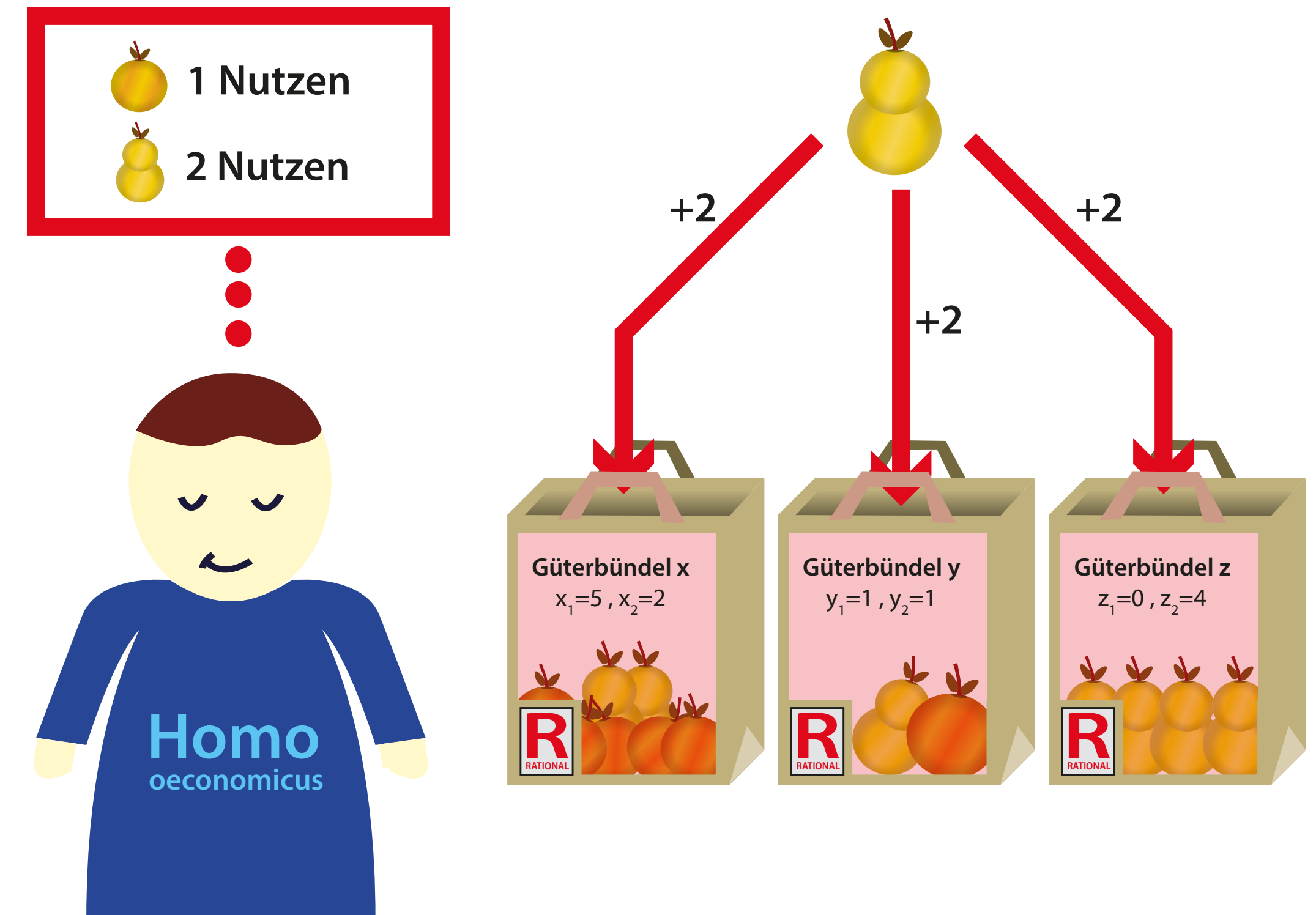
$$u(3, 4) = 3 \cdot 4 = 12$$



Grenznutzen

Über die **partiellen Ableitungen** der Nutzenfunktion nach x_1 bzw. x_2 erhalten wir den **Grenznutzen** der beiden Güter.

Der Grenznutzen ist die Steigung der Nutzenfunktion in der jeweiligen Gütermenge. Wie viel mehr Nutzen bringt mir eine zusätzliche Einheit dieses Gutes, wenn ich bereits x_1 Äpfel und x_2 Birnen habe?

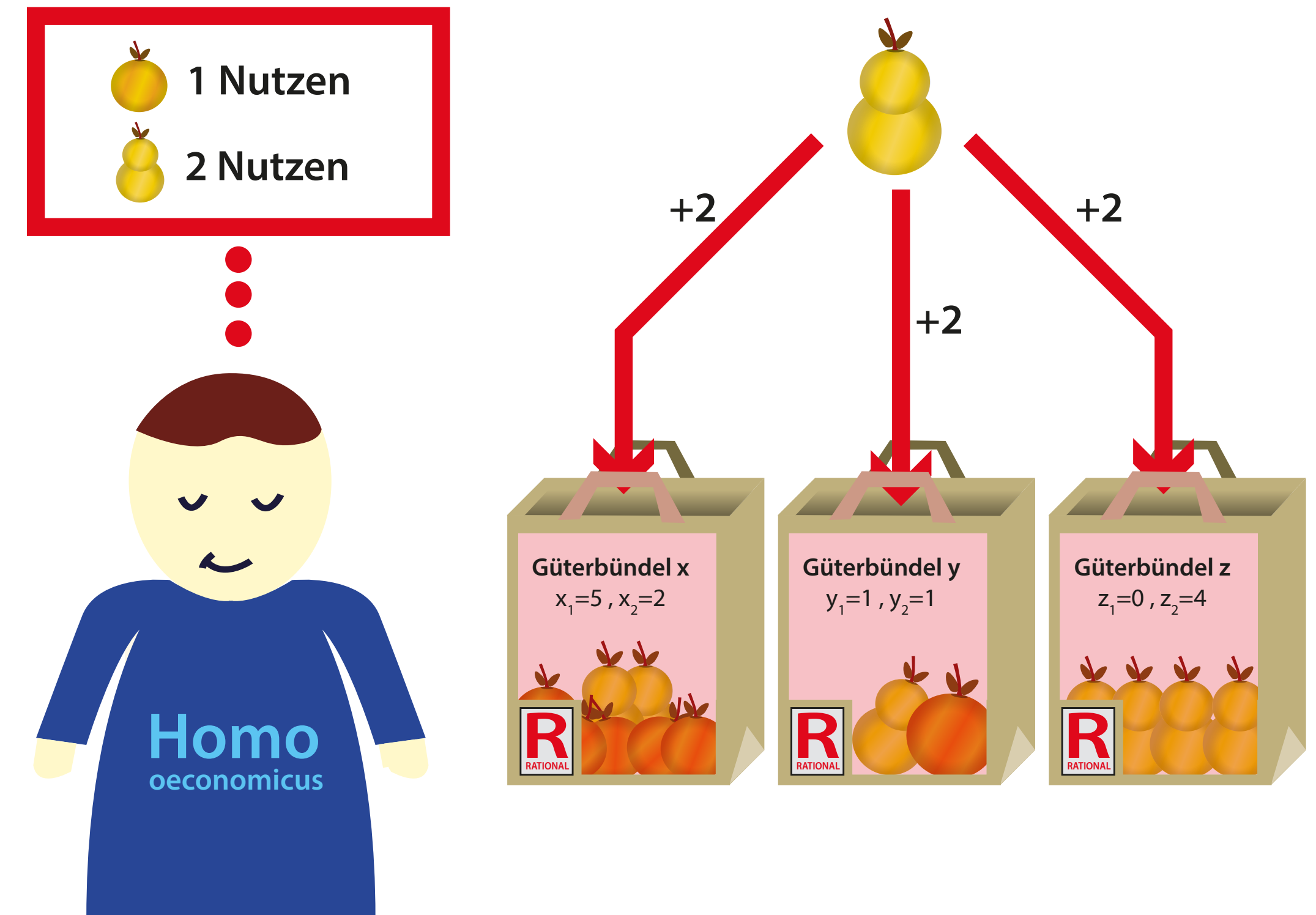


Grenznutzen

In dem Beispiel mit der linearen Nutzenfunktion ist der Grenznutzen konstant.

$$u(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$$
$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = 1 \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} = 2$$

Egal wie viel Obst ich bereits habe, gibt mir ein zusätzlicher Apfel immer 1 Nutzen und eine zusätzliche Birne immer zwei Nutzen.



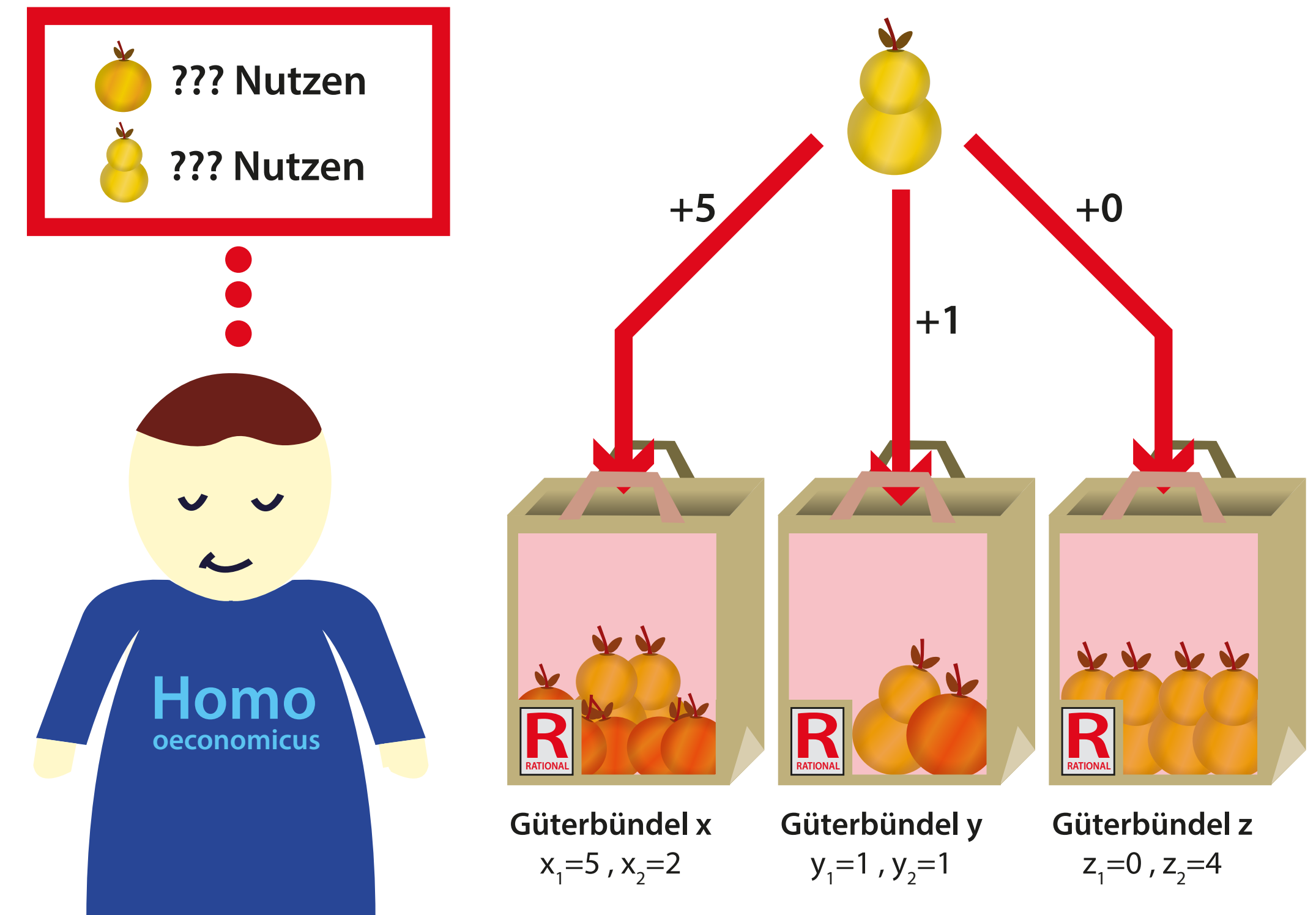
Grenznutzen

In dem Beispiel mit der Cobb-Douglas-Nutzenfunktion ist der Grenznutzen von der anderen Obstmenge abhängig.

$$u(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1$$

Ein zusätzlicher Apfel kann viel oder wenig Nutzen bringen, je nachdem wie viel Birnen ich habe.



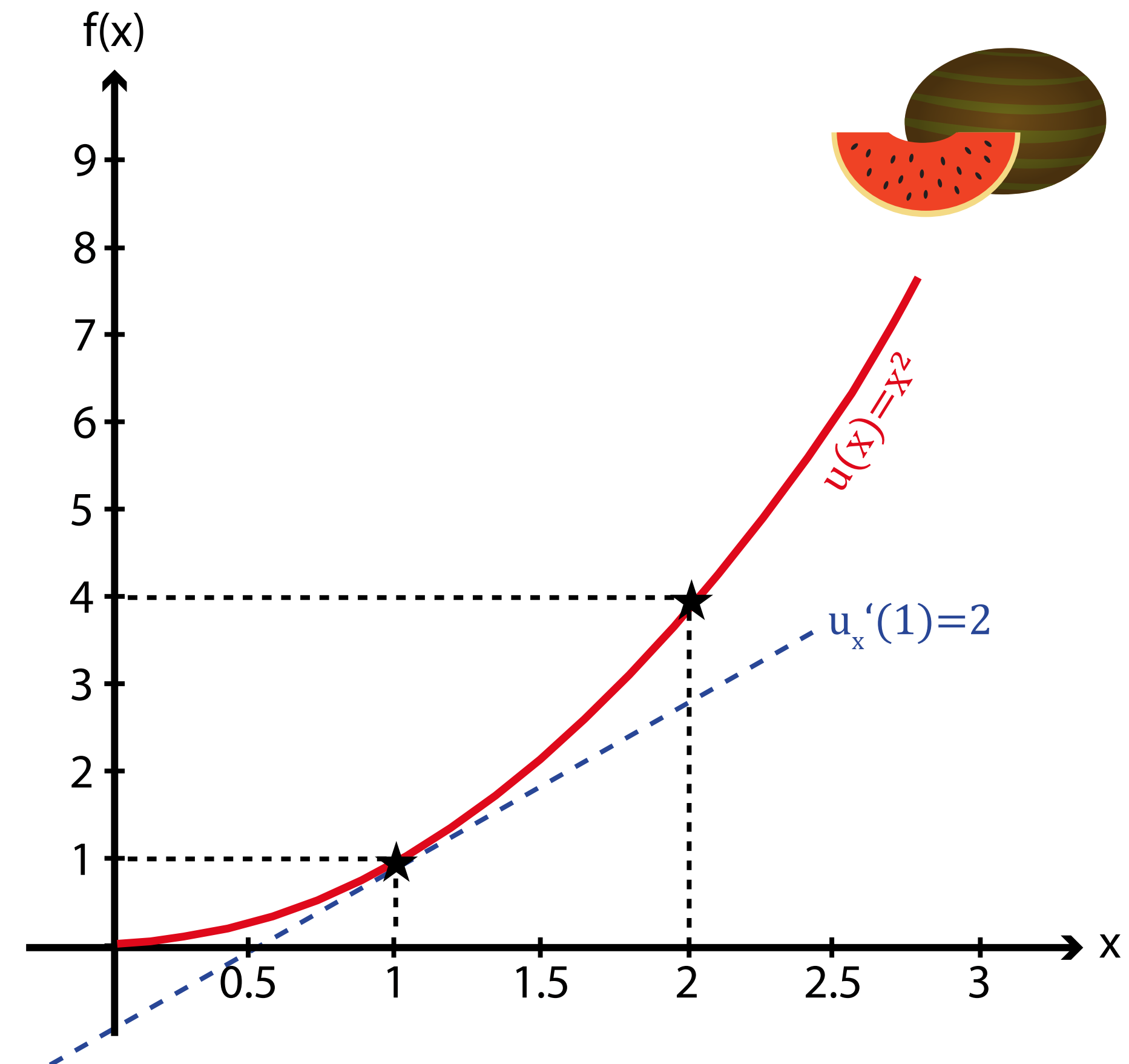
Grenznutzen

Wichtig! Der Grenznutzen gilt in infinitesimaler Betrachtung. Betrachten wir dazu die Nutzenfunktion:

$$u(x) = x^2 \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 2x$$

Der Grenznutzen bei einer Melone beträgt 2.

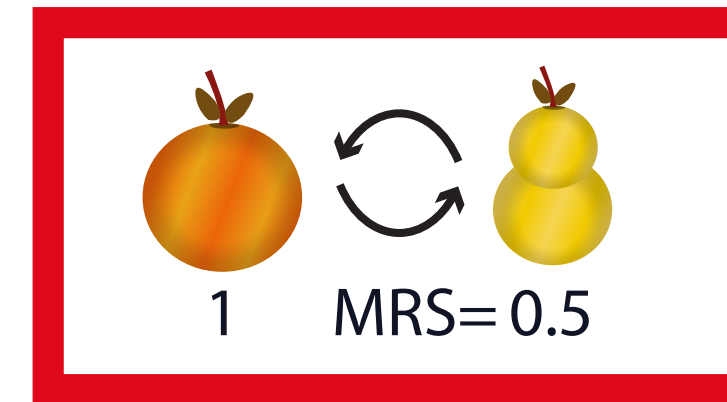
Der Nutzenunterschied zwischen 1 und 2 Melonen ist jedoch 3, da sich der Grenznutzen zwischen den Punkten 1 und 2 weiter erhöht.



Grenznutzen & MRS

Aus dem Verhältnis der Grenznutzenwerte erhalten wir die **Marginale Rate der Substitution (MRS/GRS)**.

$$MRS_{1,2} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}}$$



Akzeptiere Tauschgeschäfte im Verhältnis von 2 Apfel gegen 1 Birne oder besser.

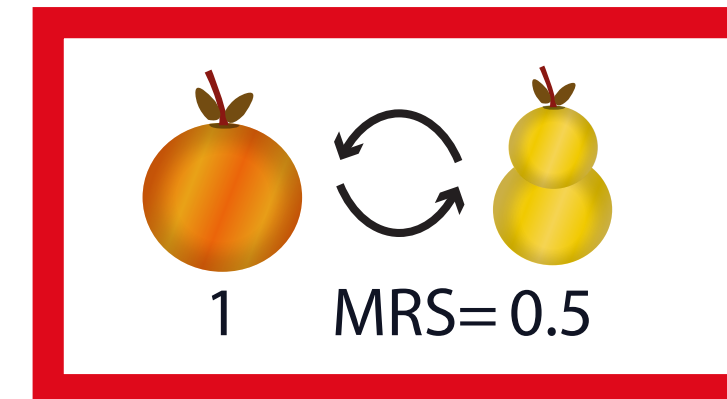


Grenznutzen & MRS

Diese gibt das minimale Tauschverhältnis an, zu dem ich bereit wäre die im Subskript genannten Güter zu tauschen.

Damit ich eine Einheit von Gut 1 abgebe, möchte ich mindestens $MRS_{1,2}$ Einheiten von Gut 2 haben!

$$MRS_{1,2} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}}$$



Akzeptiere Tauschgeschäfte im Verhältnis von 2 Apfel gegen 1 Birne oder besser.

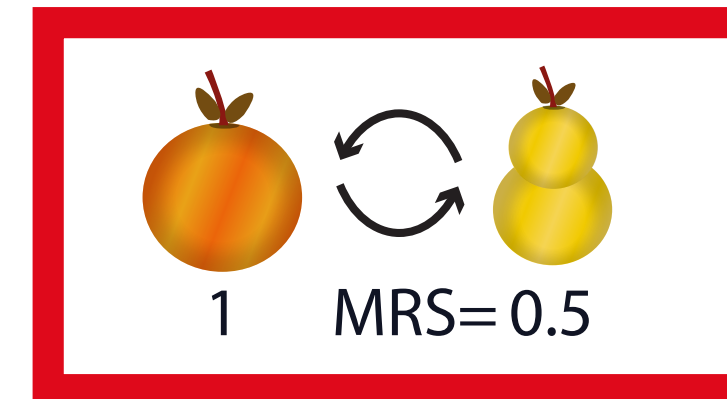


Grenznutzen & MRS

Bei der linearen Nutzenfunktion erhalten wir eine feste Zahl für die MRS. Egal wie viel Obst der Haushalt bereits hat, möchte er für einen Apfel immer mindestens 0.5 Birnen haben!

$$u(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$$

$$MRS_{1,2} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = \frac{1}{2} = 0.5$$



Akzeptiere Tauschgeschäfte im Verhältnis von 2 Apfel gegen 1 Birne oder besser.

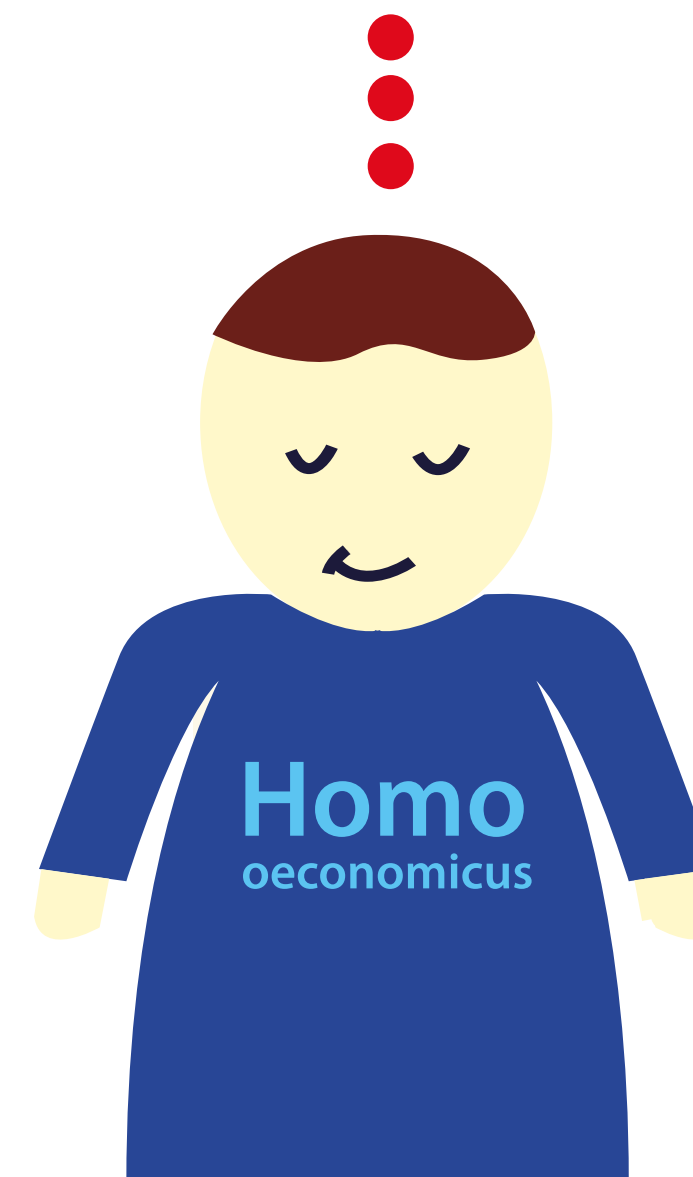
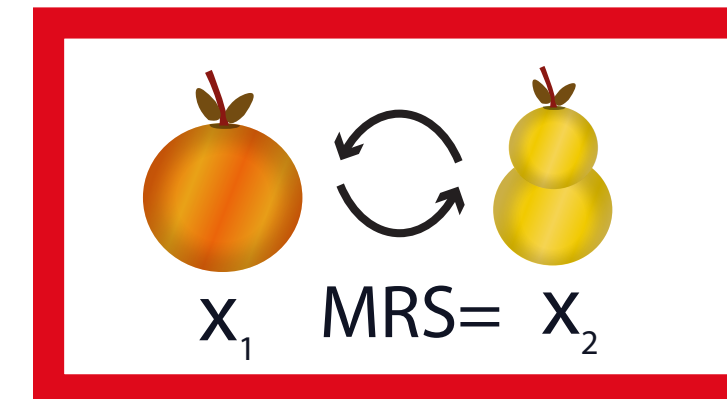


Grenznutzen & MRS

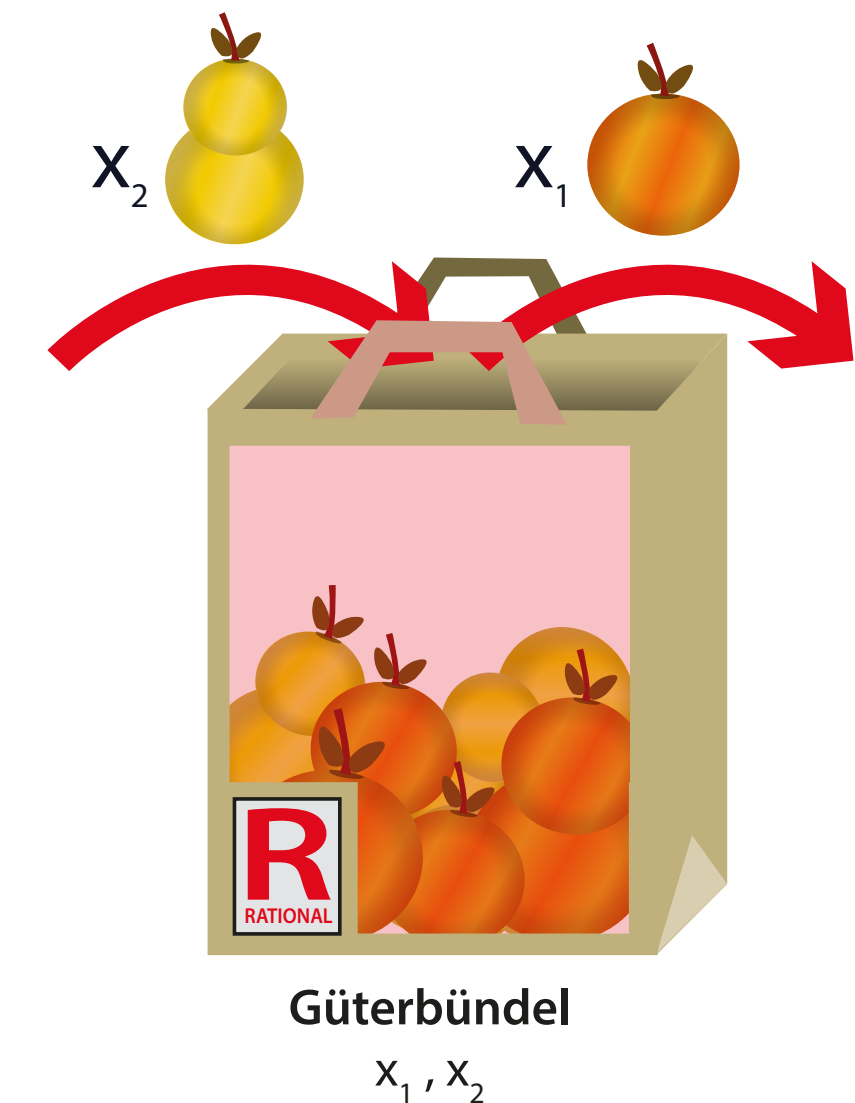
Bei der Cobb-Douglas-Nutzenfunktion ist die Situation komplizierter. Je weniger Äpfel und mehr Birnen der Haushalt bereits hat, umso wertvoller sind ihm seine Äpfel.

$$u(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

$$MRS_{1,2} = \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = \frac{x_2}{x_1}$$



Akzeptiere Tauschgeschäfte im Verhältnis von x_1 Apfel gegen x_2 Birne oder besser.



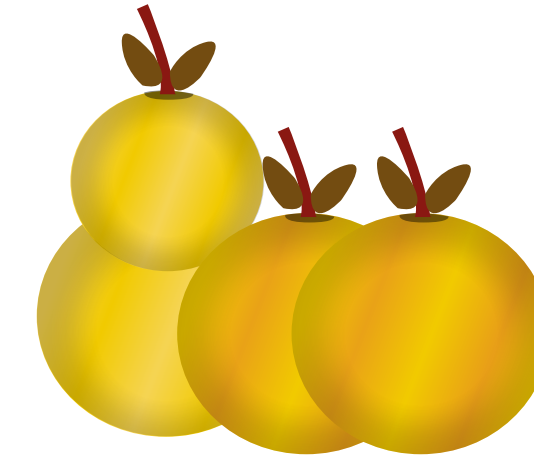
Grenznutzen & MRS

Die Beispiele rechts zeigen, wie die Gütermengen das Tauschverhalten des Haushalts deutlich beeinflussen.

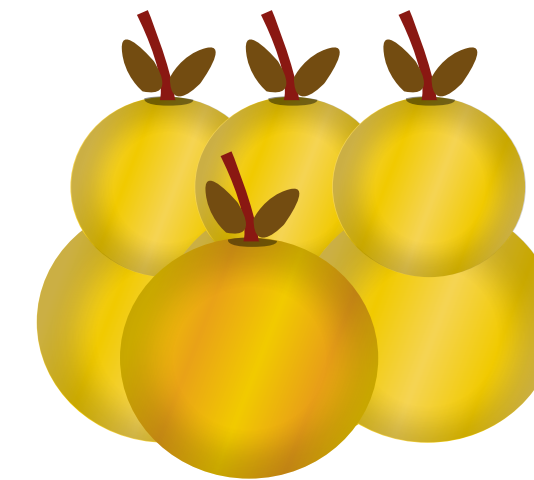
$$MRS_{1,2} = \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = \frac{x_2}{x_1}$$

Wir können das Tauschverhältnis übrigens auch in die Gegenrichtung 1 Birne gegen ??? Äpfel formulieren!

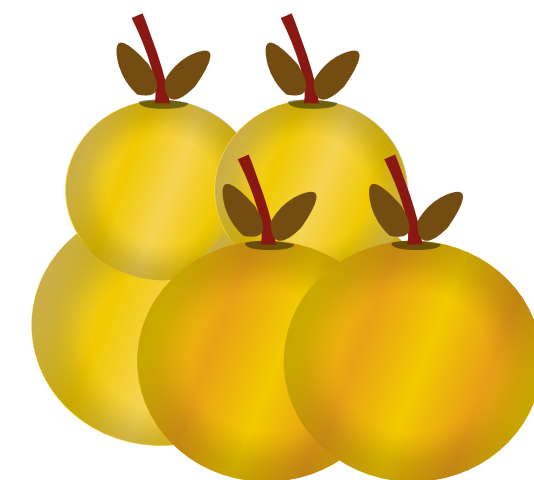
$$MRS_{2,1} = \frac{1}{MRS_{1,2}}$$



Haushalt möchte mindestens
1/2 Birnen für 1 Apfel.



Haushalt möchte mindestens
3 Birnen für 1 Apfel.



Haushalt möchte mindestens
1 Birne für 1 Apfel.



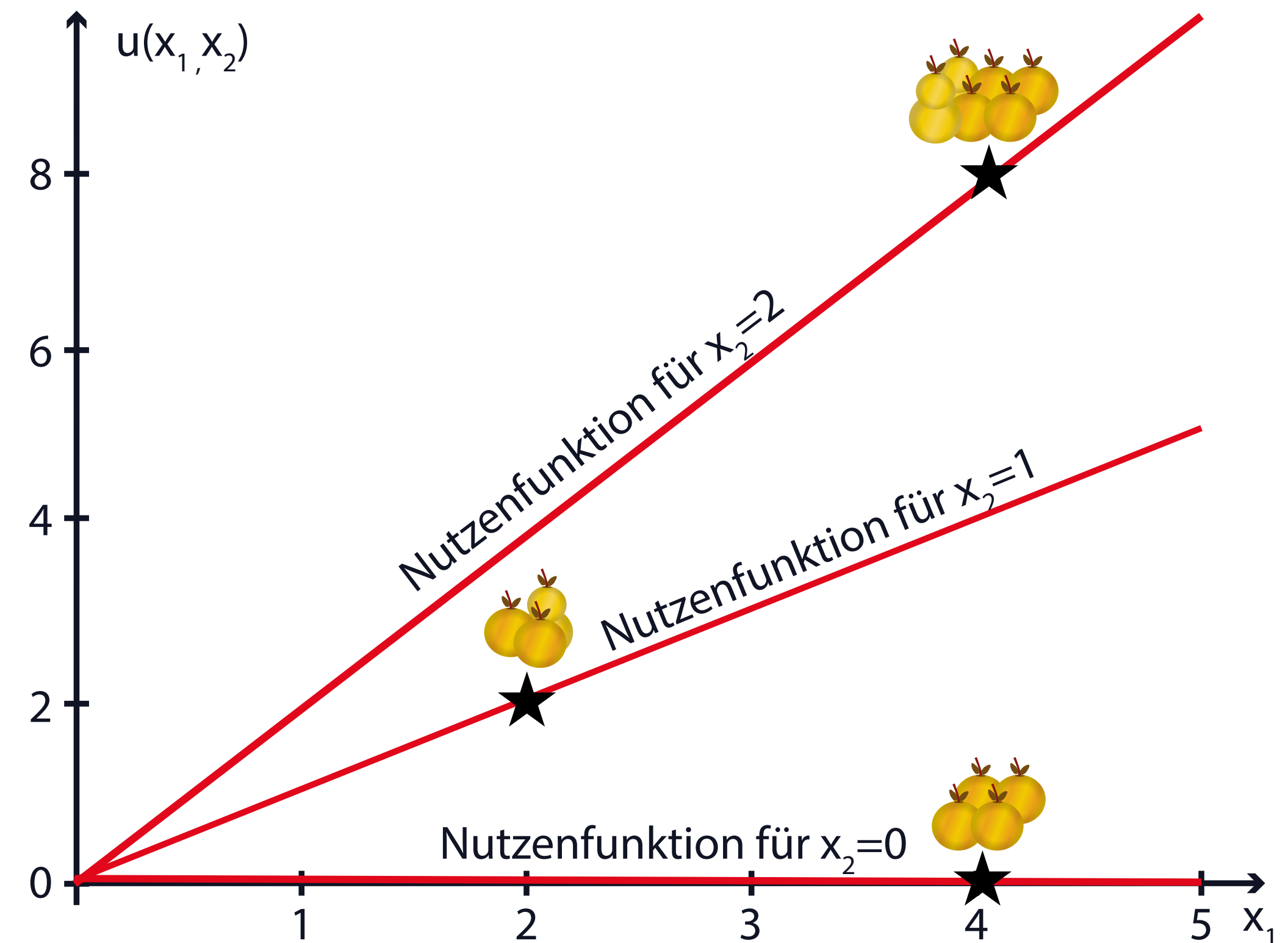
Visualisierung

Nutzenfunktionen sind oft von zwei oder noch mehr Variablen abhängig. Eine besondere Herausforderung was Vorstellungsvermögen und Visualisierung angeht!

Eine Möglichkeit, die wir haben, ist, alle Gütermengen bis auf eine mit festen Werten zu belegen und nur eine der Gütermengen als Variable zu behandeln.

$$u(x_1, \overline{x}_2) = x_1 \cdot \overline{x}_2$$

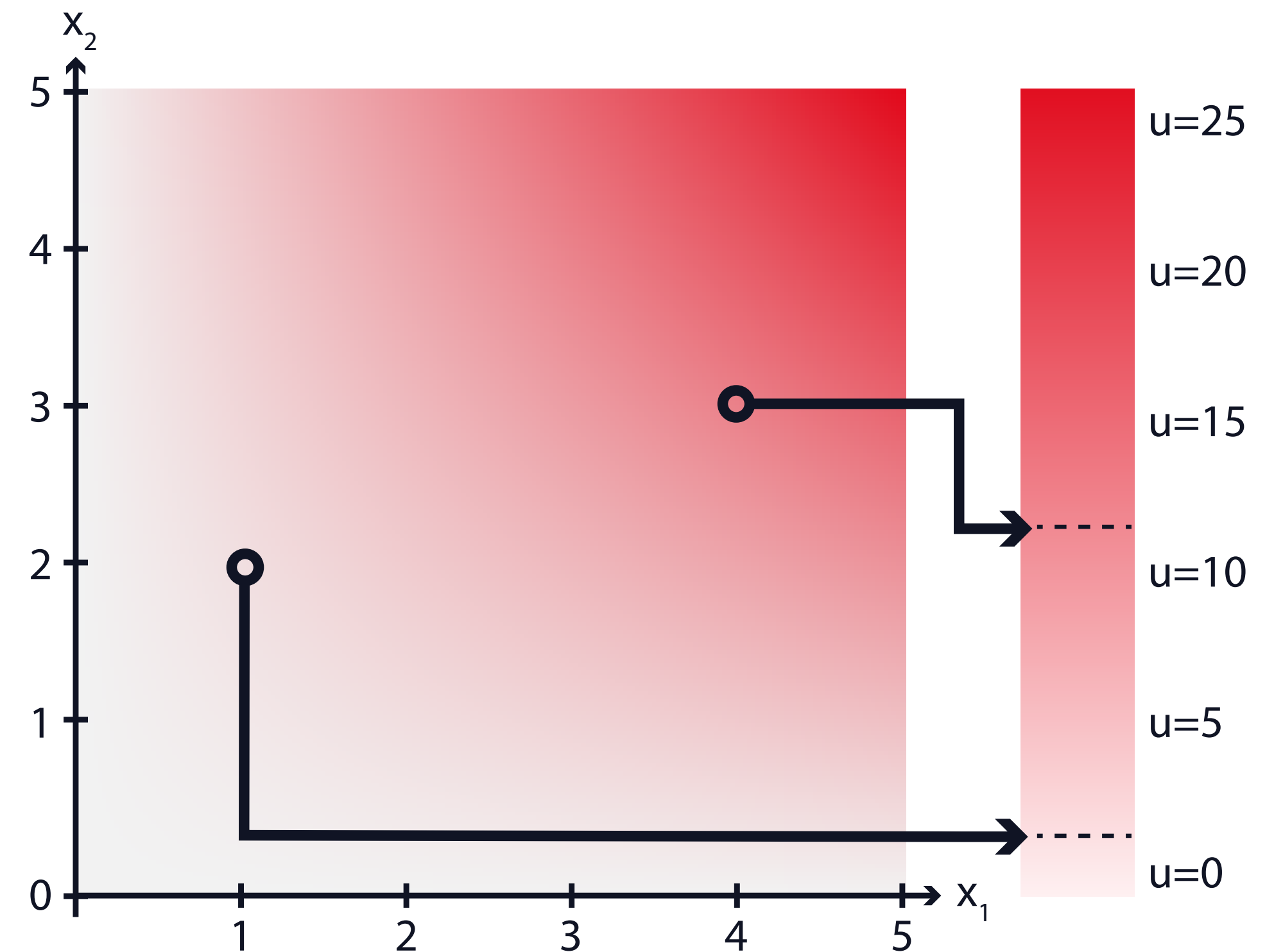
FIX



Visualisierung

Bei genau zwei Variablen sind außerdem Heatmaps mit Farbskala oder 3D-Plots („Nutzengebirge“) möglich.

Der Nachteil ist, dass diese nur schwer abzulesen sind und allenfalls einen schnellen Überblick über die grobe Form der Nutzenfunktion bieten.



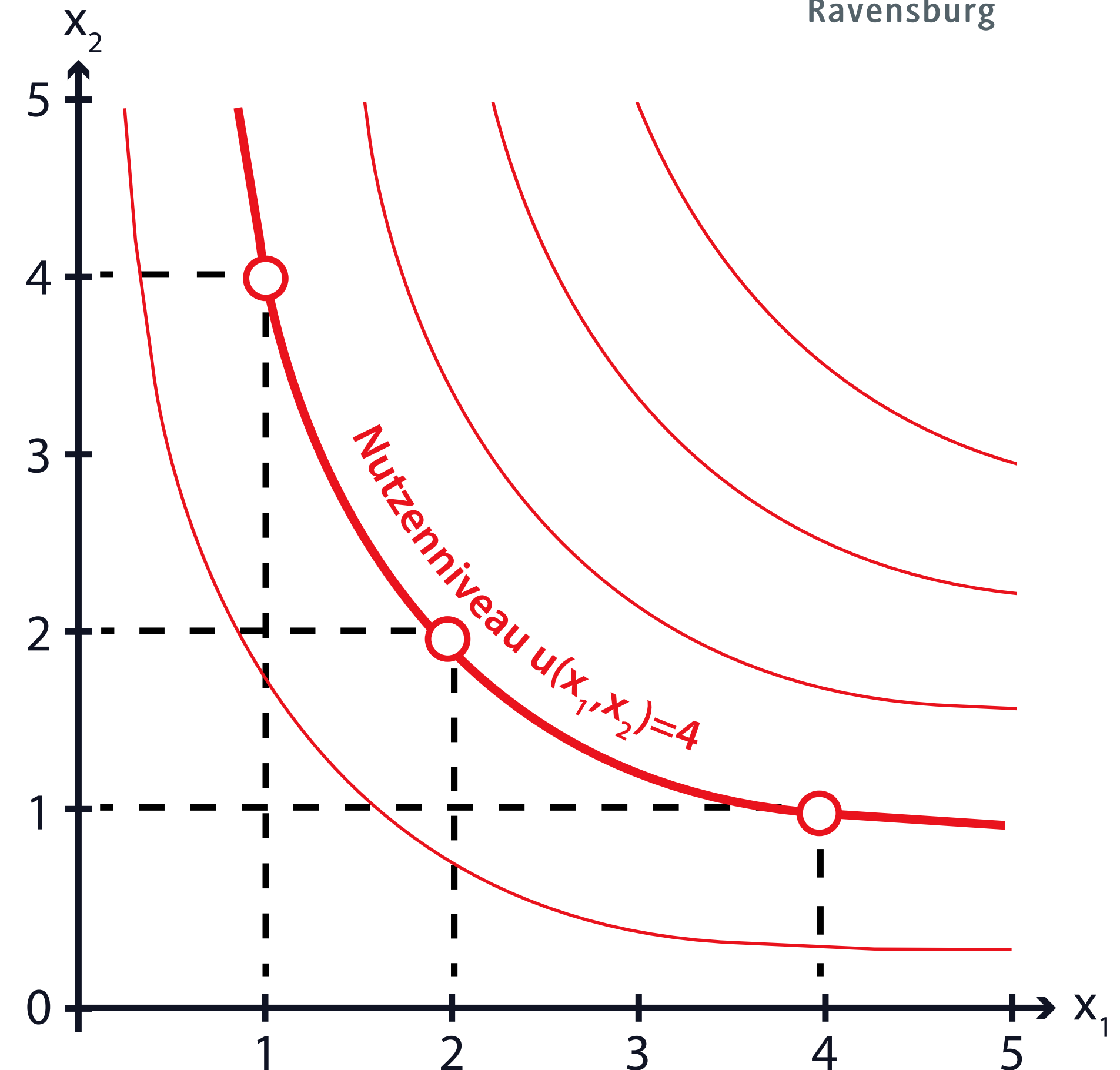
Indifferenzkurven

Die für uns entscheidende Visualisierung für Nutzenfunktionen mit genau zwei Variablen sind Isonutzenkurven bzw. Indifferenzkurven.

Diese Kurven zeigen alle Güterbündel, die dem Haushalt ein bestimmtes Nutzenniveau bieten.

Die dicke Kurve steht für beispielhaft das Nutzenniveau 4 der Nutzenfunktion $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$.

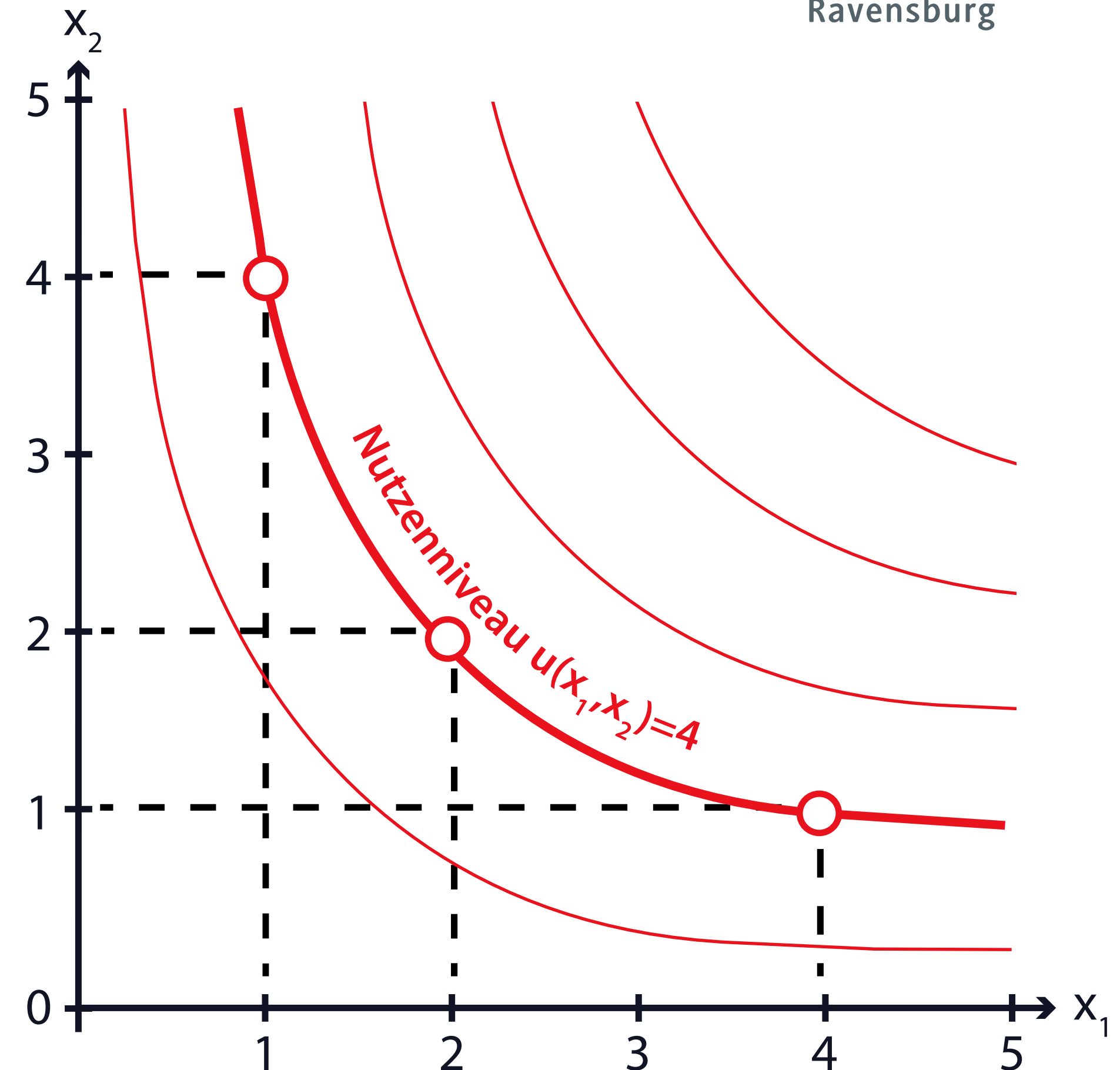
Die Kurven rechts oben davon stehen für höhere Nutzenniveaus, die Kurven links unten davon für niedrigere.



Indifferenzkurven

Hinter den Indifferenzkurven stehen mathematische Funktionen. Wir erhalten sie, indem wir die Nutzenfunktion mit einer Konstante gleichsetzen und nach x_2 auflösen.

$$u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 \stackrel{!}{=} k$$
$$\Leftrightarrow x_2 = \frac{k}{x_1}$$



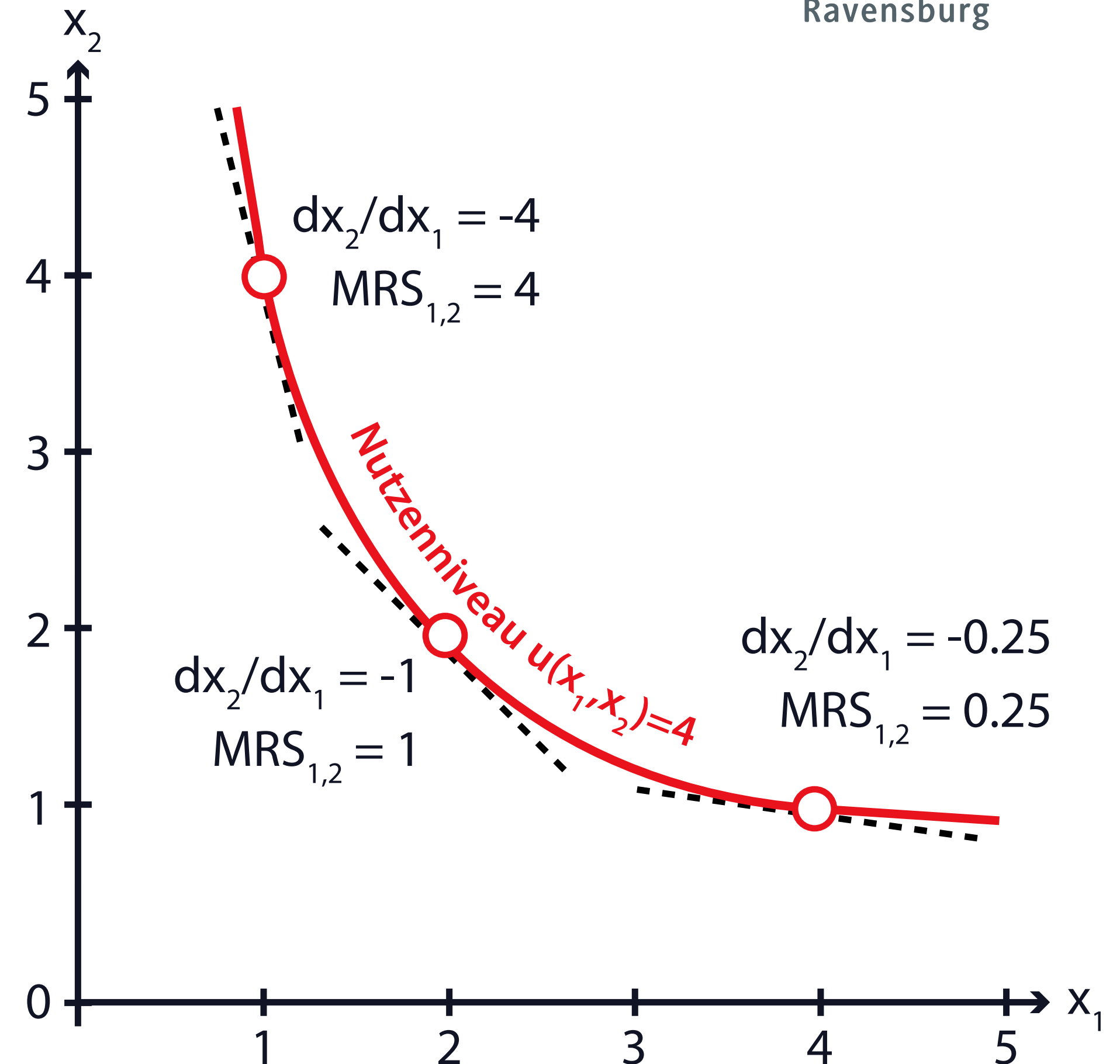
Indifferenzkurven

Die negative Steigung der Kurve entspricht der MRS.

Ist die Indifferenzkurve steil, reicht eine kleine Erhöhung von x_1 , damit wir trotz großem Verlust von x_2 immer noch das gleiche Nutzenniveau haben.

Für das erste Gut würden wir viel von Gut 2 hergeben.

Für eine Einheit des ersten Gutes wollen wir sehr viel vom zweiten Gut haben.



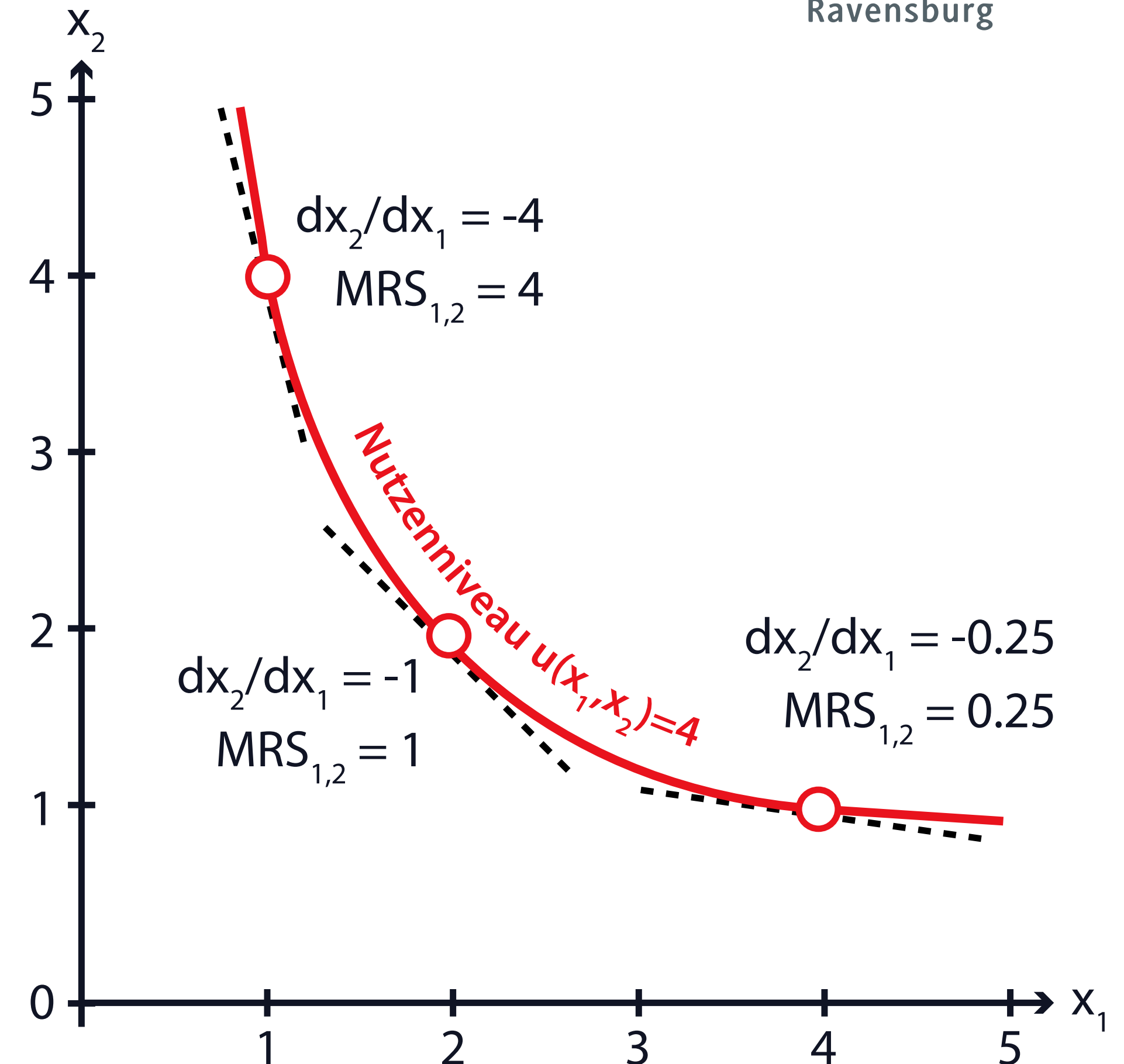
Indifferenzkurven

Die negative Steigung der Kurve entspricht der MRS.

Ist die Indifferenzkurve flach, benötigen wir eine große Erhöhung von x_1 , damit wir trotz einem Verlust von x_2 immer noch das gleiche Nutzenniveau haben.

Für das erste Gut würden wir wenig von Gut 2 hergeben.

Für eine Einheit des ersten Gutes wollen wir nur wenig vom zweiten Gut haben.



Budgetrestriktion

Wir betrachten einen Haushalt mit der Nutzenfunktion:

$$u(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

Wir suchen die Einkaufsmengen x_1 und x_2 mit denen er einen möglichst hohen Nutzen erreichen kann.

Da mehr immer besser ist, würde er momentan einfach den ganzen Supermarkt leerkaufen. Wir müssen das Optimierungsproblem durch eine Nebenbedingung einschränken!



Budgetrestriktion

Wir beschränken das Budget des Haushalts auf einen festen Betrag B. Auf dem Kassenzettel soll am Ende genau dieser Betrag stehen!

$$p_1x_1 + p_2x_2 = B$$

Ist die Summe größer, kann sich der Haushalt den Einkauf leider nicht leisten.

Ist die Summe kleiner, hätte der Haushalt mehr kaufen und mehr Nutzen erzielen können.



Budgetrestriktion

Solange der Einkauf nur aus zwei Gütern besteht, bedingt die eine Menge die andere.

Wenn ich von 10€ schon 6€ für Äpfel ausgegeben habe, bleiben mir nur noch 4€ für Birnen.

Mit dieser Logik können wir eine Funktion $x_2(x_1)$ herleiten. Wie viel von Gut 2 kann ich mir noch kaufen, wenn ich bereits x_1 von Gut 1 gekauft habe?



Budgetrestriktion

Beispiel mit einem Budget von 10€, $p_1=2\text{€}$ und $p_2=4\text{€}$.

$$p_1x_1 + p_2x_2 = B \quad | - p_1x_1$$

$$\Leftrightarrow p_2x_2 = B - p_1x_1 \quad | : p_2$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \frac{B - p_1x_1}{p_2} = \frac{10 - 2x_1}{4}$$

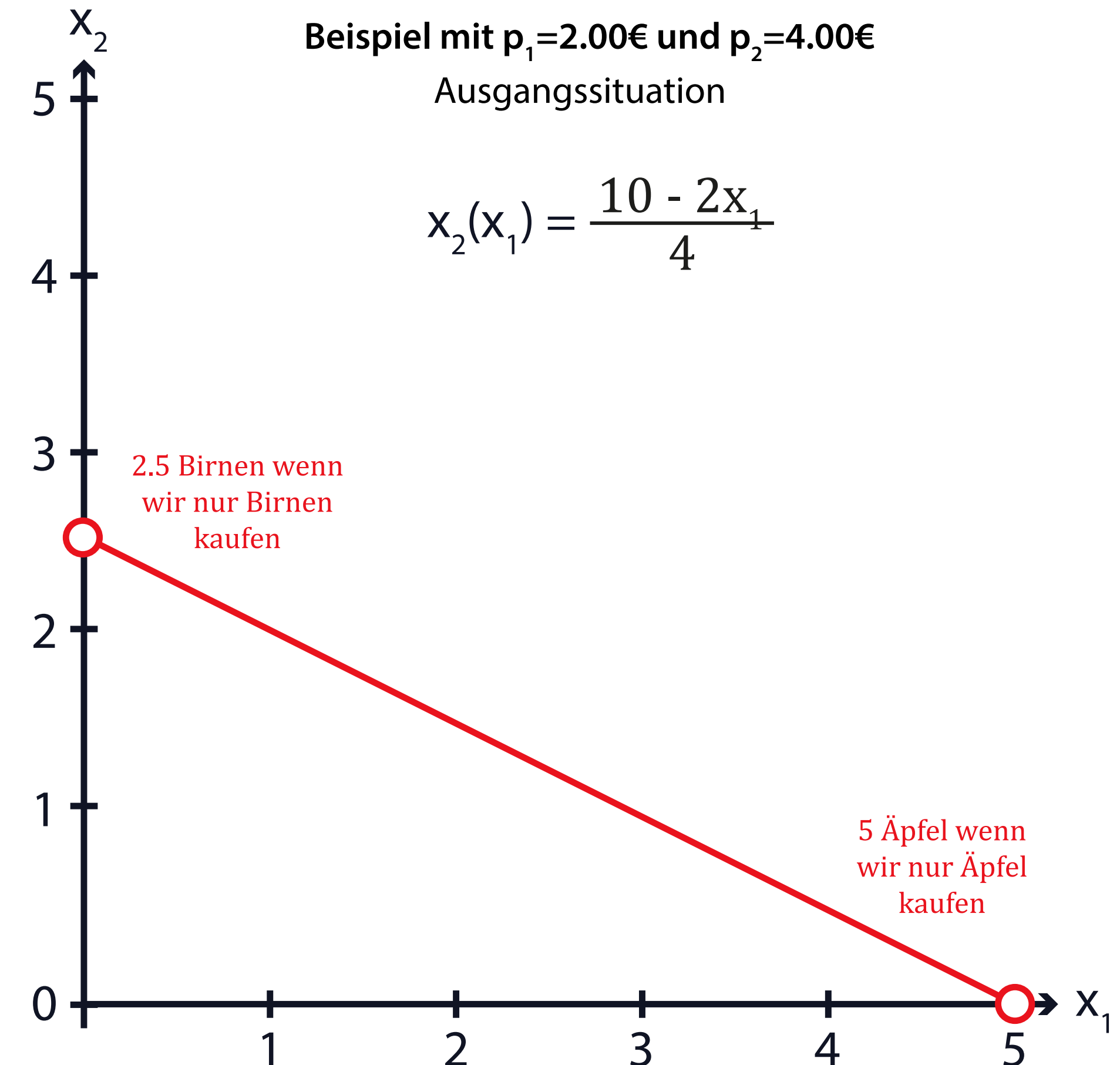


Budgetrestriktion

Die gefundene Funktion können wir in ein x_1 gegen x_2 Schaubild einzeichnen.

Die Kurve zeigt uns alle Güterbündel bei denen wir unser Budget vollständig verausgaben.

Die Güterbündel rechts oben davon können wir uns nicht leisten und bei den Güterbündeln links unten würde Budget übrig bleiben.

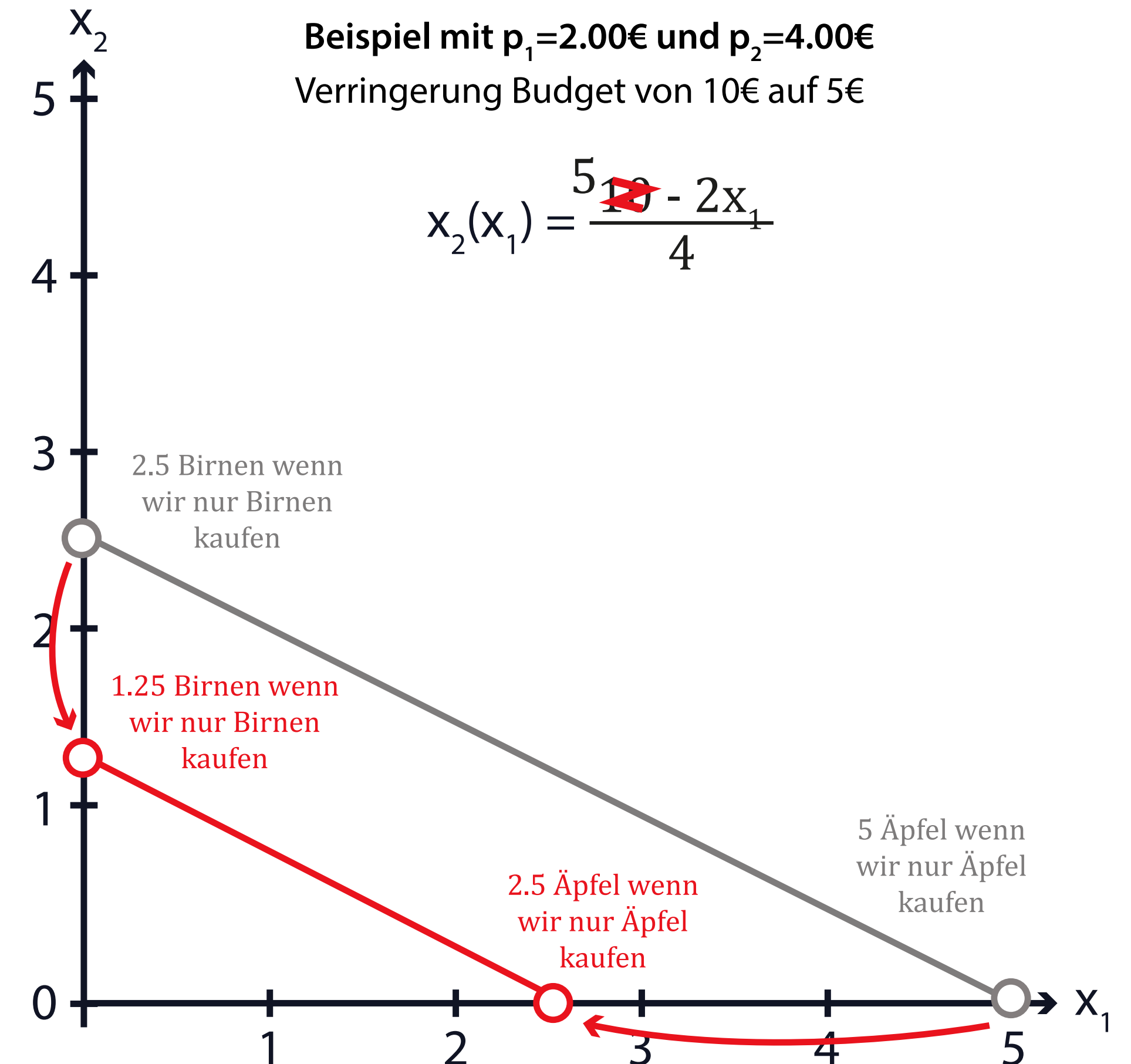


Budgetrestriktion

Eine Änderung des Budgets verschiebt die Budgetgerade, ohne ihre Steigung zu ändern.

Halbieren wir das Budget des Haushaltes auf 5€, verschiebt sich die Budgetgerade wie rechts gezeigt.

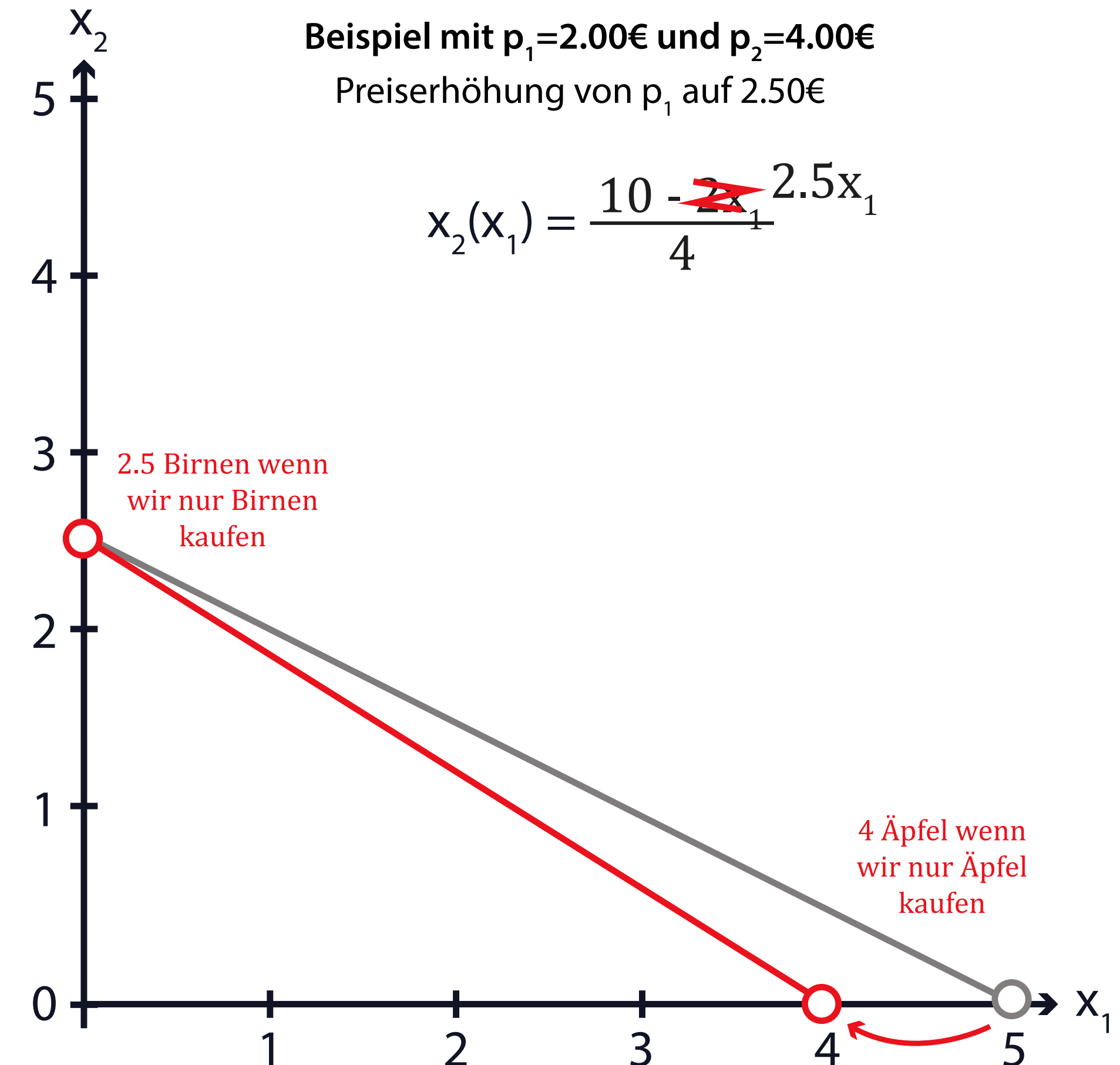
Würden wir das Budget stattdessen erhöhen, würde die Budgetgerade nach rechts oben wandern.



Budgetrestriktion

Eine Preisänderung von Gut 1 bewegt den Schnittpunkt mit der x_1 Achse.

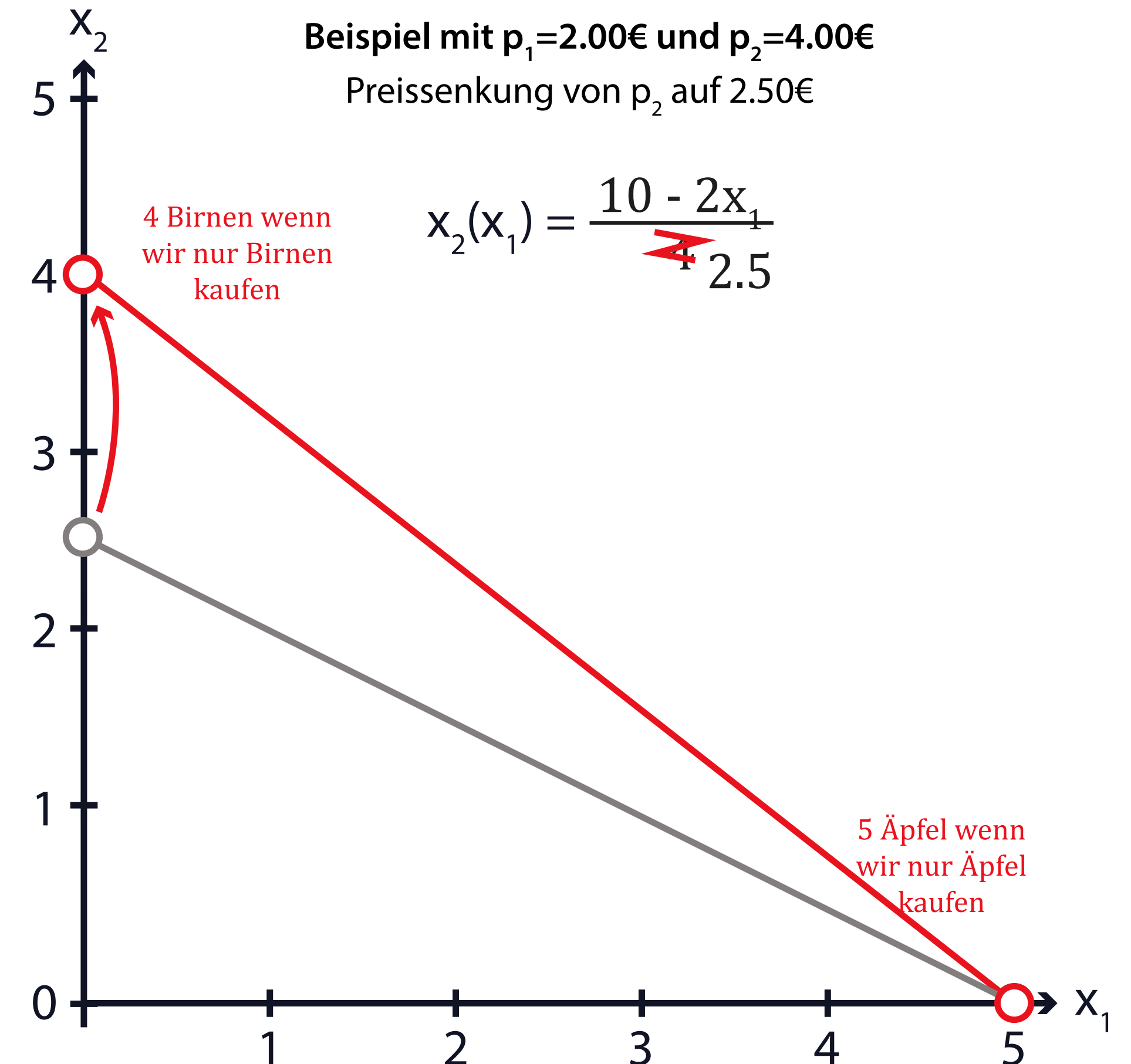
Würden die Äpfel 2.50€ statt nur 2€ kosten, könnten wir uns von den 10€ nur noch 4 Äpfel leisten.



Budgetrestriktion

Eine Preisänderung von Gut 2 bewegt den Schnittpunkt mit der x_2 Achse.

Würden die Birnen nur noch 2.50€ statt 4€ kosten, könnten wir uns von den 10€ bis zu 4 Birnen leisten.

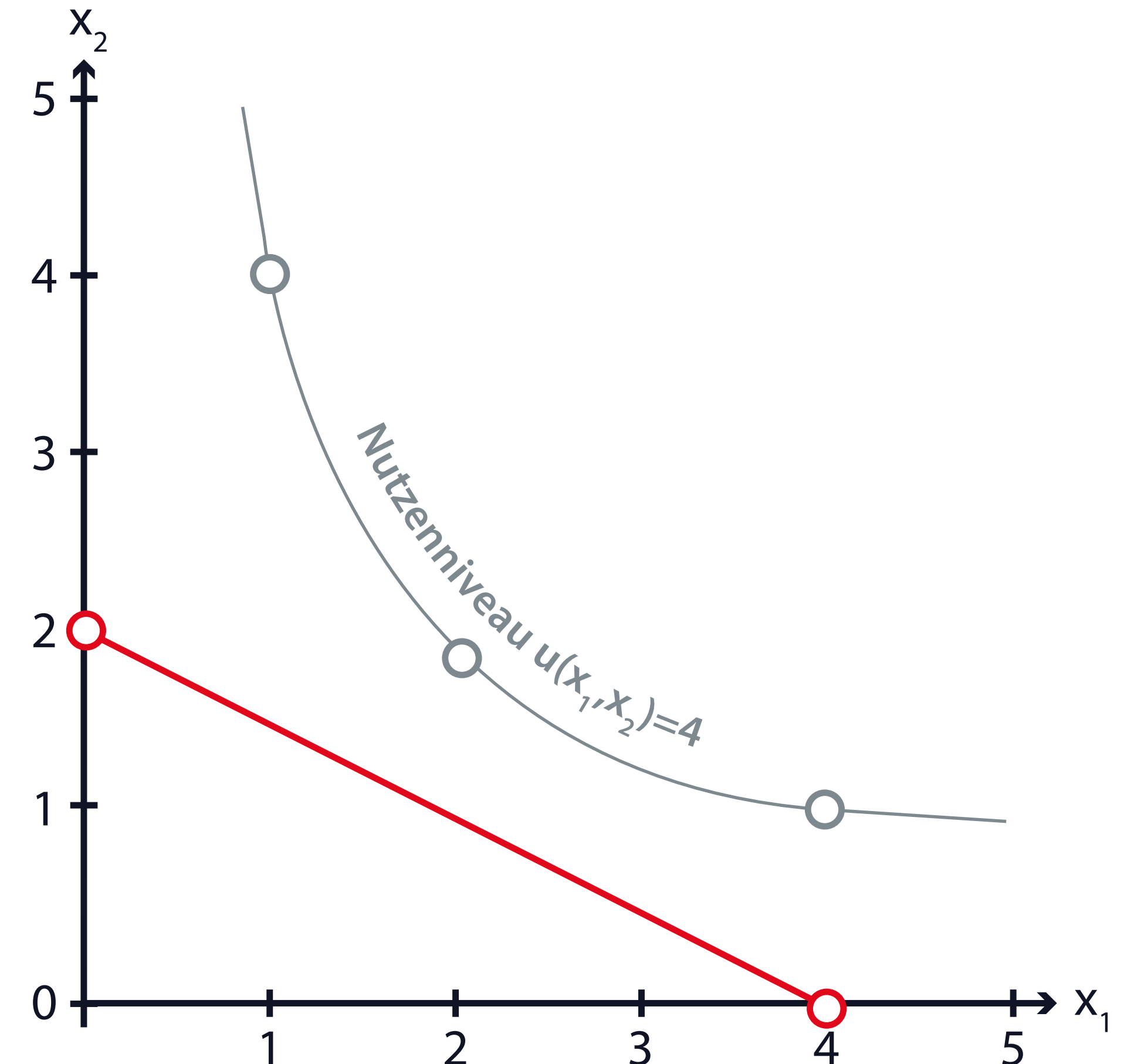


Optimale Gütermengen

Wir betrachten ein Zahlenbeispiel mit den Werten $B = 10\text{€}$, $p_1 = 2.50\text{€}$ und $p_2 = 5.00\text{€}$.

Neben der Budgetgerade zeichnen wir jetzt auch die Indifferenzkurven in unser Schaubild ein.

Wir sehen, dass wir das früher gezeigte Nutzenniveau 4 nicht erreichen können. Alle Güterbündel, die uns diesen Nutzen bieten würden, sind zu teuer.

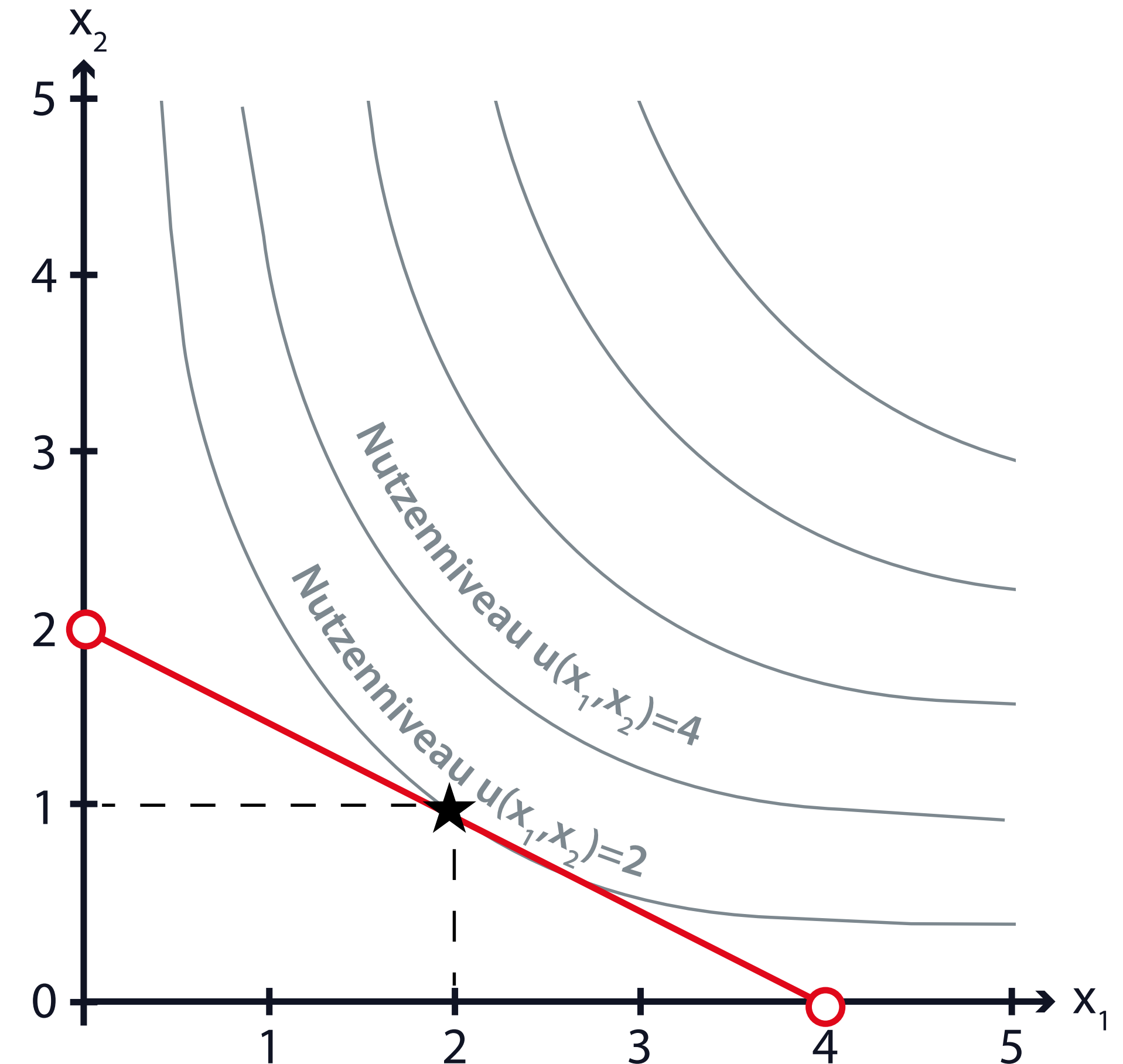


Optimale Gütermengen

Wir müssen uns mit einem niedrigeren Nutzenniveau begnügen. Trotzdem wollen wir so viel wie möglich erreichen.

Was ist das höchste Nutzenniveau das wir gegeben $B = 10\text{€}$, $p_1 = 2.50\text{€}$ und $p_2 = 5.00\text{€}$ erreichen können?

Wir suchen ein Nutzenniveau, das wir mit unserer Budgetgerade gerade noch so berühren. Wir suchen einen Tangentialpunkt!

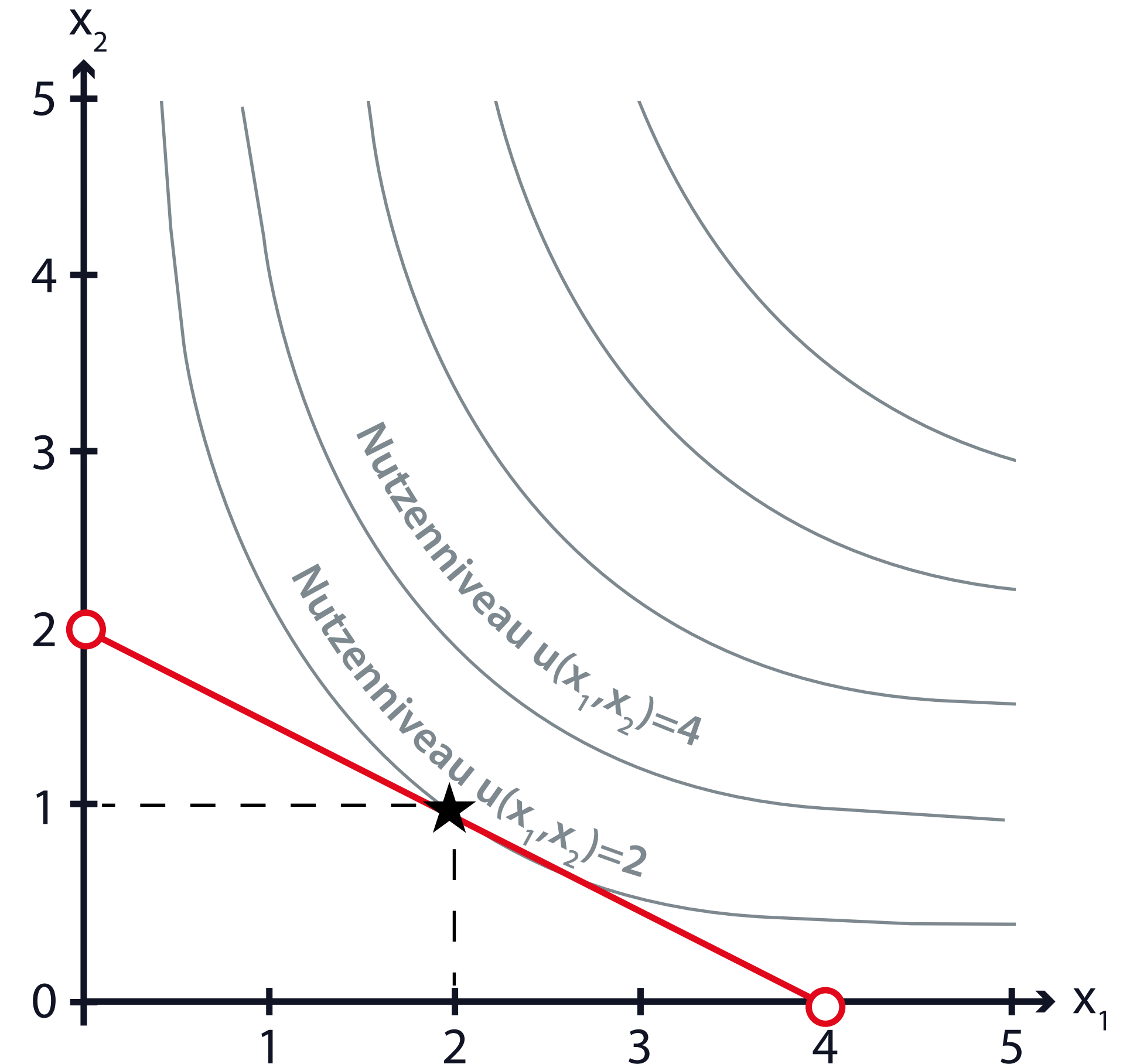


Optimale Gütermengen

Mathematisch suchen wir ein Optimum unter einer Nebenbedingung. Wir schreiben:

$$\begin{aligned} \max u(x_1, x_2) &= x_1 \cdot x_2 \\ \text{s.t. } 2.5x_1 + 5x_2 &= 10 \end{aligned}$$

Es gibt drei Möglichkeiten mit der wir die optimalen Gütermengen x_1^* und x_2^* finden.



Substitutionsverfahren

Grundidee Die Nutzenfunktion ist zwar von zwei Variablen abhängig, aber wegen des beschränkten Budgets hängen diese direkt voneinander ab.

$$\begin{aligned}
 2.5x_1 + 5x_2 &= 10 & | - 5x_2 \\
 \Leftrightarrow 2.5x_1 &= 10 - 5x_2 & | : 2.5 \\
 \Leftrightarrow x_1 &= 4 - 2x_2 \\
 &\quad \downarrow \\
 u(x_1, x_2) &= x_1 x_2 = (4 - 2x_2)x_2
 \end{aligned}$$

Gegebene Gleichungen

$$\max u(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

$$\text{s.t. } 2.5x_1 + 5x_2 = 10$$

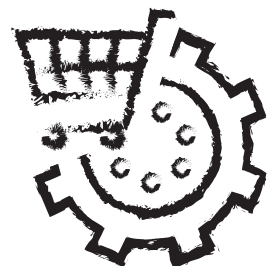
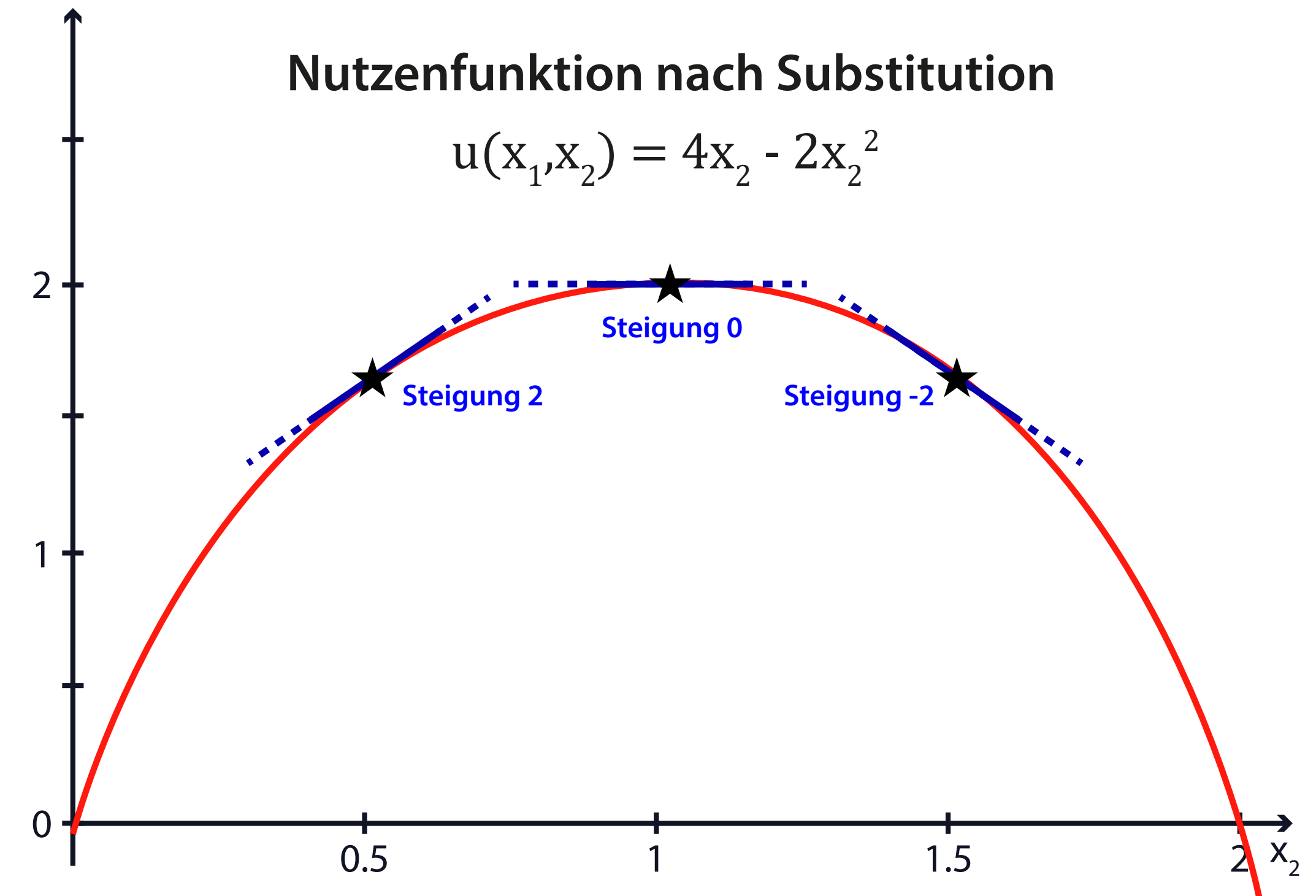
$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1$$



Substitutionsverfahren

Setzen wir den Zusammenhang in die Nutzenfunktion ein, hängt sie nur noch von einer Variable ab. Das Optimum finden wir dann ganz einfach durch Nullsetzen der Ableitung!

$$\begin{aligned} u(x_2) &= 4x_2 - 2x_2^2 \\ \frac{\partial u}{\partial x_2} &= 4 - 4x_2 \stackrel{!}{=} 0 \\ \Leftrightarrow 4 &= 4x_2 \Rightarrow x_2^* = 1 \end{aligned}$$



Substitutionsverfahren

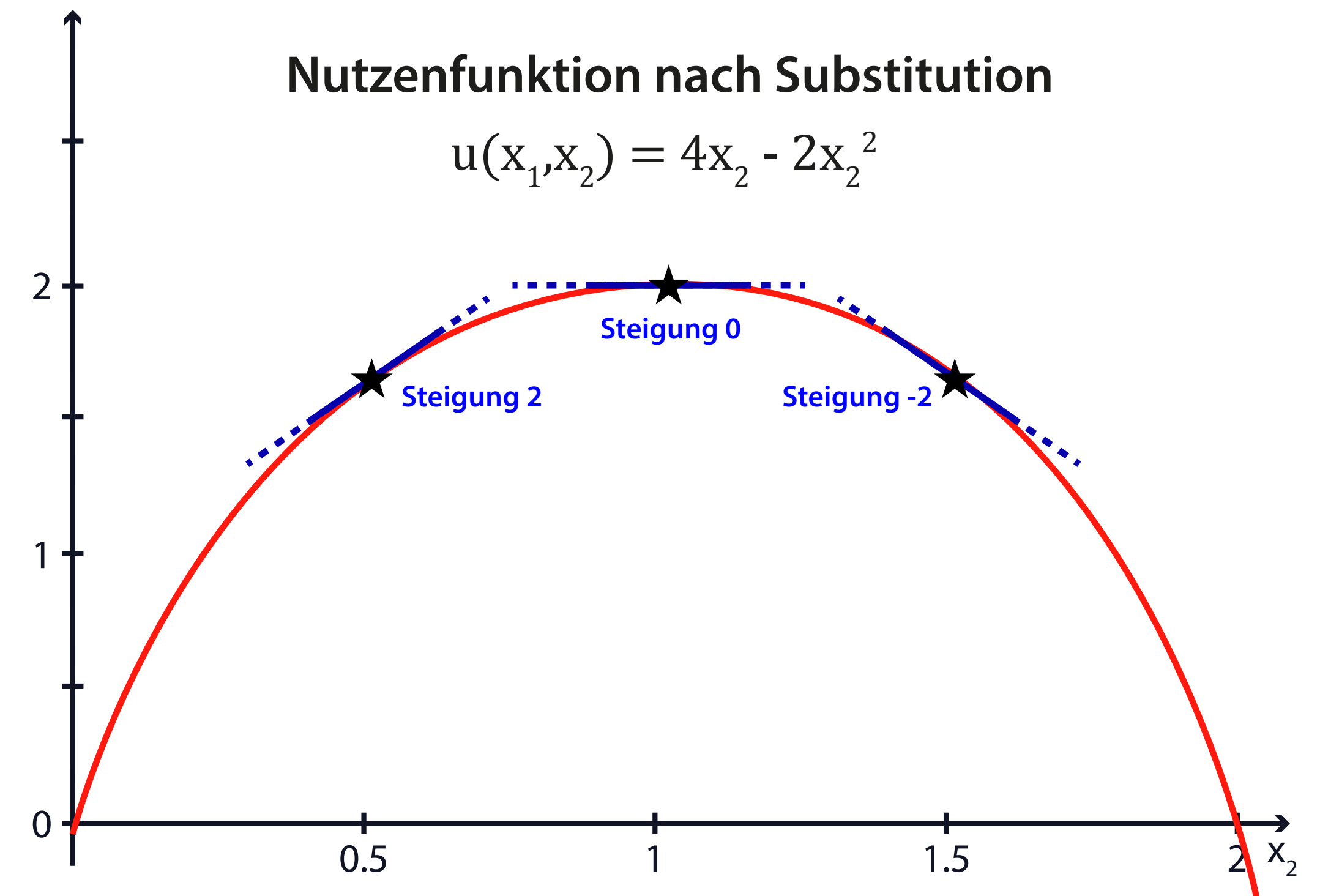
Wir erhalten die optimale Menge an Birnen. Der Haushalt sollte genau eine kaufen.

Mit x_2^* können wir aber auch ganz einfach x_1^* berechnen. Dazu setzen wir x_2^* in die Verhältnisgleichung ein:

$$x_2^* = 1$$

$$x_1^* = 4 - 2x_2^* = 2$$

$$u(x_1^*, x_2^*) = x_1^* x_2^* = 2$$



Lagrangeverfahren

Substitution funktioniert nur bei genau zwei Variablen. Wir möchten eine generelle Rechentechnik haben, die auch bei drei oder mehr Gütern funktioniert.

Das Lagrangeverfahren folgt dem rechts gezeigten Kochrezept. Die ersten zwei Schritte haben wir bereits erledigt!

$$\begin{aligned} \max u(x_1, x_2) &= x_1 \cdot x_2 \\ \text{s.t. } 2.5x_1 + 5x_2 &= 10 \end{aligned}$$

1. Zielfunktion (ZF) identifizieren

Was wollen wir minimieren/maximieren?

2. Nebenbedingung (NB) identifizieren

Was schränkt uns dabei ein?

3. Nebenbedingung umformen

Auf einer Seite muss 0 stehen

4. Nebenbedingung mit λ multiplizieren

Griechischer Buchstabe „Lambda“

5. Den entstehenden Term zur ZF addieren

Dadurch entsteht die Lagrangefunktion!

6. Alle partiellen Ableitungen berechnen

Inklusive dem λ

7. Alle partiellen Ableitungen nullsetzen

Dadurch entsteht ein Gleichungssystem

8. Gleichungssystem lösen

Lagrangeverfahren

In den nächsten Schritten formen wir die Nebenbedingung um. Als Erstes müssen wir auf einer Seite eine 0 stehen haben.

$$\begin{aligned} \max u(x_1, x_2) &= x_1 \cdot x_2 \\ \text{s.t. } 2.5x_1 + 5x_2 &= 10 & | - 10 \\ \Leftrightarrow 2.5x_1 + 5x_2 - 10 &= 0 \end{aligned}$$

1. Zielfunktion (ZF) identifizieren

Was wollen wir minimieren/maximieren?

2. Nebenbedingung (NB) identifizieren

Was schränkt uns dabei ein?

3. Nebenbedingung umformen

Auf einer Seite muss 0 stehen

4. Nebenbedingung mit λ multiplizieren

Griechischer Buchstabe „Lambda“

5. Den entstehenden Term zur ZF addieren

Dadurch entsteht die Lagrangefunktion!

6. Alle partiellen Ableitungen berechnen

Inklusive dem λ

7. Alle partiellen Ableitungen nullsetzen

Dadurch entsteht ein Gleichungssystem

8. Gleichungssystem lösen

Lagrangeverfahren

Dann multiplizieren wir beide Seiten mit dem griechischen Buchstaben „Lambda“. An der 0 rechts ändert das natürlich nichts.

$$\begin{aligned}
 \max u(x_1, x_2) &= x_1 \cdot x_2 \\
 \text{s.t. } 2.5x_1 + 5x_2 &= 10 && | - 10 \\
 \Leftrightarrow 2.5x_1 + 5x_2 - 10 &= 0 && | \cdot \lambda \\
 \Leftrightarrow \lambda[2.5x_1 + 5x_2 - 10] &= 0
 \end{aligned}$$

1. Zielfunktion (ZF) identifizieren

Was wollen wir minimieren/maximieren?

2. Nebenbedingung (NB) identifizieren

Was schränkt uns dabei ein?

3. Nebenbedingung umformen

Auf einer Seite muss 0 stehen

4. Nebenbedingung mit λ multiplizieren

Griechischer Buchstabe „Lambda“

5. Den entstehenden Term zur ZF addieren

Dadurch entsteht die Lagrangefunktion!

6. Alle partiellen Ableitungen berechnen

Inklusive dem λ

7. Alle partiellen Ableitungen nullsetzen

Dadurch entsteht ein Gleichungssystem

8. Gleichungssystem lösen



Lagrangeverfahren

Den links entstandenen Term addieren wir zu unserer ursprünglichen Zielfunktion und erhalten dadurch die Lagrangefunktion!

$$\begin{aligned}
 & \max u(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2 \\
 & \text{s.t. } 2.5x_1 + 5x_2 = 10 \quad | - 10 \\
 \Leftrightarrow & \quad 2.5x_1 + 5x_2 - 10 = 0 \quad | \cdot \lambda \\
 \Leftrightarrow & \quad \lambda[2.5x_1 + 5x_2 - 10] = 0
 \end{aligned}$$

$L(x_1, x_2, \lambda) = x_1 \cdot x_2 + \lambda[2.5x_1 + 5x_2 - 10]$

1. Zielfunktion (ZF) identifizieren

Was wollen wir minimieren/maximieren?

2. Nebenbedingung (NB) identifizieren

Was schränkt uns dabei ein?

3. Nebenbedingung umformen

Auf einer Seite muss 0 stehen

4. Nebenbedingung mit λ multiplizieren

Griechischer Buchstabe „Lambda“

5. Den entstehenden Term zur ZF addieren

Dadurch entsteht die Lagrangefunktion!

6. Alle partiellen Ableitungen berechnen

Inklusive dem λ

7. Alle partiellen Ableitungen nullsetzen

Dadurch entsteht ein Gleichungssystem

8. Gleichungssystem lösen



Lagrangeverfahren

Wir bilden alle partiellen Ableitungen der Lagrangefunktion und setzen sie jeweils null. Dadurch entsteht ein Gleichungssystem.

$$L(x_1, x_2, \lambda) = x_1 \cdot x_2 + \lambda (2.5x_1 + 5x_2 - 10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = x_2 + 2.5\lambda \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = x_1 + 5\lambda \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2.5x_1 + 5x_2 - 10 \stackrel{!}{=} 0$$

1. Zielfunktion (ZF) identifizieren

Was wollen wir minimieren/maximieren?

2. Nebenbedingung (NB) identifizieren

Was schränkt uns dabei ein?

3. Nebenbedingung umformen

Auf einer Seite muss 0 stehen

4. Nebenbedingung mit λ multiplizieren

Griechischer Buchstabe „Lambda“

5. Den entstehenden Term zur ZF addieren

Dadurch entsteht die Lagrangefunktion!

6. Alle partiellen Ableitungen berechnen

Inklusive dem λ

7. Alle partiellen Ableitungen nullsetzen

Dadurch entsteht ein Gleichungssystem

8. Gleichungssystem lösen



Lagrangeverfahren

$$L(x_1, x_2, \lambda) = x_1 \cdot x_2 + \lambda (2.5x_1 + 5x_2 - 10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = x_2 + 2.5\lambda \stackrel{!}{=} 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = x_1 + 5\lambda \stackrel{!}{=} 0 \iff \lambda = -0.2x_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2.5x_1 + 5x_2 - 10 \stackrel{!}{=} 0$$

$$x_2 + 2.5(-0.2x_1) = 0$$

$$\iff x_2 = 0.5x_1$$

$$2.5x_1 + 2.5x_1 - 10 = 0$$

$$\iff 5x_1 = 10$$

$$\Rightarrow x_1^* = 2$$

$$\Rightarrow x_2^* = 1$$



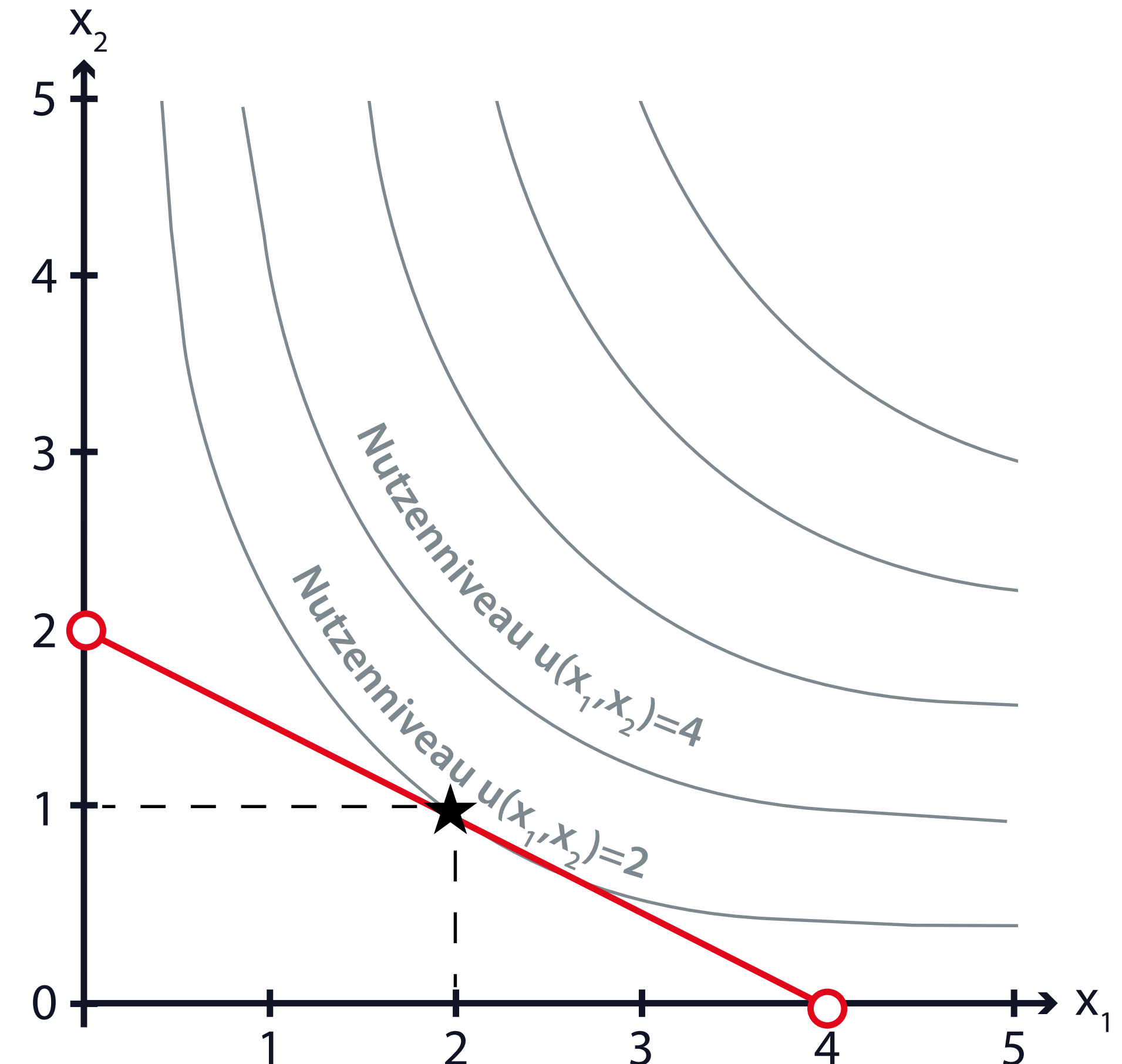
2. Gossensches Gesetz

Die dritte Möglichkeit ist das 2. Gossensche Gesetz. Im Optimum gilt:

$$MRS_{1,2} = \frac{dx_1}{dx_2} \stackrel{!}{=} \frac{p_1}{p_2}$$

An einem Tangentialpunkt müssen nicht nur die Funktionswerte, sondern auch die Steigungen gleich sein.

Die Steigung der Budgetgerade ist das Preisverhältnis und die der Indifferenzkurve ist die $MRS_{1,2}$.



2. Gossensches Gesetz

Zusammen mit der Budgetrestriktion erhalten wir relativ schnell die optimalen Mengen.

$$\begin{aligned}
 \frac{x_2}{x_1} &= \frac{p_1}{p_2} = 0.5 \\
 \Leftrightarrow x_2 &= 0.5x_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\downarrow \\
 &2.5x_1 + 5x_2 = 10 \\
 &2.5x_1 + 2.5x_1 = 10 \\
 &5x_1 = 10 \Rightarrow x_1^* = 2 \\
 &\Rightarrow x_2^* = 1
 \end{aligned}$$

Gegebene Gleichungen

$$\begin{aligned}
 \max \quad &u(x_1, x_2) = x_1 x_2 \\
 \text{s.t.} \quad &2.5x_1 + 5x_2 = 10
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1$$



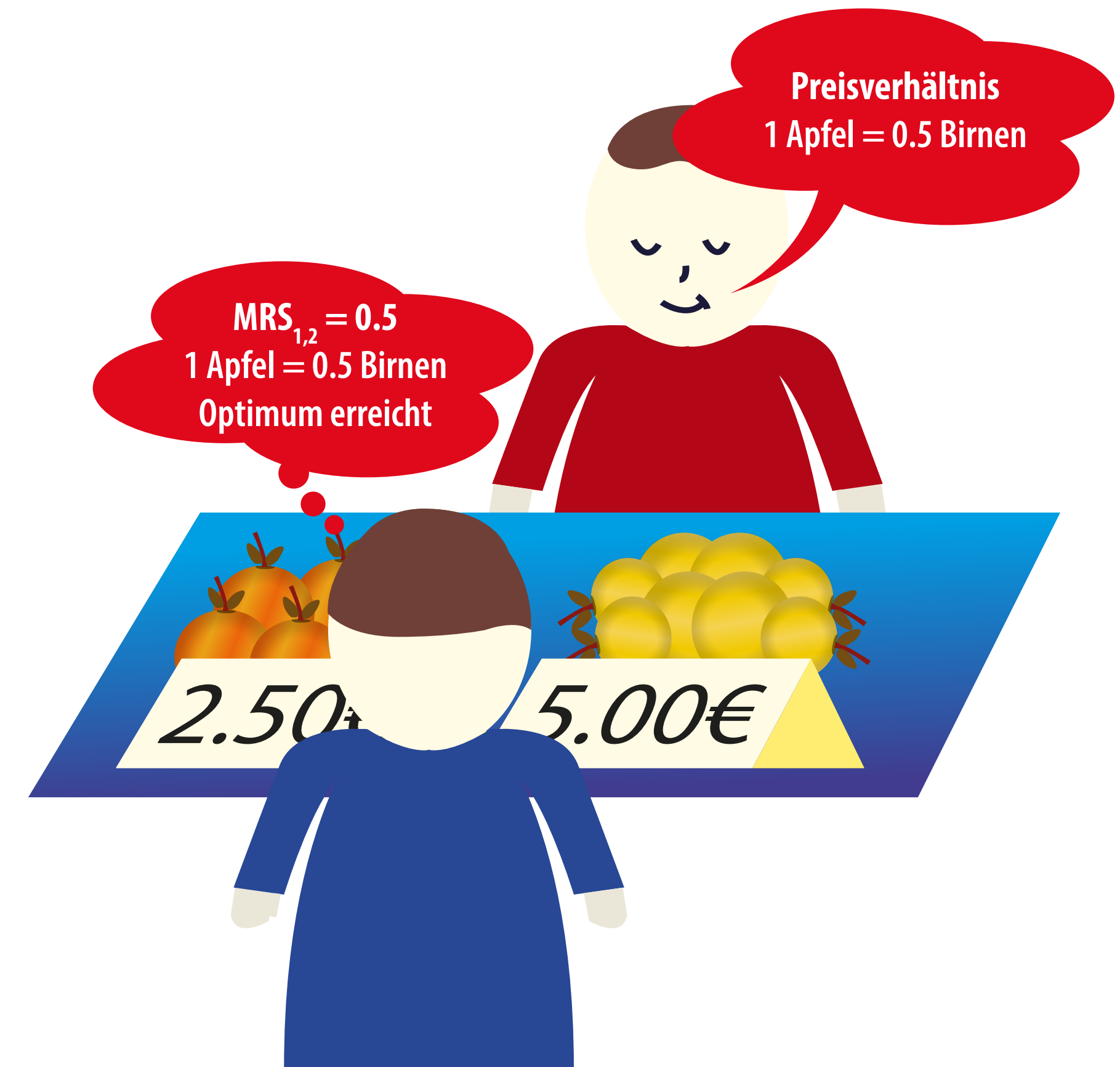
2. Gossensches Gesetz

Warum funktioniert das? Im gefundenen Optimum gilt:

$$MRS_{1,2} = \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = \frac{1}{2}$$

Der Haushalt möchte mindestens eine halbe Birne für einen Apfel.

Die Preise im Supermarkt mit $p_1 = 2.50\text{€}$ und $p_2 = 5.00\text{€}$ bietet ihm genau dieses Tauschverhältnis.

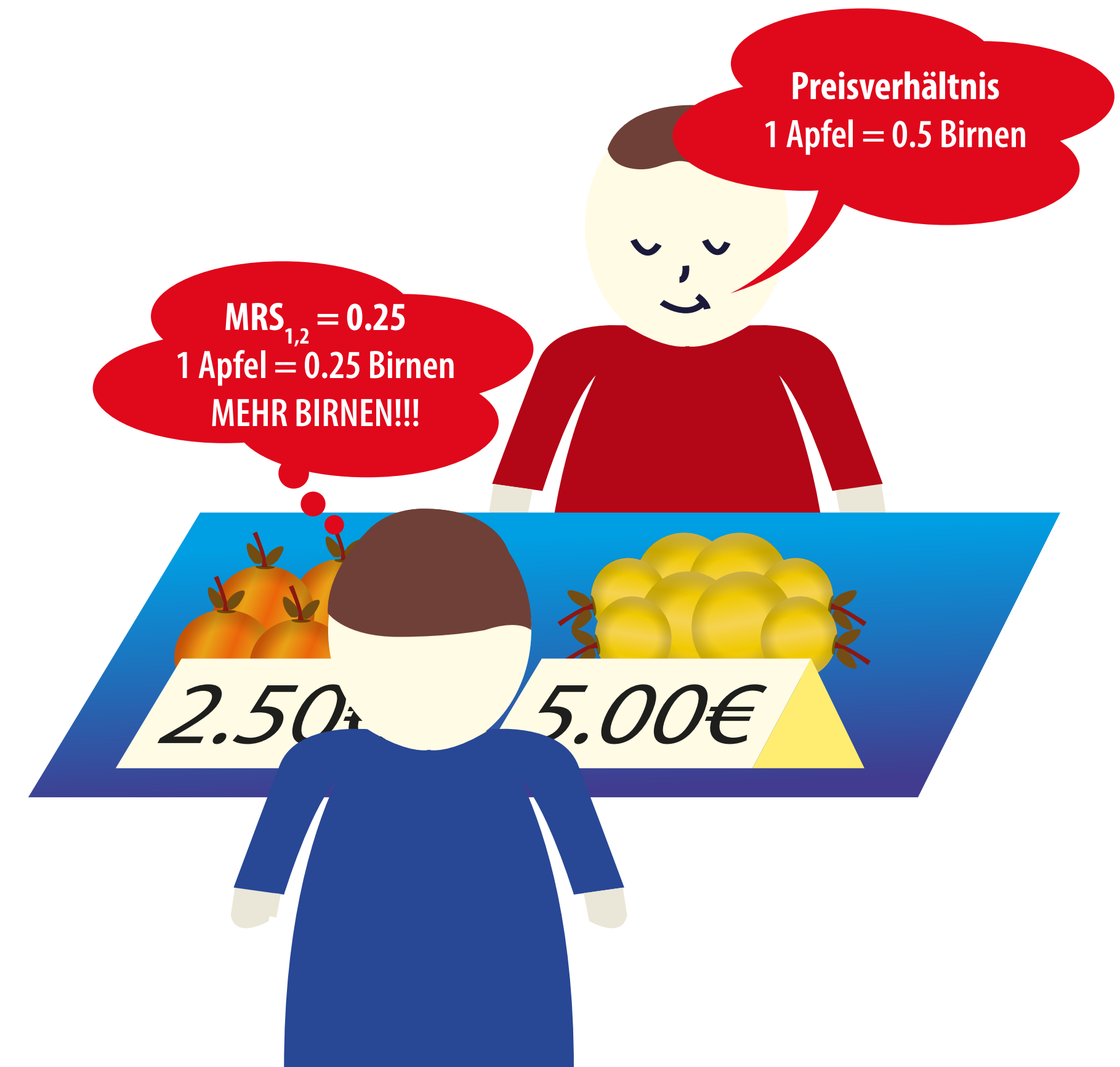


2. Gossensches Gesetz

Angenommen die marginale Rate der Substitution wäre niedriger - zum Beispiel 0.25. Dann würde ein Viertel einer Birne reichen um einen Apfel auszugleichen.

Die Preise im Supermarkt mit $p_1 = 2.50\text{€}$ und $p_2 = 5.00\text{€}$ bietet ihm dann ein besseres Tauschverhältnis.

Der Haushalt wird einen Apfel zurücklegen und eine halbe Birne nehmen - deutlich mehr als für einen ebenen Tausch notwendig!

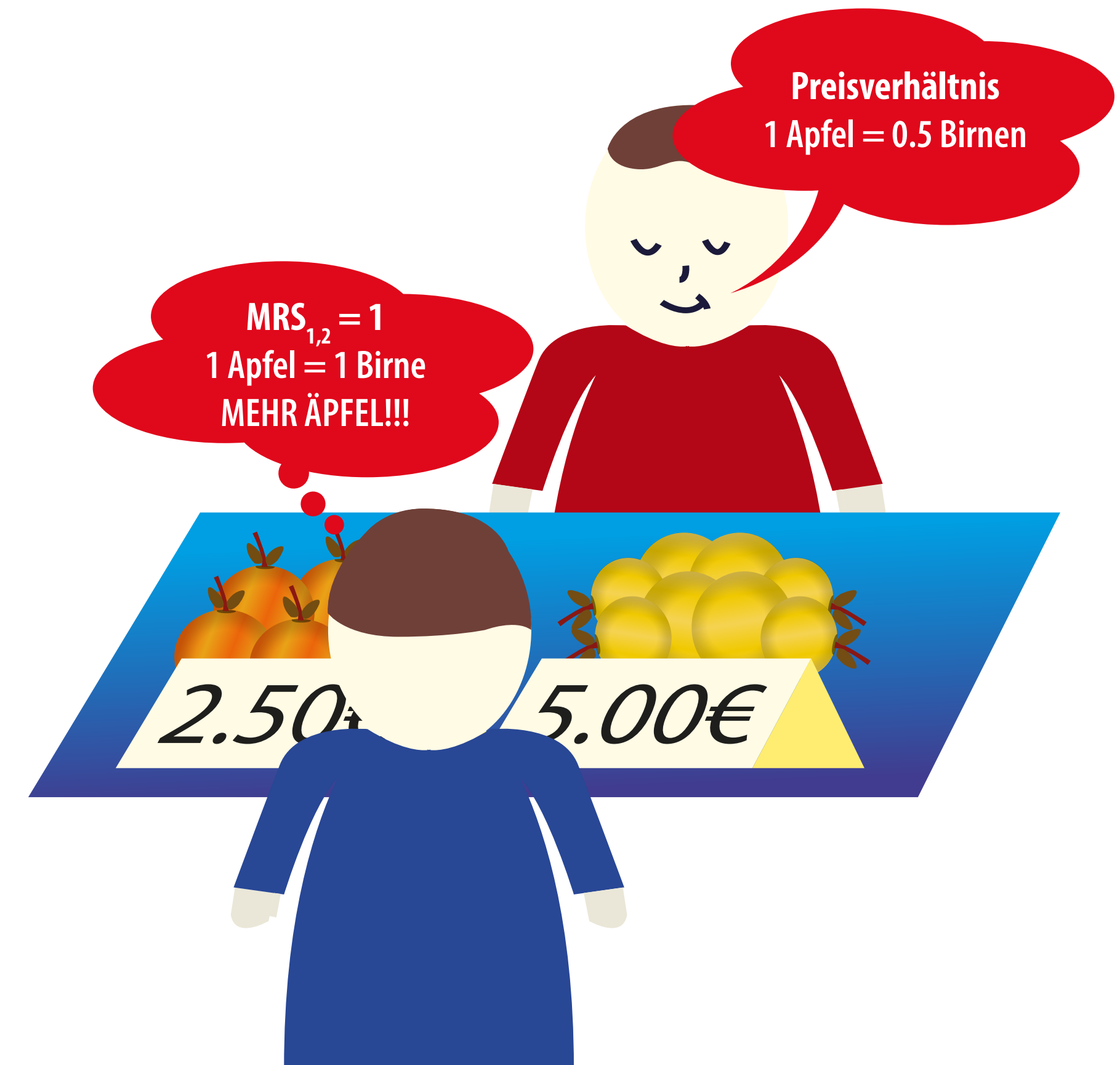


2. Gossensches Gesetz

Angenommen die marginale Rate der Substitution wäre höher - zum Beispiel 1. Dann will der Haushalt eine Birne um einen Apfel auszugleichen.

Die Preise im Supermarkt mit $p_1 = 2.50\text{€}$ und $p_2 = 5.00\text{€}$ bietet ihm dann ein besseres Tauschverhältnis.

Der Haushalt wird eine Birne zurücklegen und zwei Äpfel nehmen - deutlich mehr als für einen ebenen Tausch notwendig!



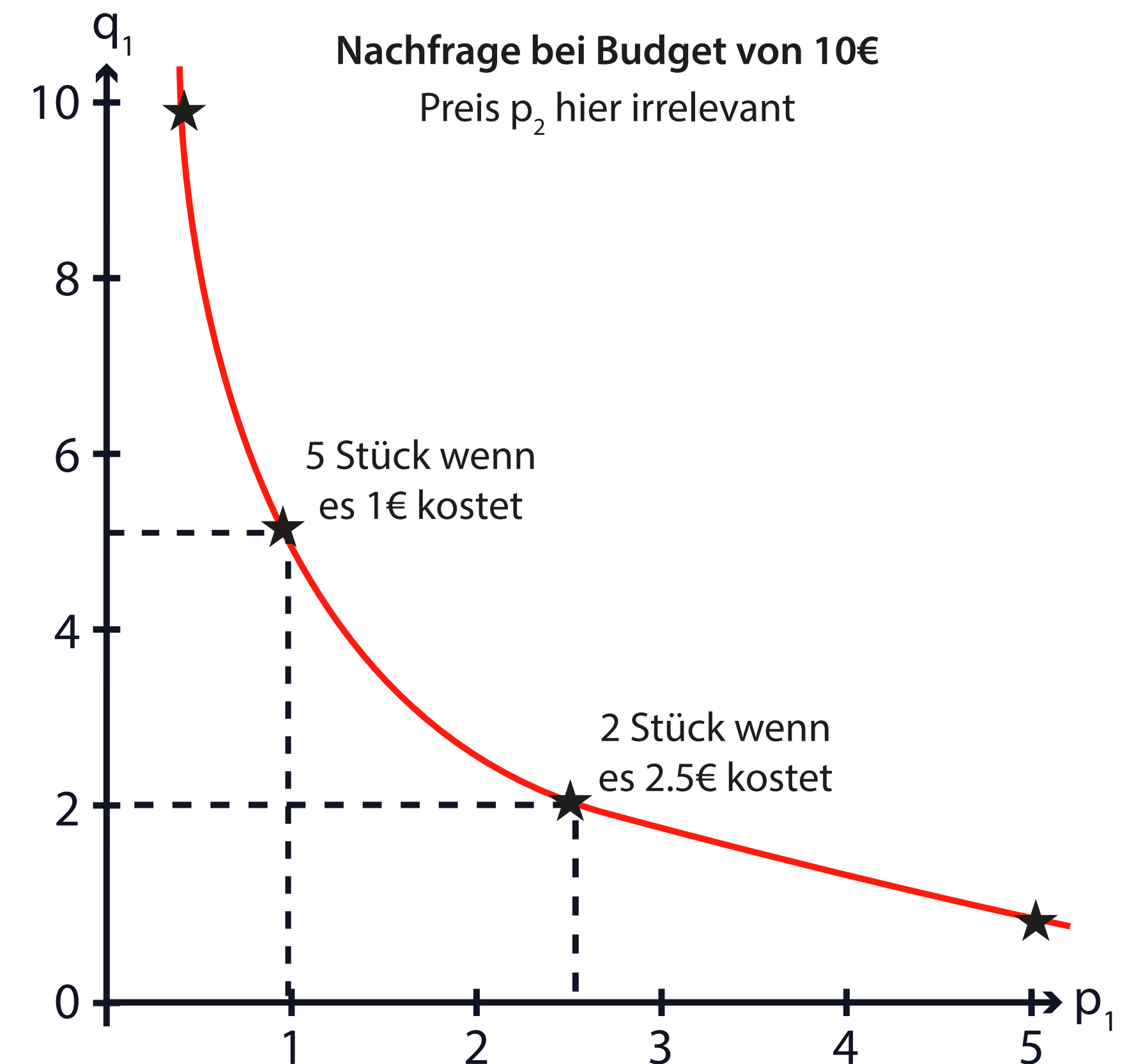
Allgemeines Ergebnis

Hätten wir die Rechnungen nicht mit festen Zahlenwerten für p_1 , p_2 und B gerechnet, würden wir bei der gegebenen Nutzenfunktion folgende Ergebnisse erhalten:

$$x_1^*(p_1, p_2, B) = \frac{B}{2p_1}$$

$$x_2^*(p_1, p_2, B) = \frac{B}{2p_2}$$

Für $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$ erhalten wir sehr einfache Funktionen.
Was können wir mit diesen Funktionen machen?



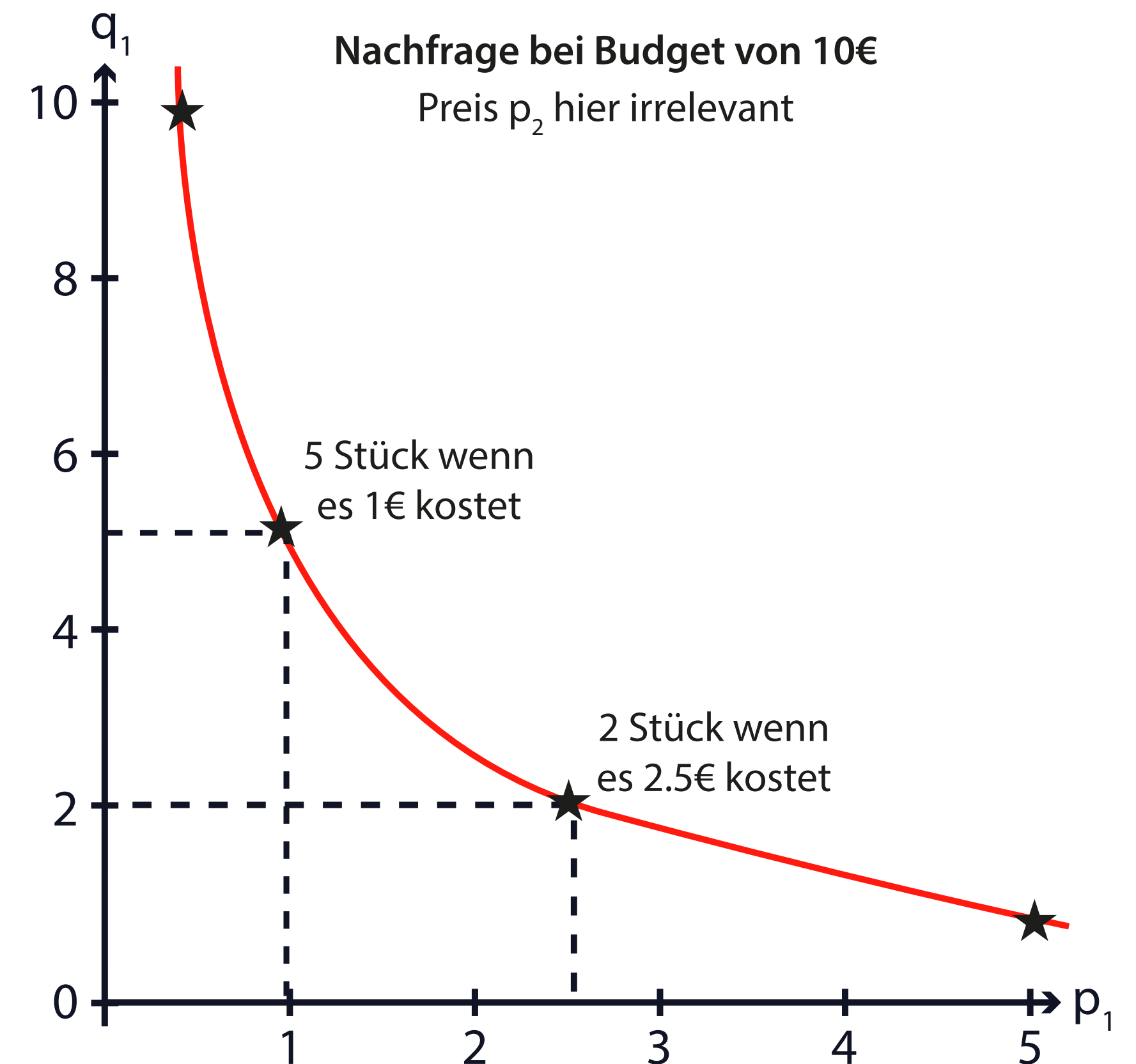
Allgemeines Ergebnis

Wir können wie rechts gezeigt das Budget fest wählen und nur den Preis des jeweiligen Gutes variieren.

Dadurch erhalten wir die **Marschallschen/Walrasianischen Nachfragefunktionen**.

$$x_1^*(p_1, p_2, B) = \frac{B}{2p_1}$$

$$x_2^*(p_1, p_2, B) = \frac{B}{2p_2}$$



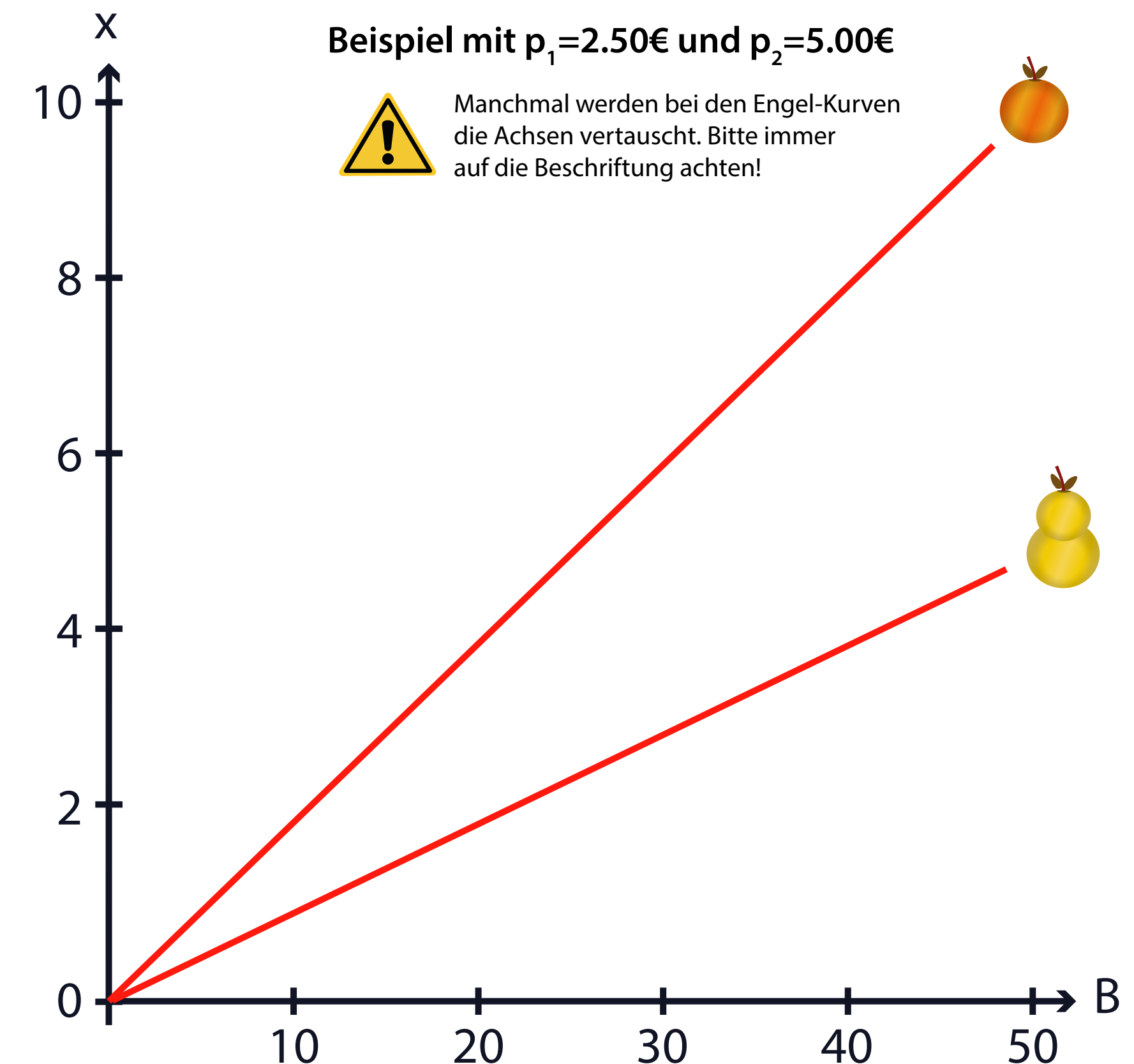
Allgemeines Ergebnis

Wir können aber auch die Preise fest wählen und das Budget variieren. Wir erhalten die **Engelskurven**.

Umformen müssen wir die Gleichungen dazu nicht, es sei denn wir wollen das Budget unbedingt auf der y-Achse.

$$x_1^*(p_1, p_2, B) = \frac{B}{2p_1}$$

$$x_2^*(p_1, p_2, B) = \frac{B}{2p_2}$$



Allgemeines Ergebnis

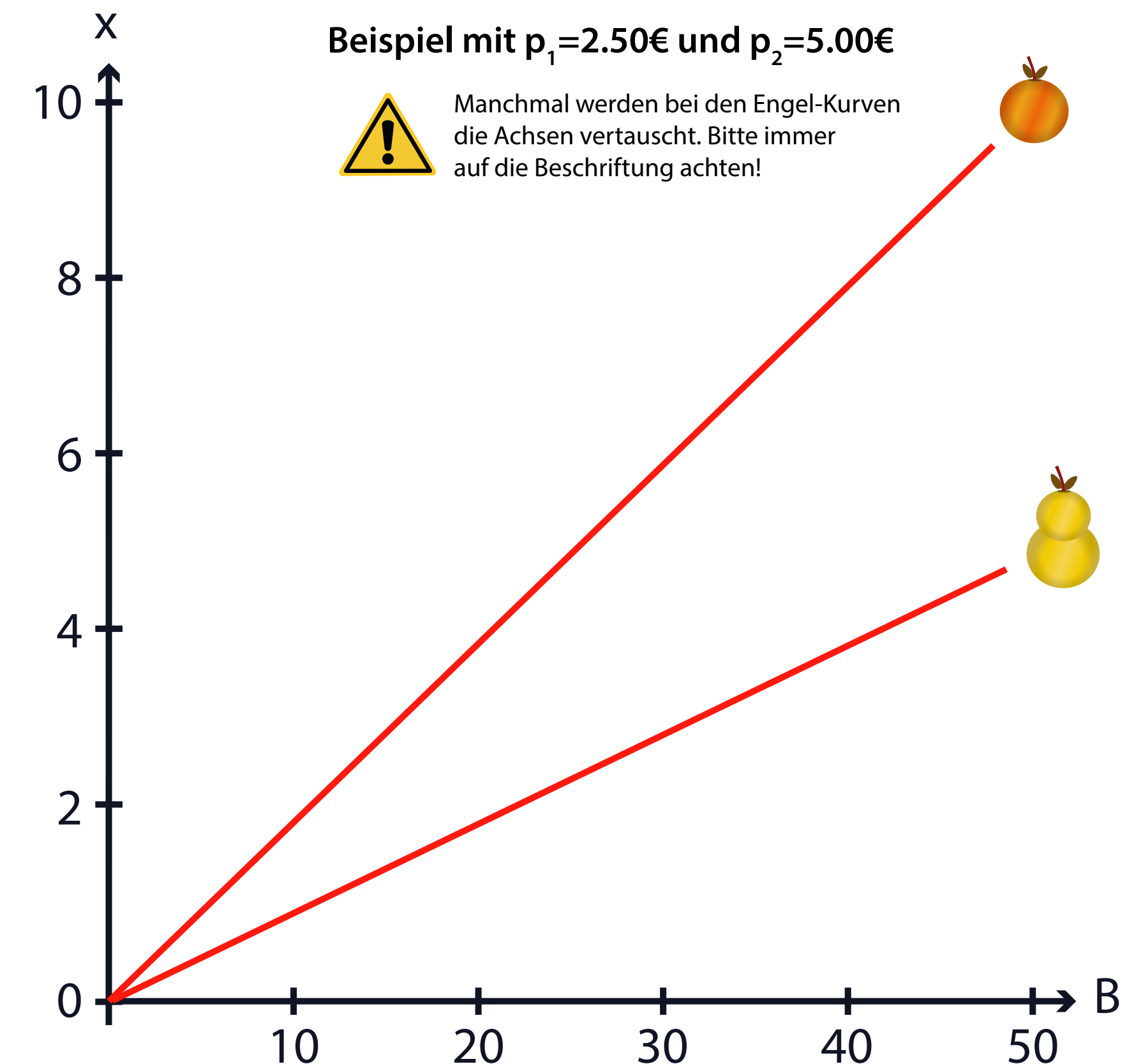
Die **Engelskurven** sind hier einfache Geraden. Erhält der Haushalt ein größeres Budget, kauft er proportional mehr von beiden Gütern.

Superiores Gut Nachfrage steigt überproportional

Normales Gut Nachfrage steigt (unter)proportional

Inferiores Gut Nachfrage sinkt sogar

Die unterproportionale Skalierung wird manchmal auch als relativ inferior bezeichnet.

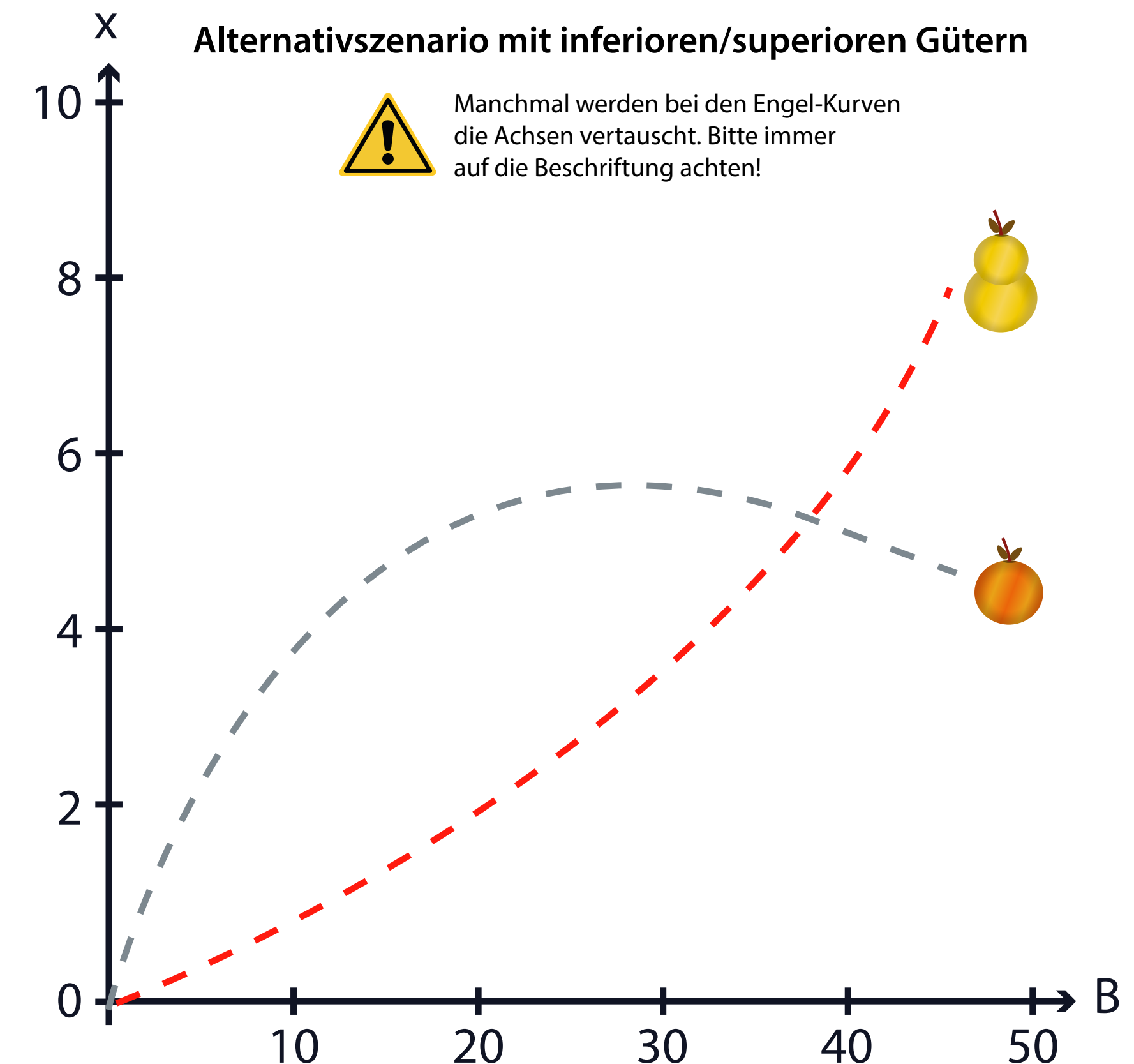


Allgemeines Ergebnis

Rechts sehen wir ein Alternativbeispiel, bei dem der Apfel ein inferiores Gut und die Birne ein superiores Gut ist.

Bei steigendem Budget steigt der Haushalt mehr und mehr von Äpfeln auf Birnen um.

Ab einem bestimmten Budget ist die Menge an Äpfeln sogar rückläufig.

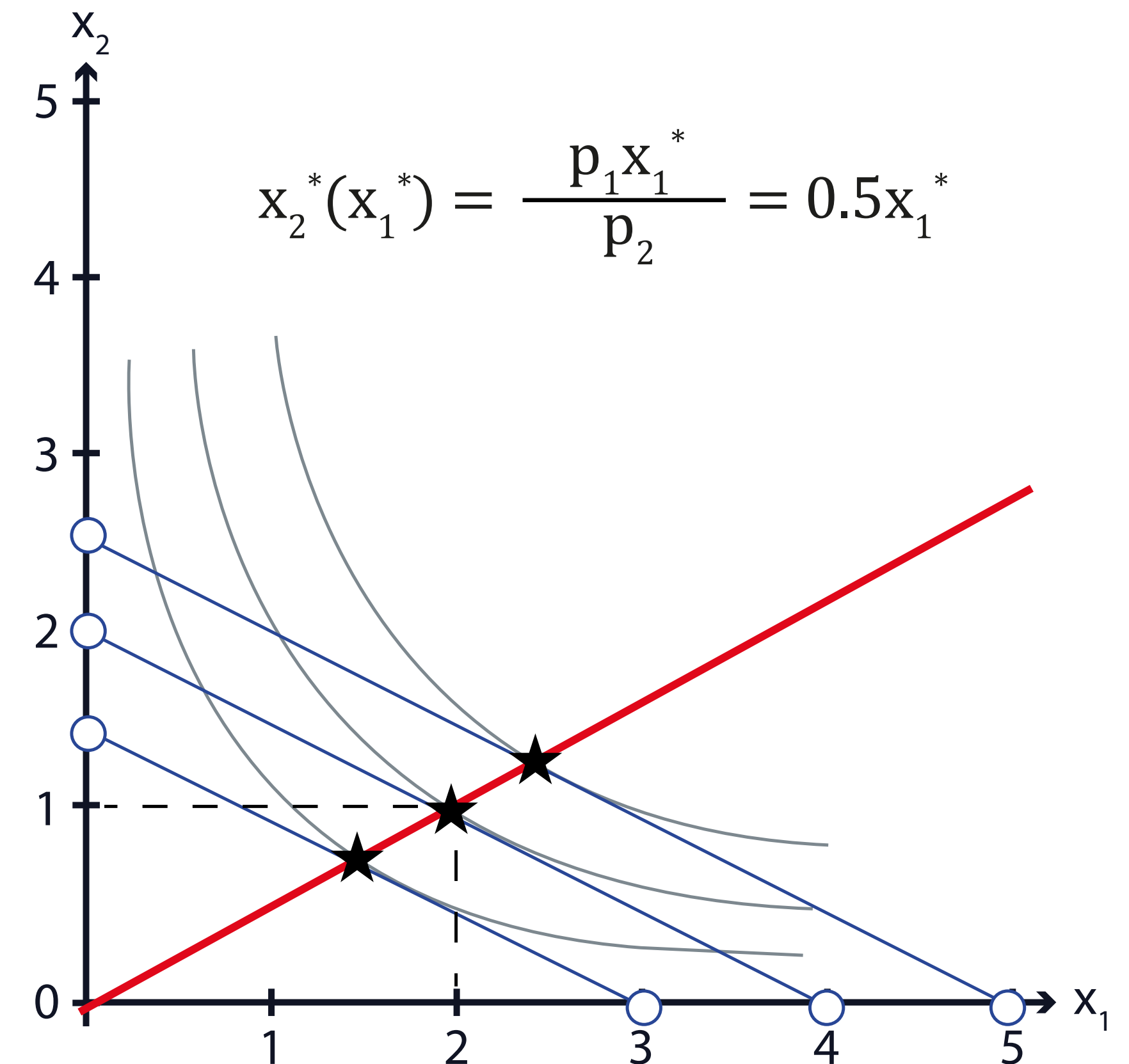


Allgemeines Ergebnis

Wir können die beiden Nachfragefunktionen ineinander einsetzen, um die **Einkommens-Konsum-Kurve (EKK)** zu bilden.

$$x_1^* = \frac{B}{2p_1} \Leftrightarrow B = \underbrace{2p_1 x_1^*}_{\downarrow}$$

$$x_2^* = \frac{B}{2p_2} = \frac{2p_1 x_1^*}{2p_2} = \frac{p_1 x_1^*}{p_2}$$



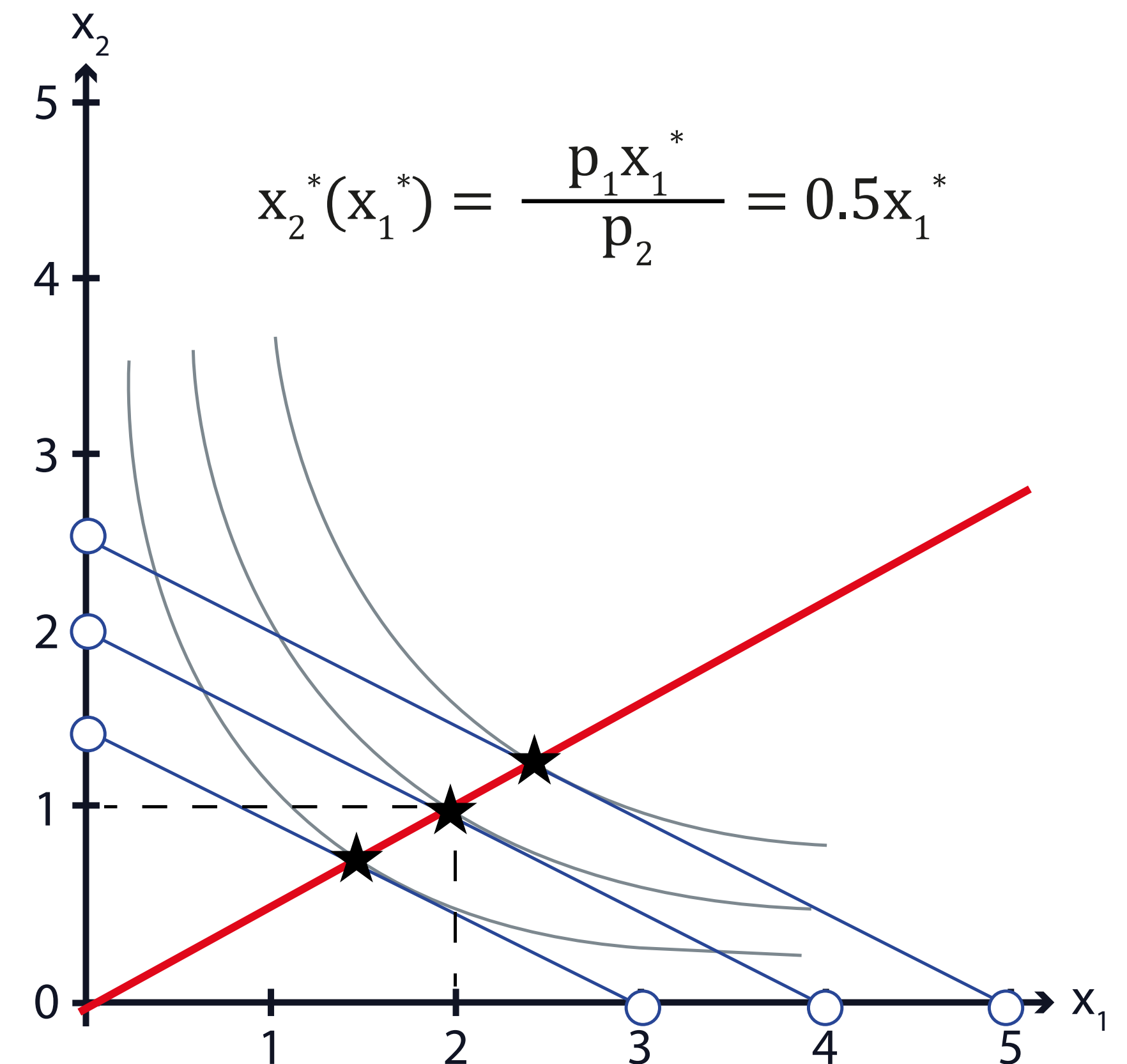
Allgemeines Ergebnis

Die EKK ist eine Funktion $x_2^*(x_1^*(B))$ welche die optimalen Güterkombinationen für verschiedene Budgets anzeigt.

$$x_2^*(x_1^*) = \frac{p_1 x_1^*}{p_2} = 0.5x_1^*$$

Für unsere einfache Nutzenfunktion erhalten wir eine Gerade mit der Steigung 0.5.

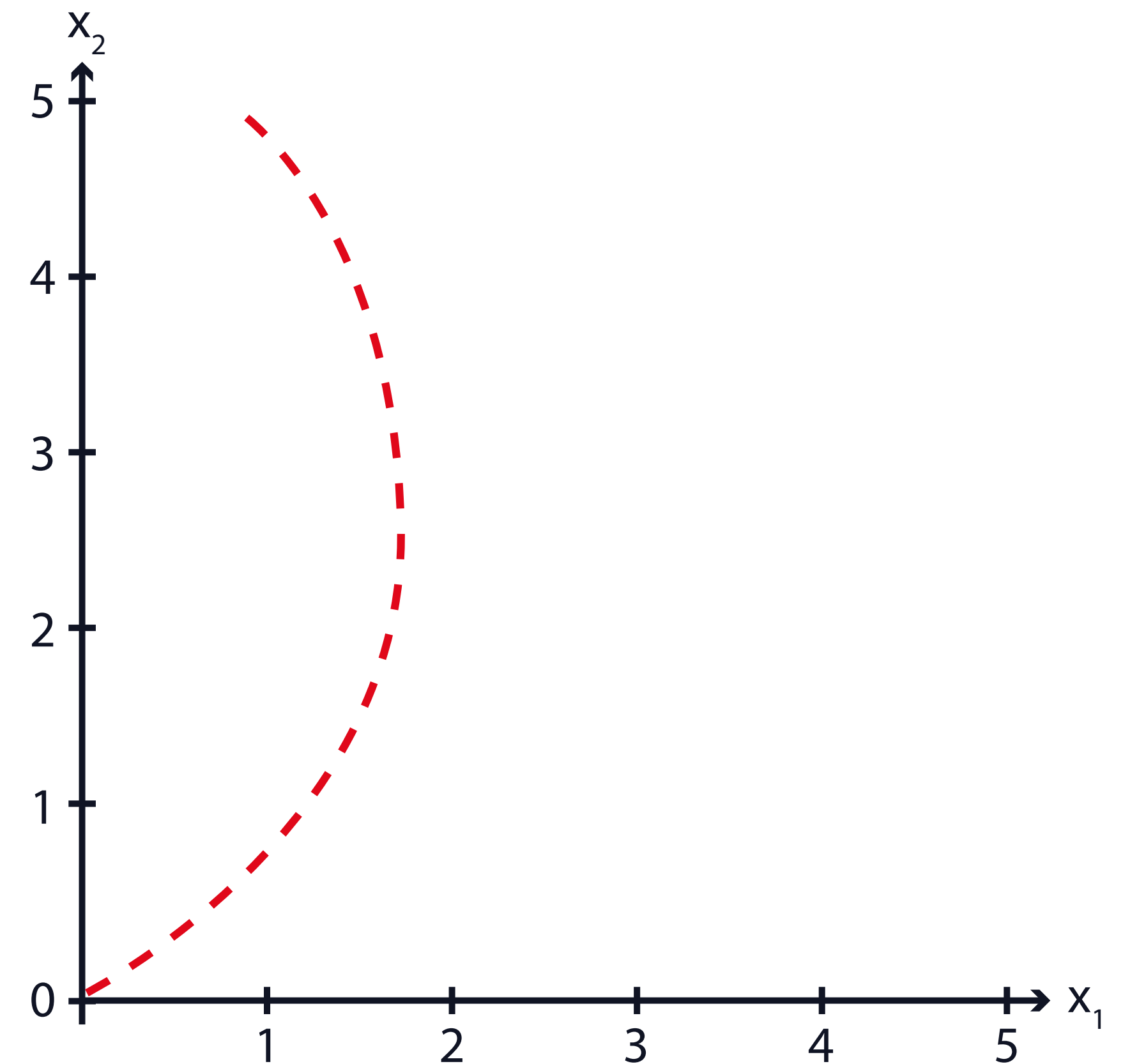
Eine Biegung würde auf Substitution bei steigendem Einkommen.



Allgemeines Ergebnis

Rechts sehen wir ein Alternativbeispiel, bei dem der Apfel ein inferiores Gut und die Birne ein superiores Gut ist.

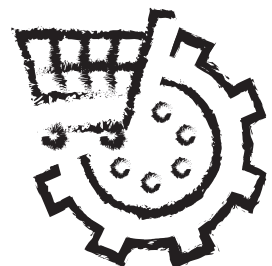
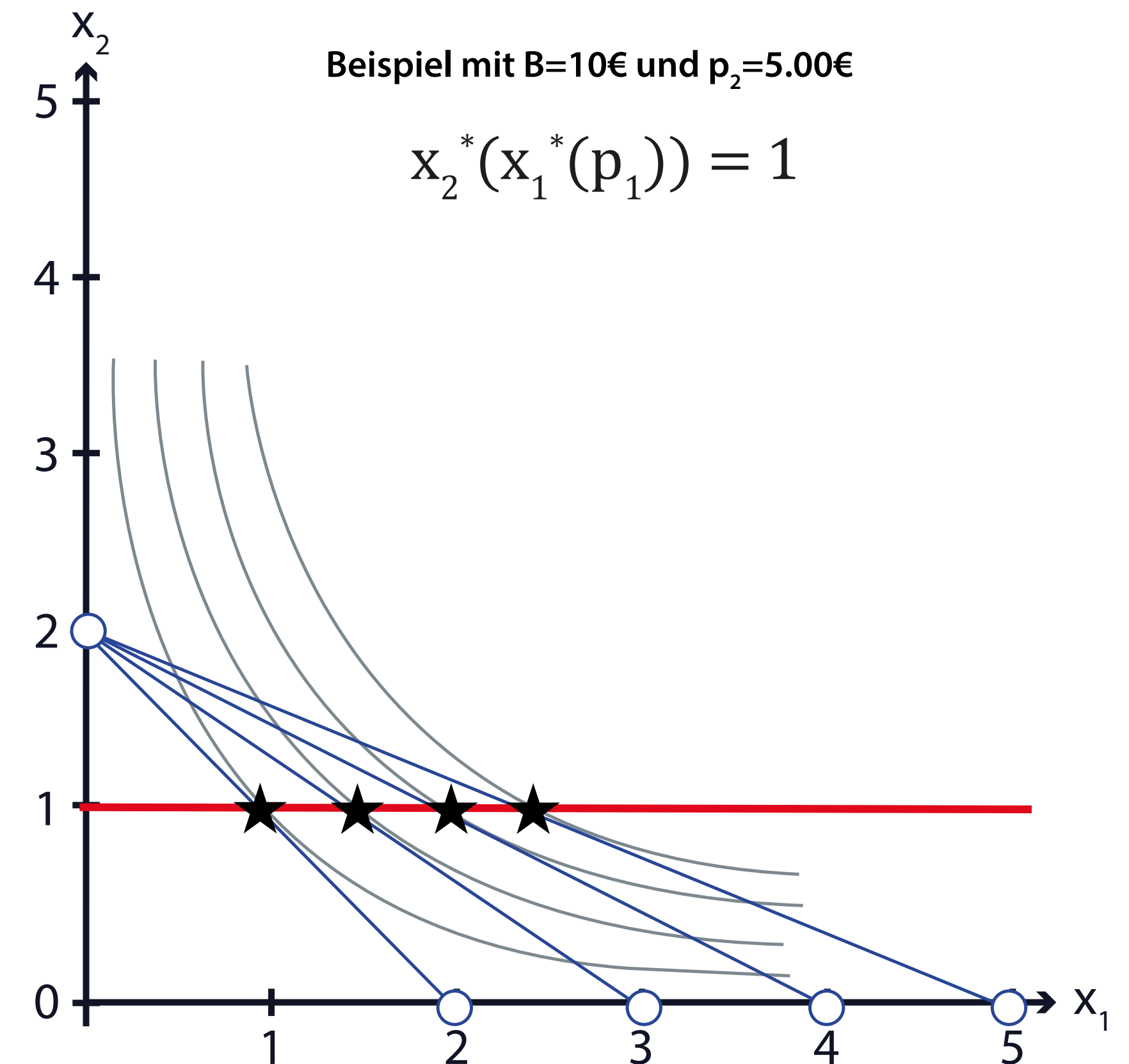
Bei steigendem Budget kauft der Haushalt mehr und mehr Birnen, aber weniger Äpfel.



Allgemeines Ergebnis

Wir können die beiden Nachfragefunktionen ineinander einsetzen, um die **Preis-Konsum-Kurve (PKK)** zu bilden.

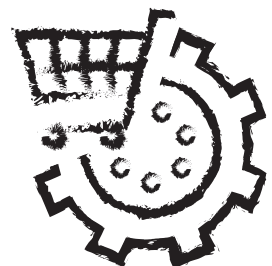
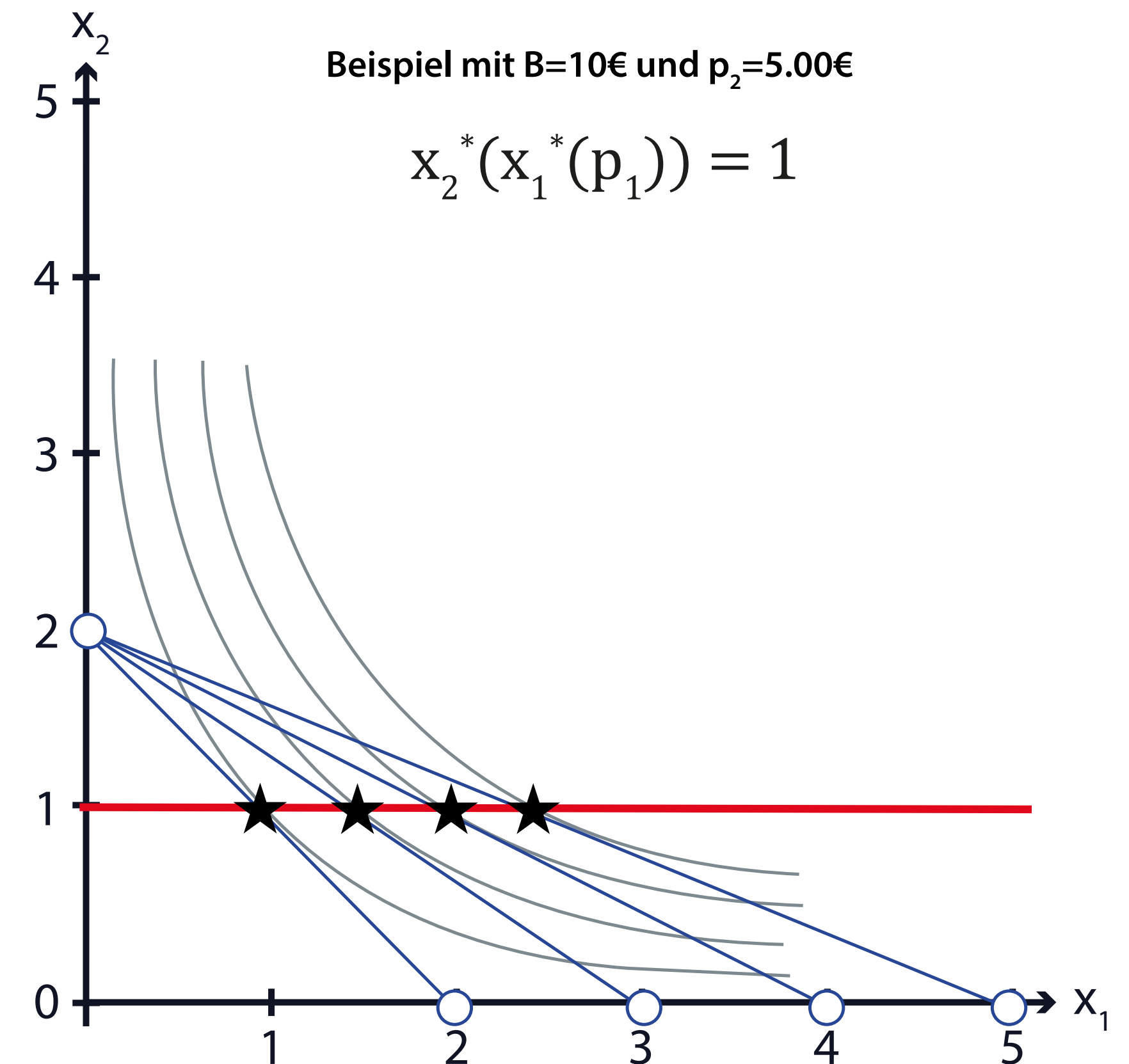
$$\begin{aligned}
 x_1^* &= \frac{B}{2p_1} \Leftrightarrow B = 2p_1 x_1^* \\
 &\quad \downarrow \\
 x_2^* &= \frac{B}{2p_2} = \frac{2p_1 x_1^*}{2p_2} = \frac{2p_1 B}{2p_2 2p_1} \\
 &= \frac{B}{2p_2}
 \end{aligned}$$



Allgemeines Ergebnis

Die PKK ist eine Funktion $x_2^*(x_1^*(p_1))$ welche die optimalen Güterkombinationen für verschiedene Preise eines Gutes anzeigt.

Hier ist unsere einfache Nutzenfunktion von Nachteil, da sich nur eine Gerade ergibt.

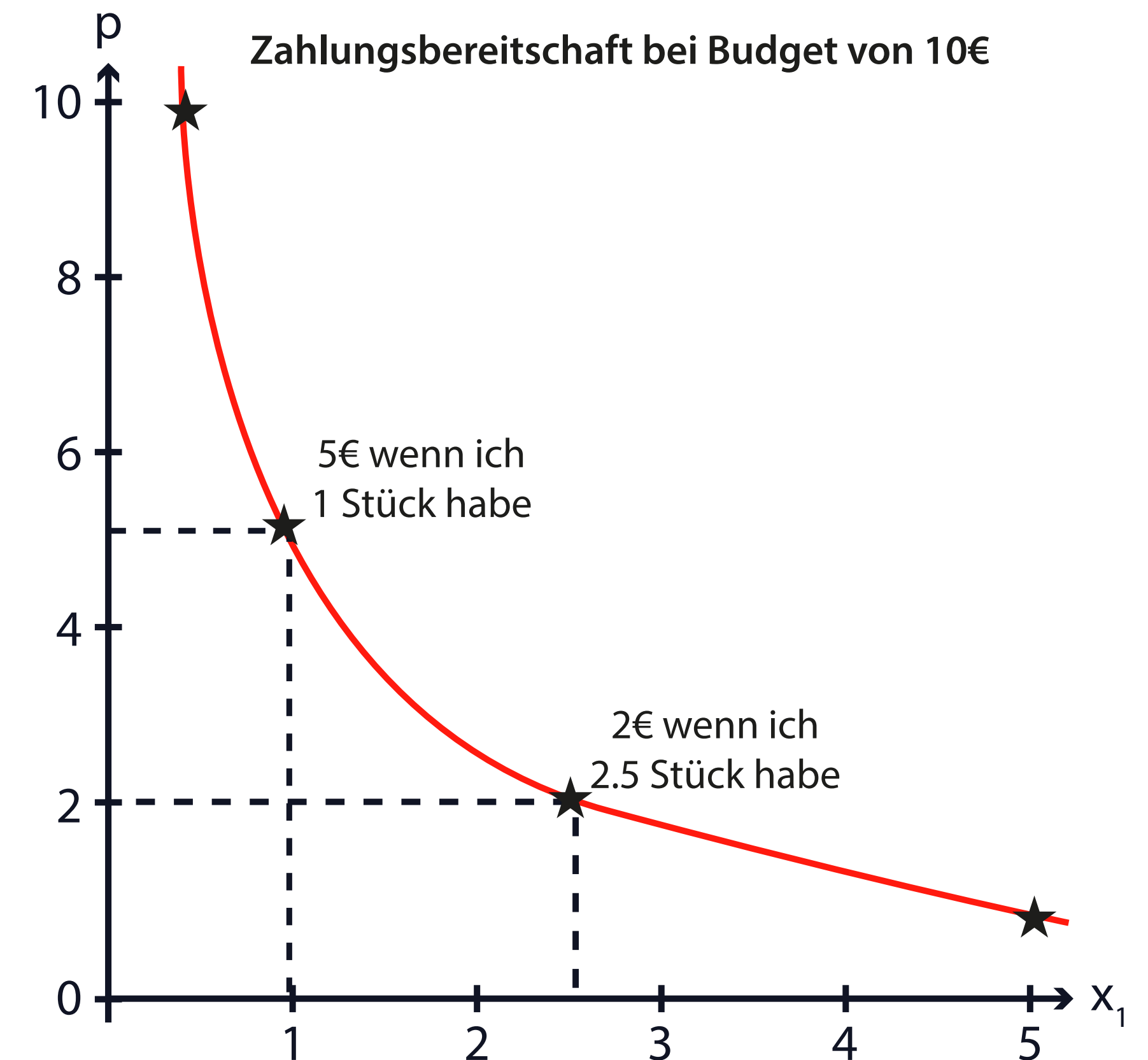


Allgemeines Ergebnis

Lösen wir die Nachfragefunktionen nach den Preisen auf, erhalten wir einen neuen Blickwinkel:

$$x_1^*(p_1, p_2, B) = \frac{B}{2p_1} \Leftrightarrow p_1(x_1) = \frac{B}{2x_1}$$

$$x_2^*(p_1, p_2, B) = \frac{B}{2p_2} \Leftrightarrow p_2(x_2) = \frac{B}{2x_2}$$

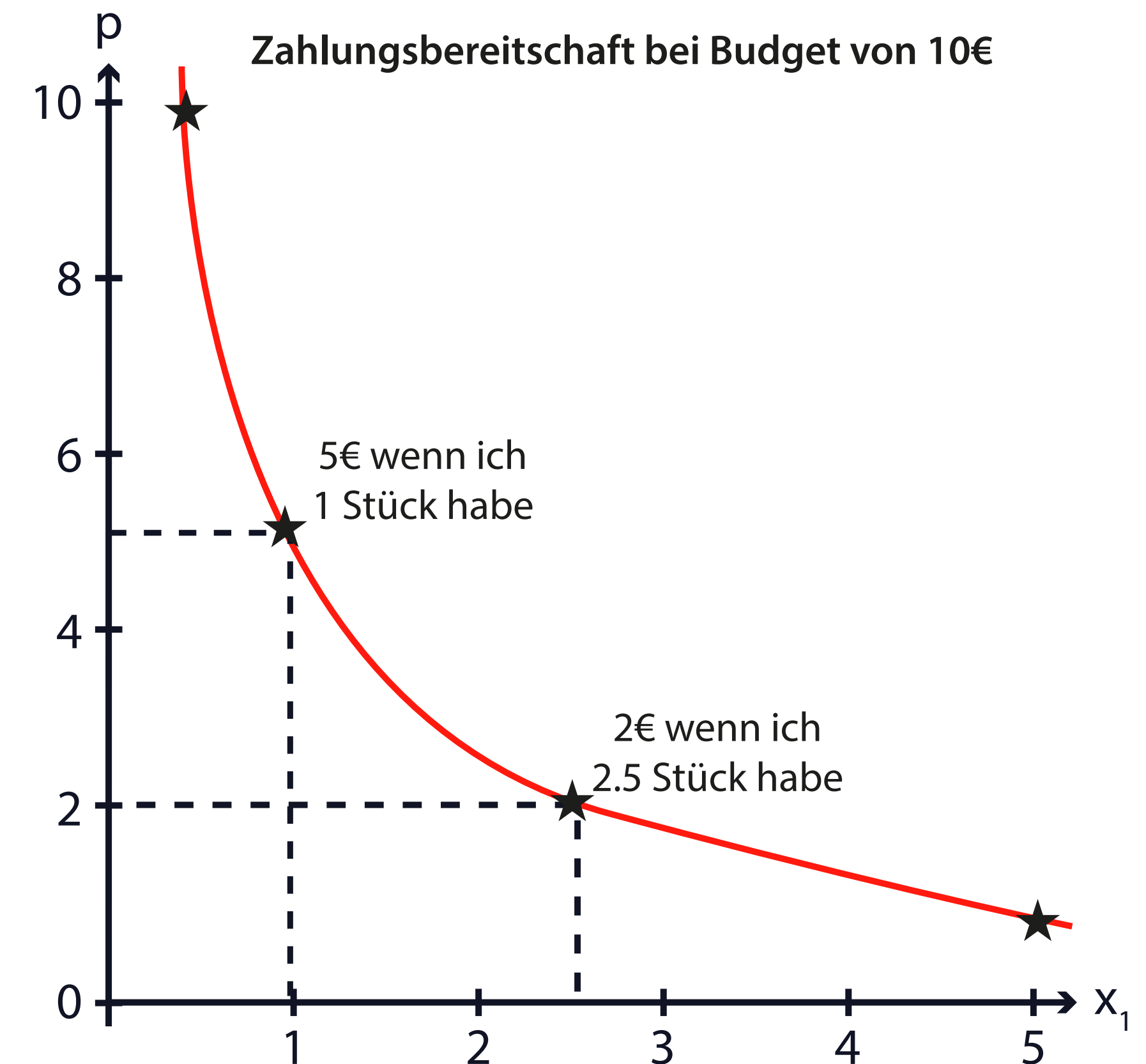


Allgemeines Ergebnis

Die umgeformten Gleichungen zeigen uns die Zahlungsbereitschaft unseres Haushalts für Äpfel und Birnen. Wie viel Geld ist der Haushalt bereit für ein Gut auszugeben?

$p_1(x_1) = \frac{B}{2x_1}$ für einen Apfel wenn er bereits x_1 Äpfel hat

$p_2(x_2) = \frac{B}{2x_2}$ für eine Birne wenn er bereits x_2 Birnen hat



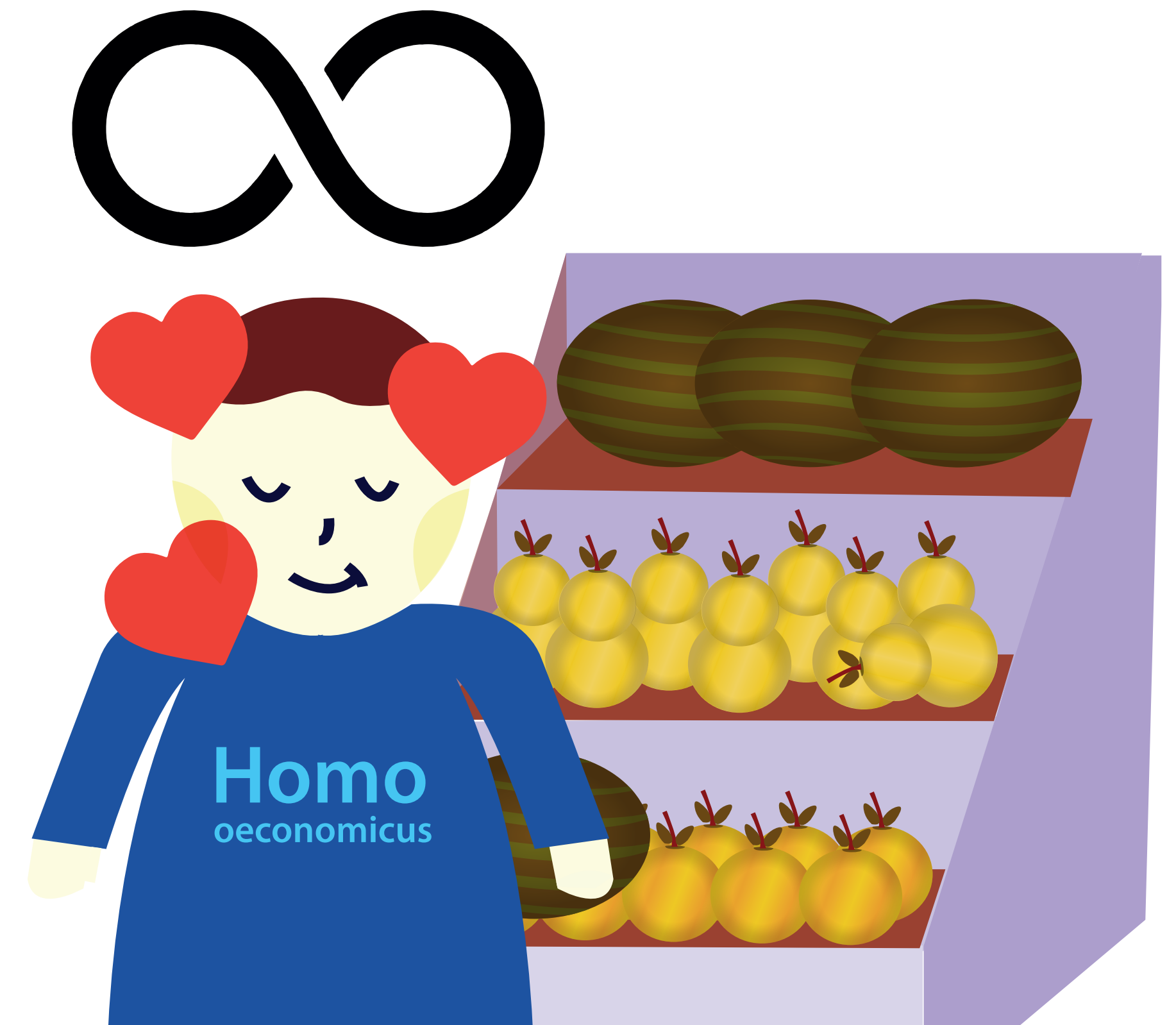
Allgemeines Ergebnis

Problem: Wenn der Konsument den Laden mit leeren Händen betritt, hat er für beide Obstsorten eine unendliche Zahlungsbereitschaft.

$$p_1(x_1) = \frac{B}{2x_1} \Rightarrow p_1(0) = \infty$$

$$p_2(x_2) = \frac{B}{2x_2} \Rightarrow p_2(0) = \infty$$

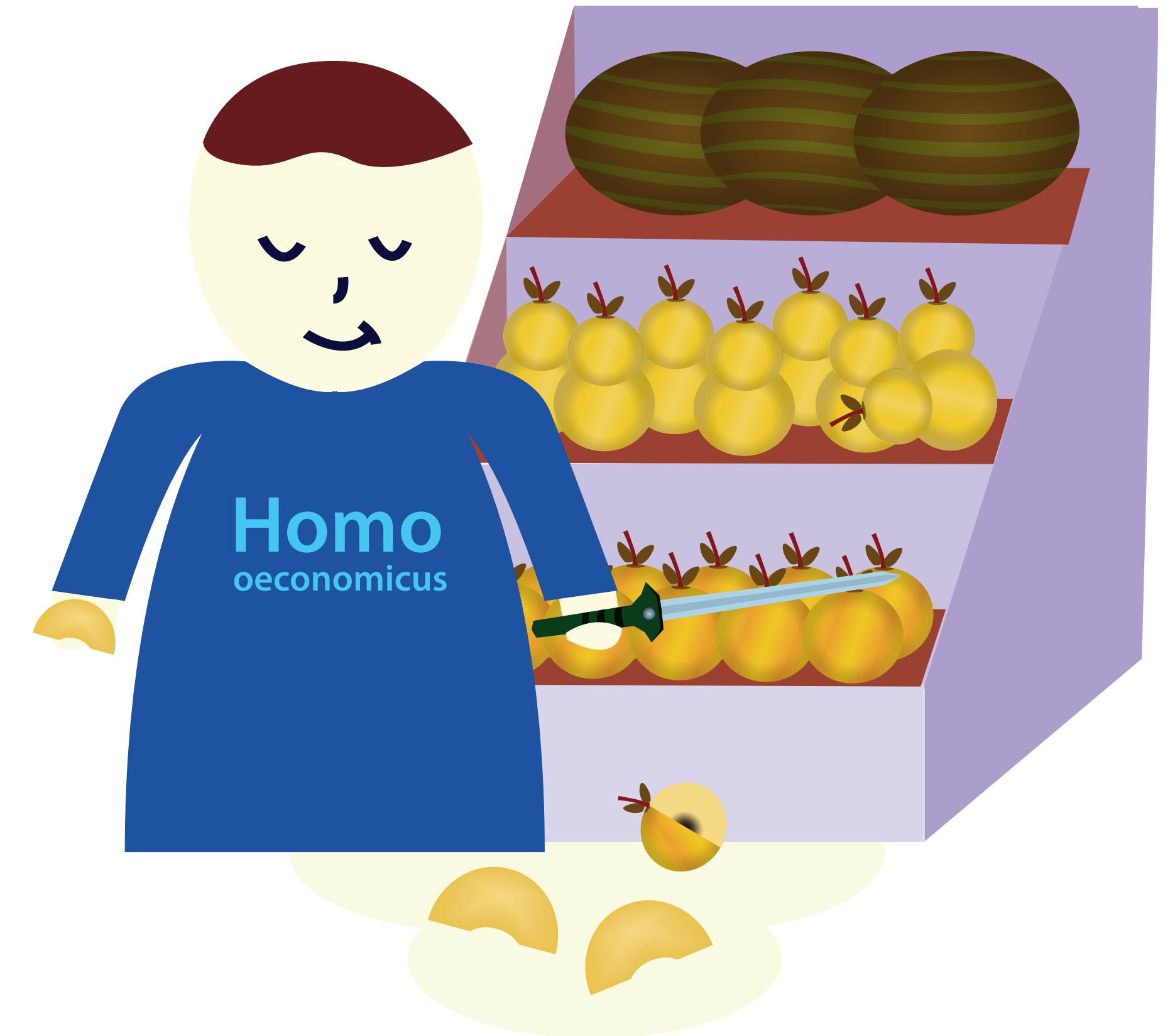
Würde er folglich unendlich viel Geld für einen Apfel ausgeben?!



Allgemeines Ergebnis

Die unendliche Zahlungsbereitschaft gilt nur für eine unendlich kleine Menge. Sobald der Haushalt auch nur ein millionstel Apfel hat, ist sie nicht mehr unendlich.

Der Haushalt betrachtet die Preisschilder und vergleicht diese mit seiner aktuellen Zahlungsbereitschaft. Ist diese mindestens so hoch wie der verlangte Preis, nimmt er sich ein unendlich kleines Stückchen ...

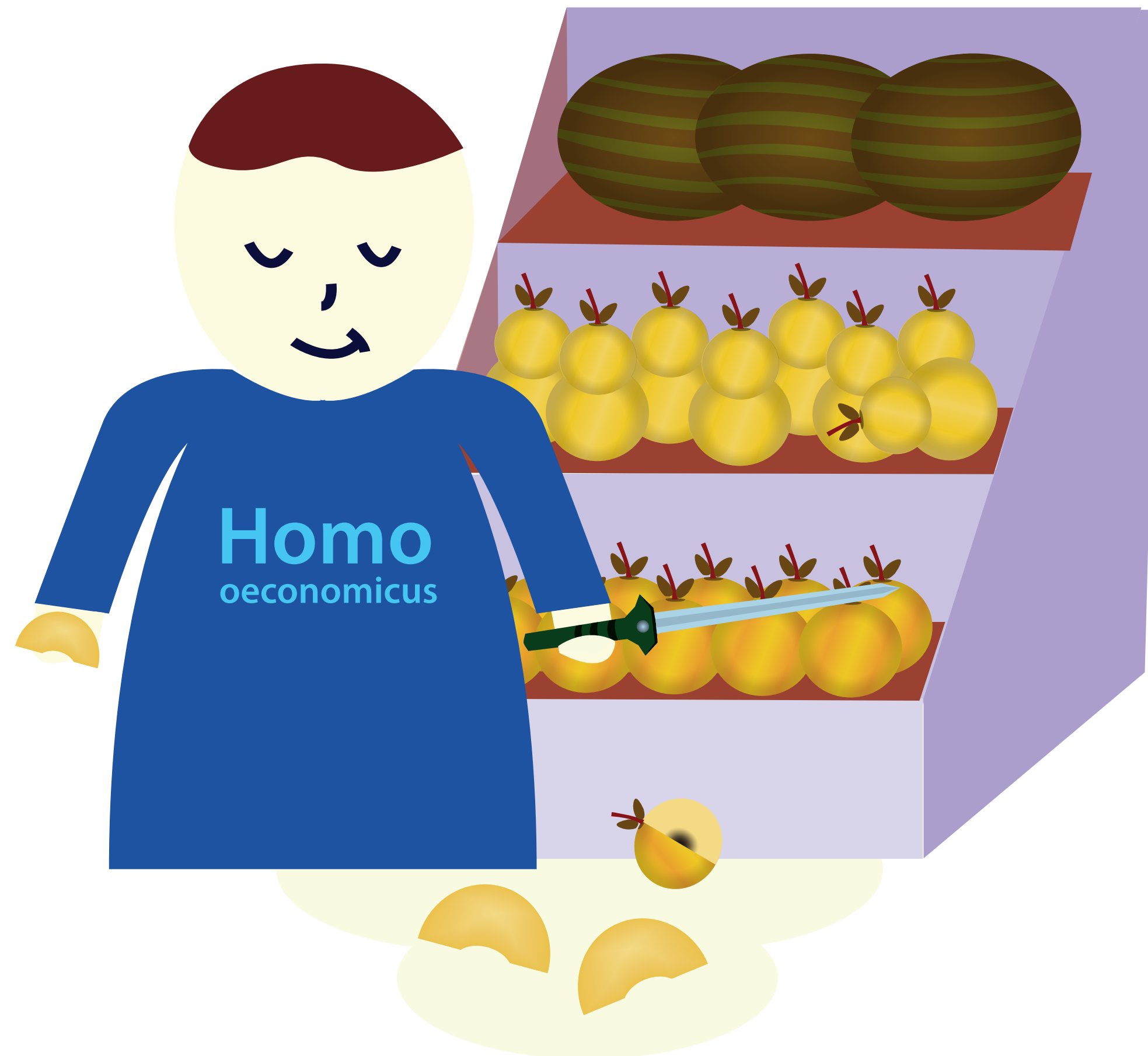


Allgemeines Ergebnis

...und aktualisiert danach seine Zahlungsbereitschaft. Ist diese noch weiterhin größer als der geforderte Preis, nimmt er sich ein weiteres unendlich kleines Stückchen.

Sobald die Menge groß genug ist, damit seine Zahlungsbereitschaft genau auf den Preis fällt, hört er auf sich mehr zu nehmen und geht zur Kasse.





Schneide ein unendlich
kleines Stückchen ab!

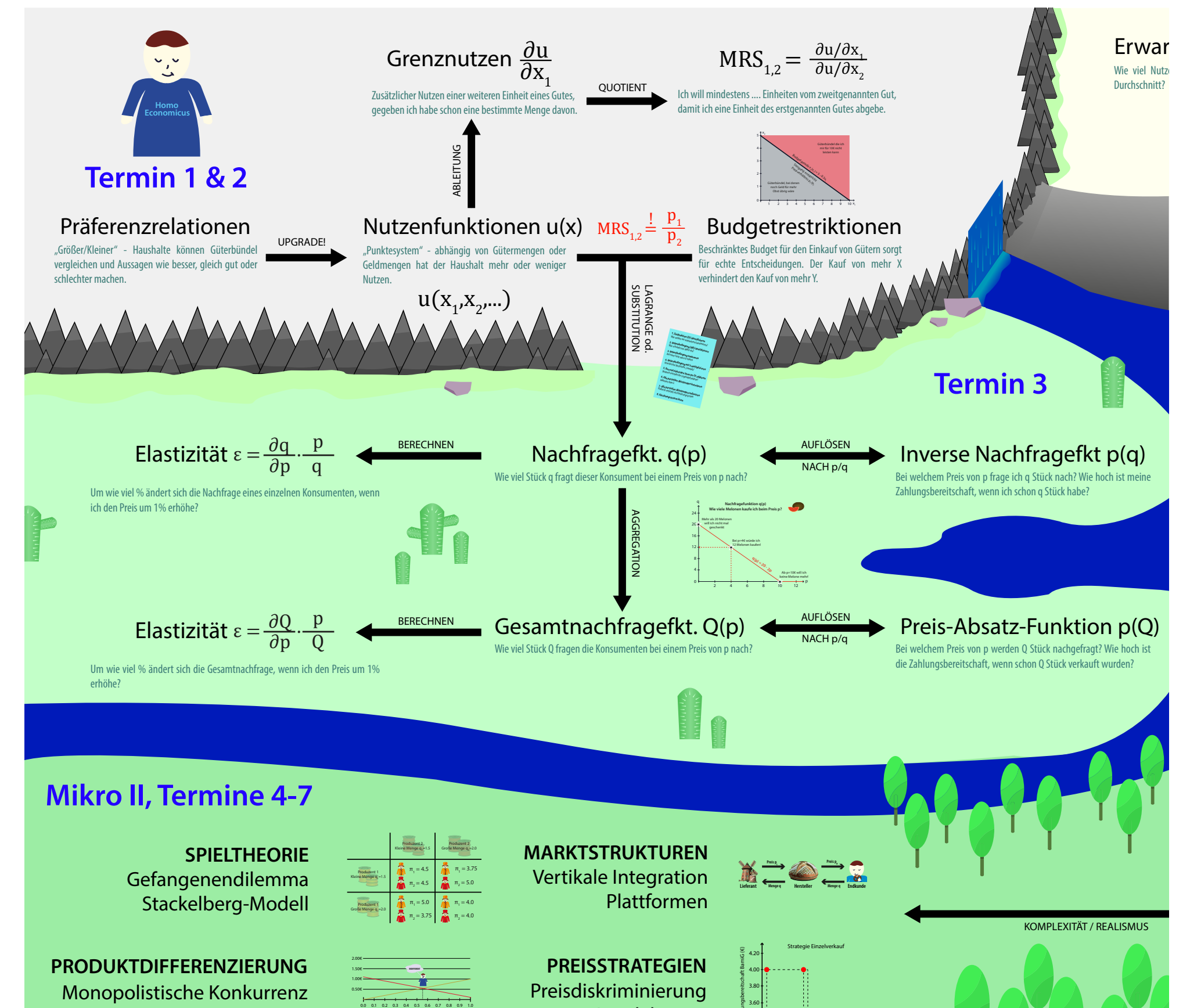
Ist meine Zahlungsbereit-
schaft größer als der Preis?



Halfway Point

Zwischenergebnis Aus der Nutzenmaximierung eines Haushaltes unter Budgetrestriktion erhalten wir:

- Eine **Nachfragefunktion**, die uns angibt, wie viel der Haushalt von einem Gut bei einem bestimmten Preis kauft.
- Eine **inverse Zahlungsbereitschaft**, die uns angibt, wie viel der Haushalt bereit ist, für eine weitere Einheit des Gutes zu bezahlen, wenn er bereits soundsoviel hat.



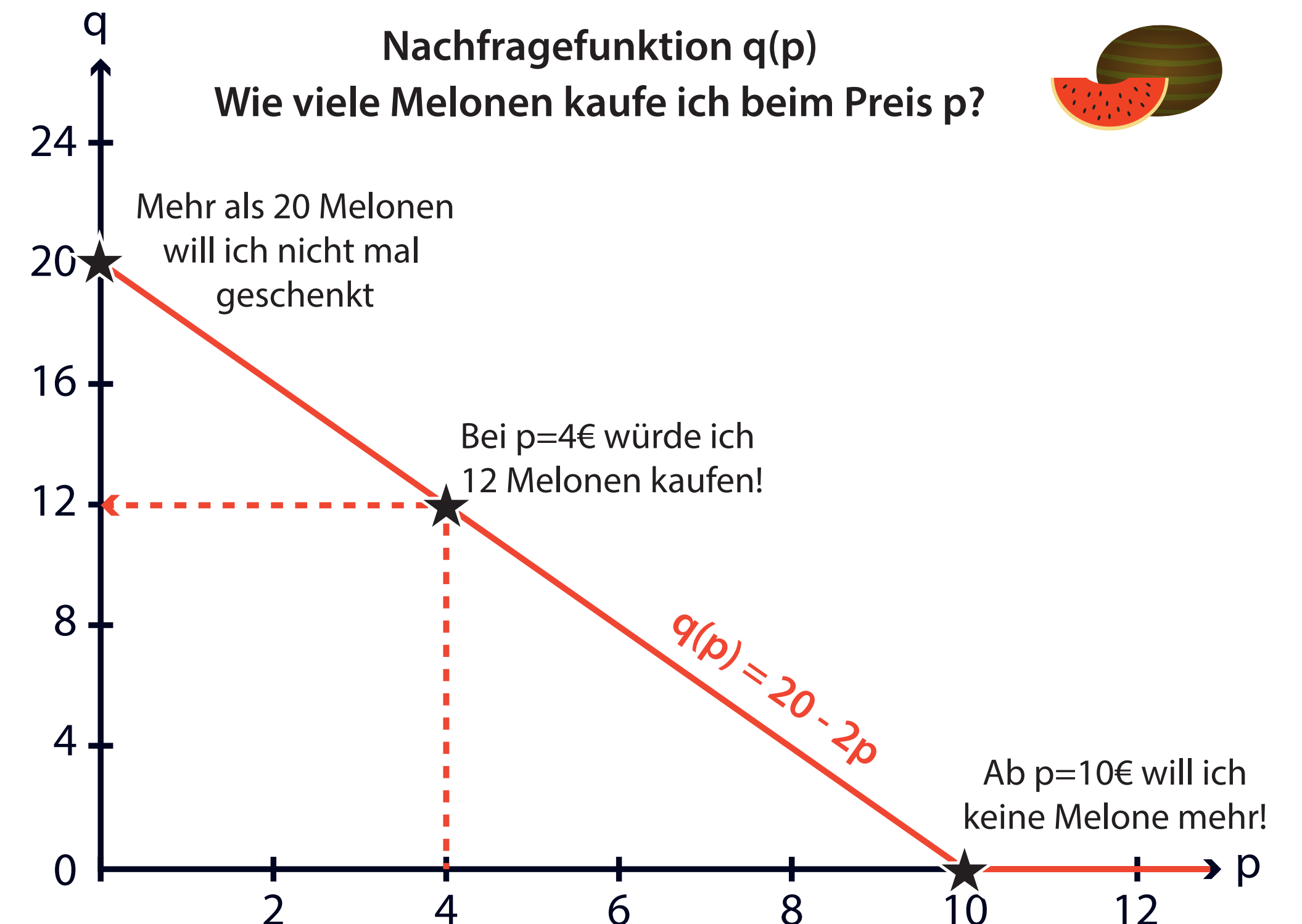
Nachfragefunktionen

Wir arbeiten weiter mit einer einfachen linearen Nachfragefunktion, die von einem Gut abhängt.

Der Preis für eine Melone sei p und die Nachfrage des Haushalts nach Melonen sei beschrieben durch:

$$q(p) = 20 - 2p$$

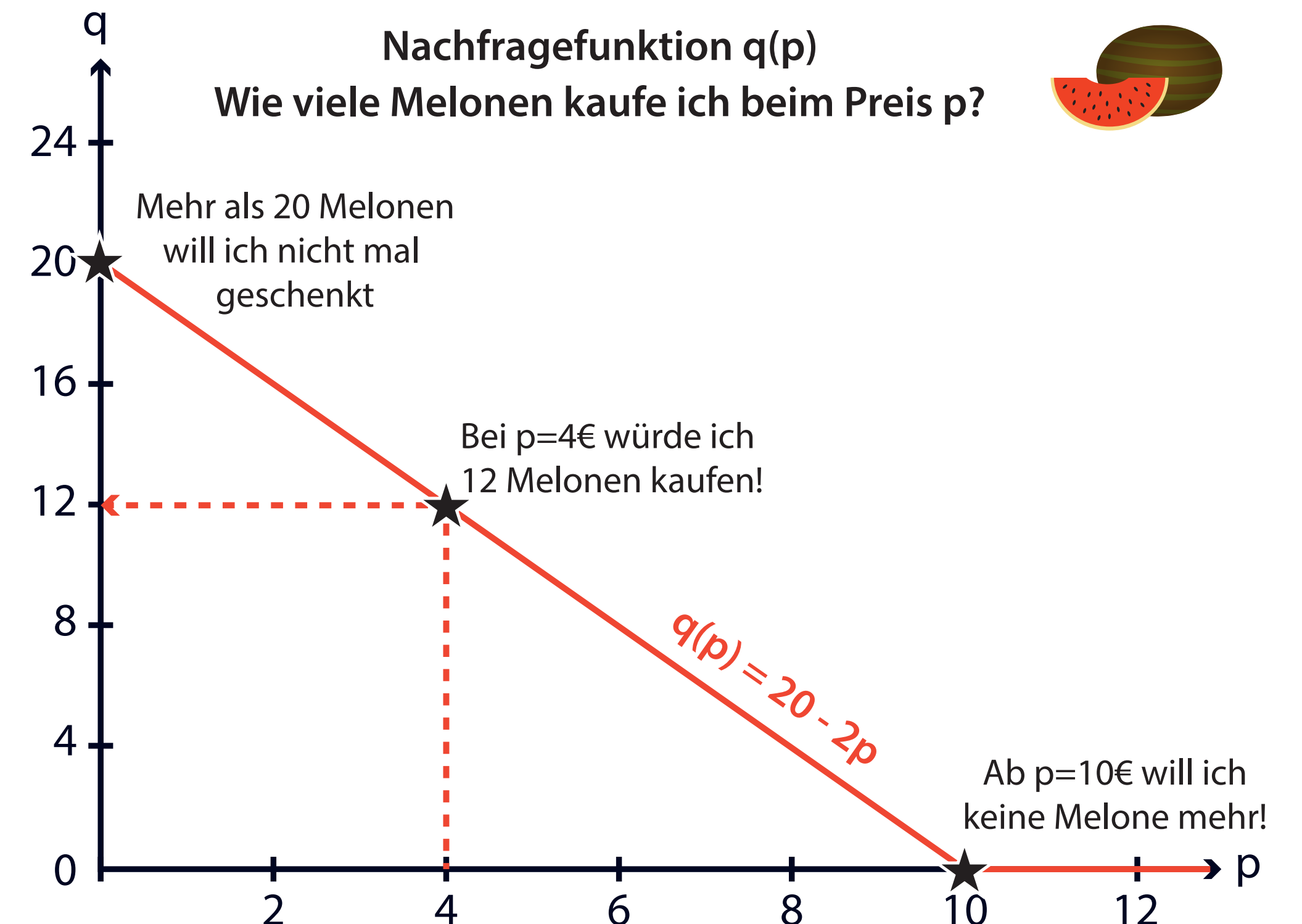
Diese Nachfragefunktion $q(p)$ beschreibt die Menge an Melonen, die unser Haushalt bei einem geforderten Preis p kaufen würde.



Nachfragefunktionen

Bei 20 Melonen ist die **Sättigungsmenge** des Haushaltes erreicht. Selbst wenn er die Melonen geschenkt bekommt, möchte er nicht mehr davon haben.

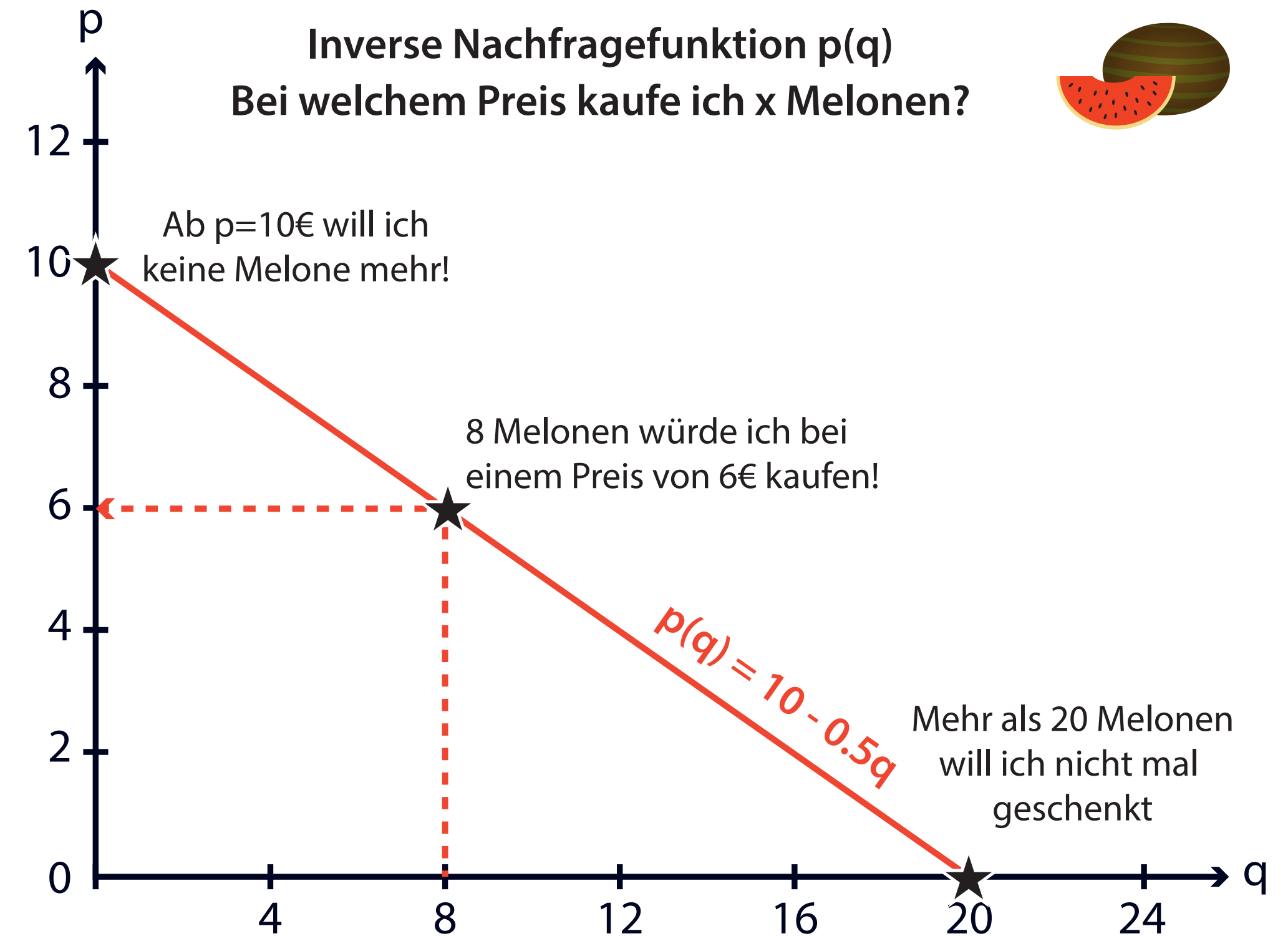
Für jeden €, den die Melone kostet, kauft er 2 Melonen weniger. Ab dem **Prohibitivpreis** von 10€ kauft er gar keine Melonen mehr.



Nachfragefunktionen

Stellen wir diese Funktion nach dem Preis p um, erhalten wir die Zahlungsbereitschaft p bei einer bereits gekauften Menge q :

$$\begin{aligned} q &= 20 - 2p && | - 20 \\ \Leftrightarrow q - 20 &= -2p && | : 2 \\ \Leftrightarrow p(q) &= 10 - 0.5q \end{aligned}$$

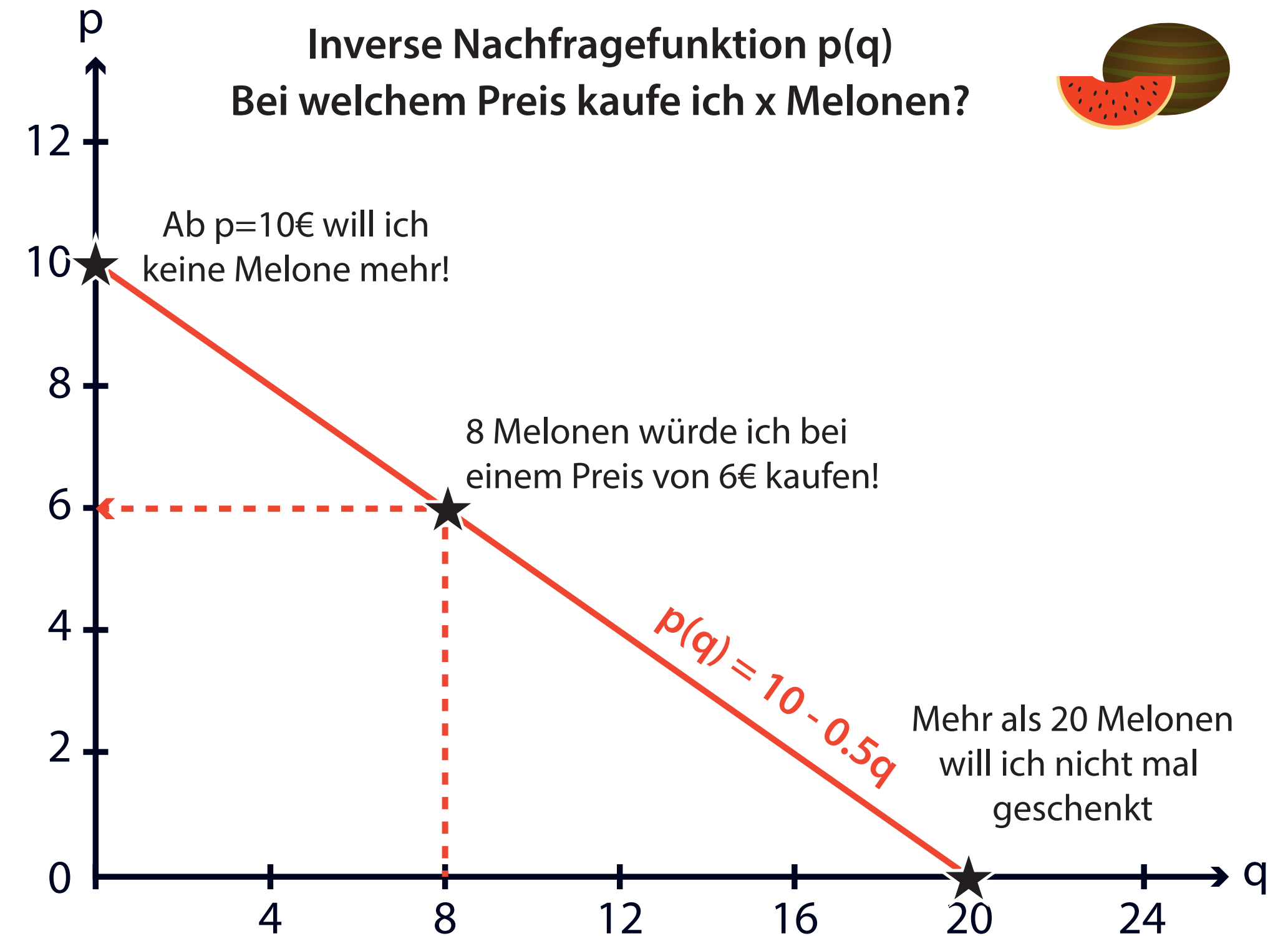


Nachfragefunktionen

Die Zahlungsbereitschaft zeigt uns das Ganze umgekehrt:

Er würde den **Prohibitivpreis** von 10€ zahlen, wenn er noch keine Melone hat.

Mit jeder Melone sinkt die Zahlungsbereitschaft um 50ct. Sobald er mindestens 20 Melonen hat, ist seine **Sättigungsmenge** erreicht und er würde eine weitere Melone nicht mal geschenkt nehmen.

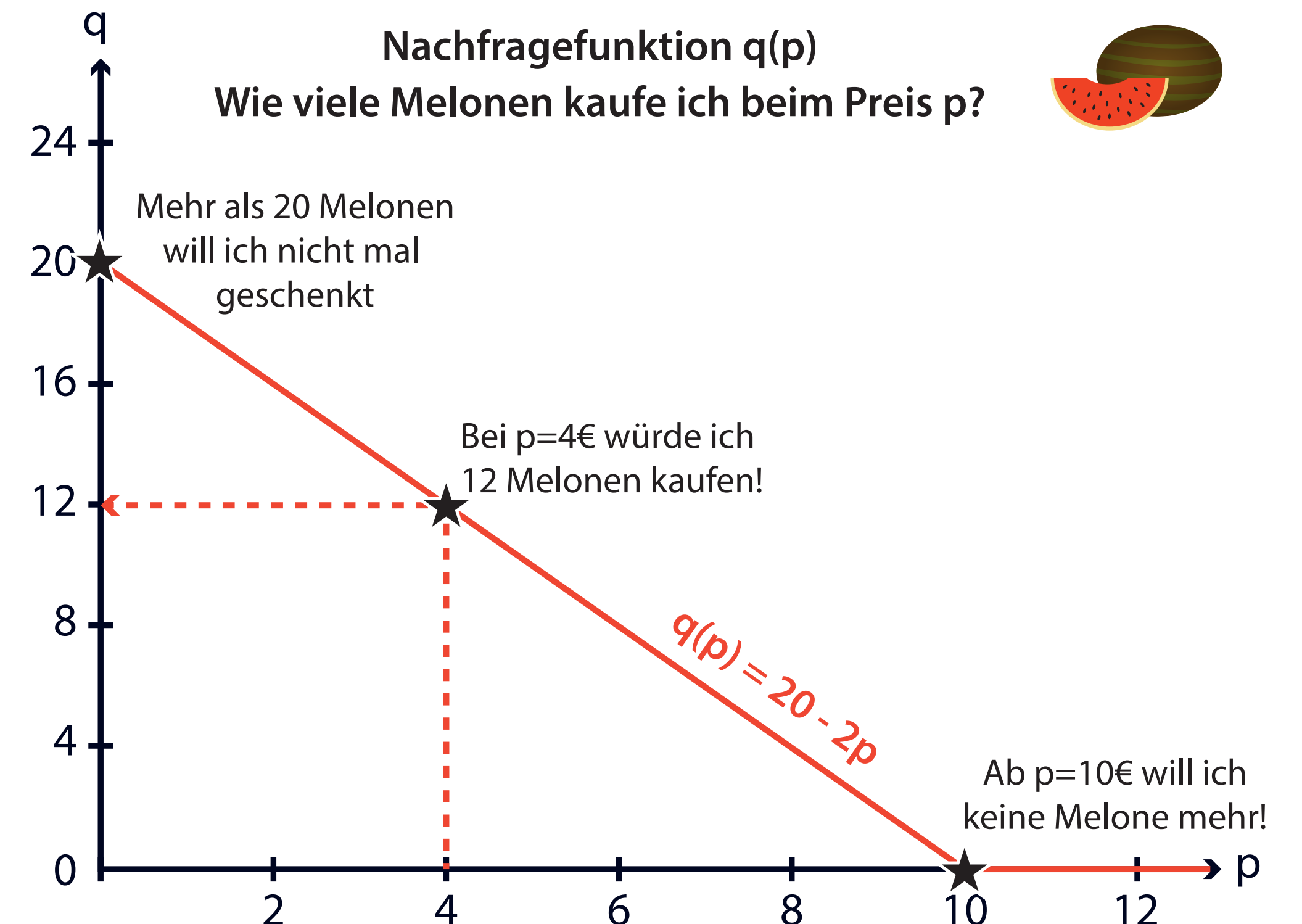


Nachfrageaggregation

Unsere Nachfragefunktion ist eine individuelle Nachfragefunktion. Sie zeigt die Nachfrage eines einzelnen Kunden.

Weder eine Volkswirtschaft, noch ein kleiner Supermarkt funktioniert mit einem einzelnen Haushalt.

Wie bilden wir aus der individuellen Nachfrage vieler Haushalte eine Gesamtnachfrage?

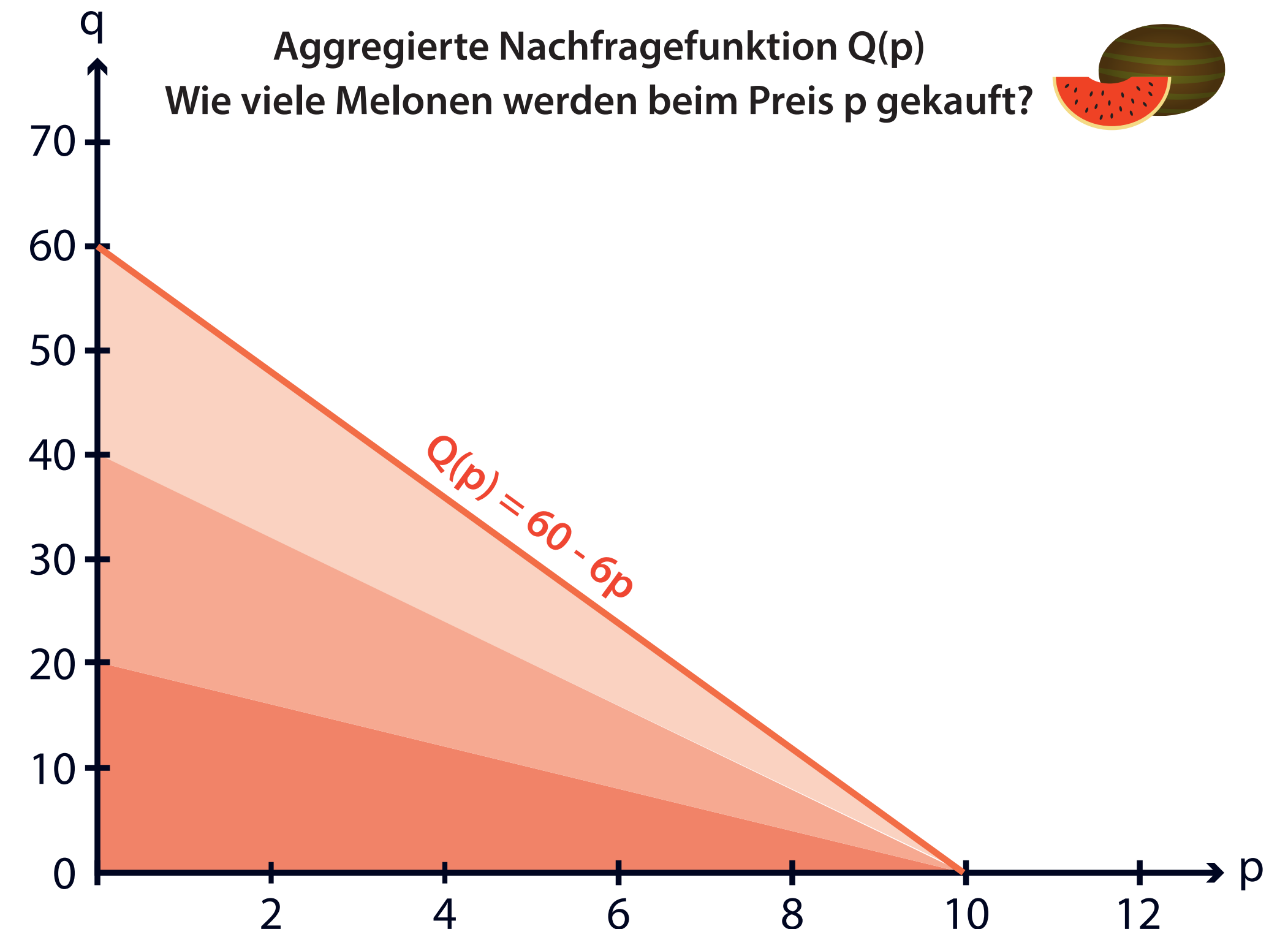


Nachfrageaggregation

Wir definieren die Gesamtnachfragefunktion $Q(p)$ als die Nachfrage aller Haushalte bei einem Preis p .

Wir erhalten $Q(p)$ indem wir über alle individuellen Nachfragen, $q_i(p)$ summieren. Dabei müssen wir aufpassen, dass keine der individuellen Nachfragen unter 0 fallen darf!

$$Q = \sum_i \max(q_i, 0)$$



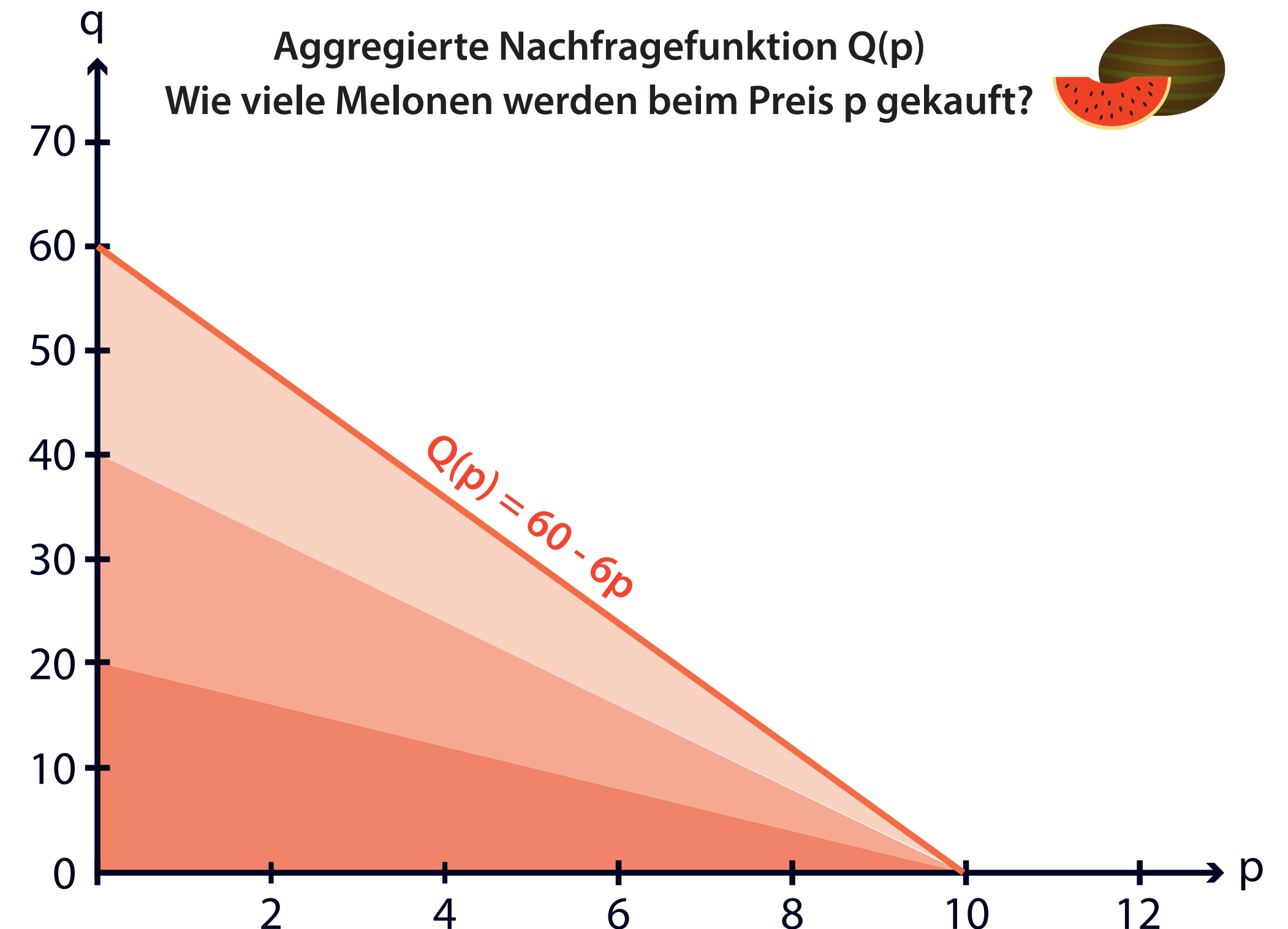
Nachfrageaggregation

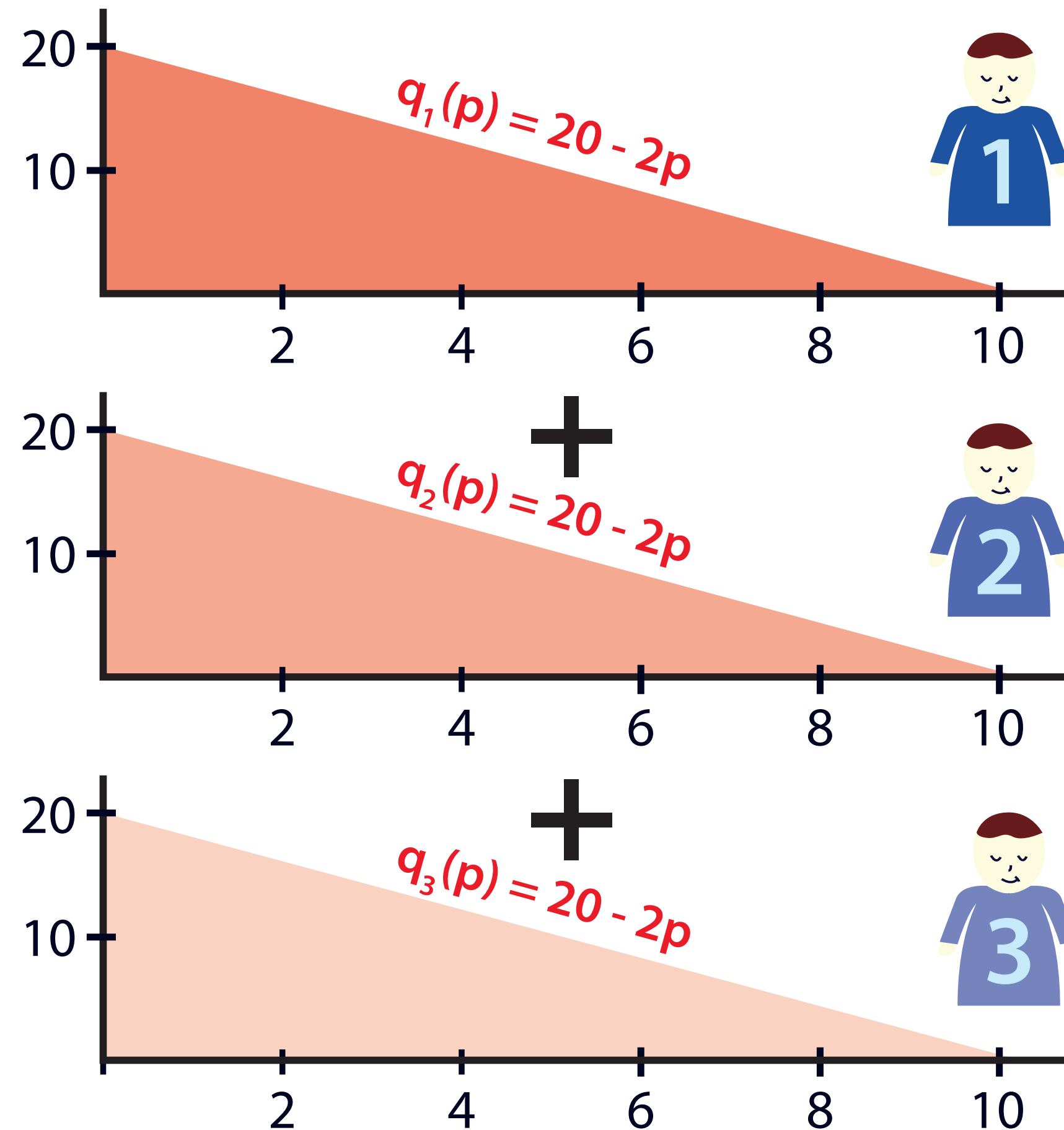
Sind die individuellen Nachfragefunktionen identisch, müssen wir uns darüber keine Sorge machen Beispiel:

$$q_1(p)=20-2p \quad q_2(p)=20-2p \quad q_3(p)=20-2p$$

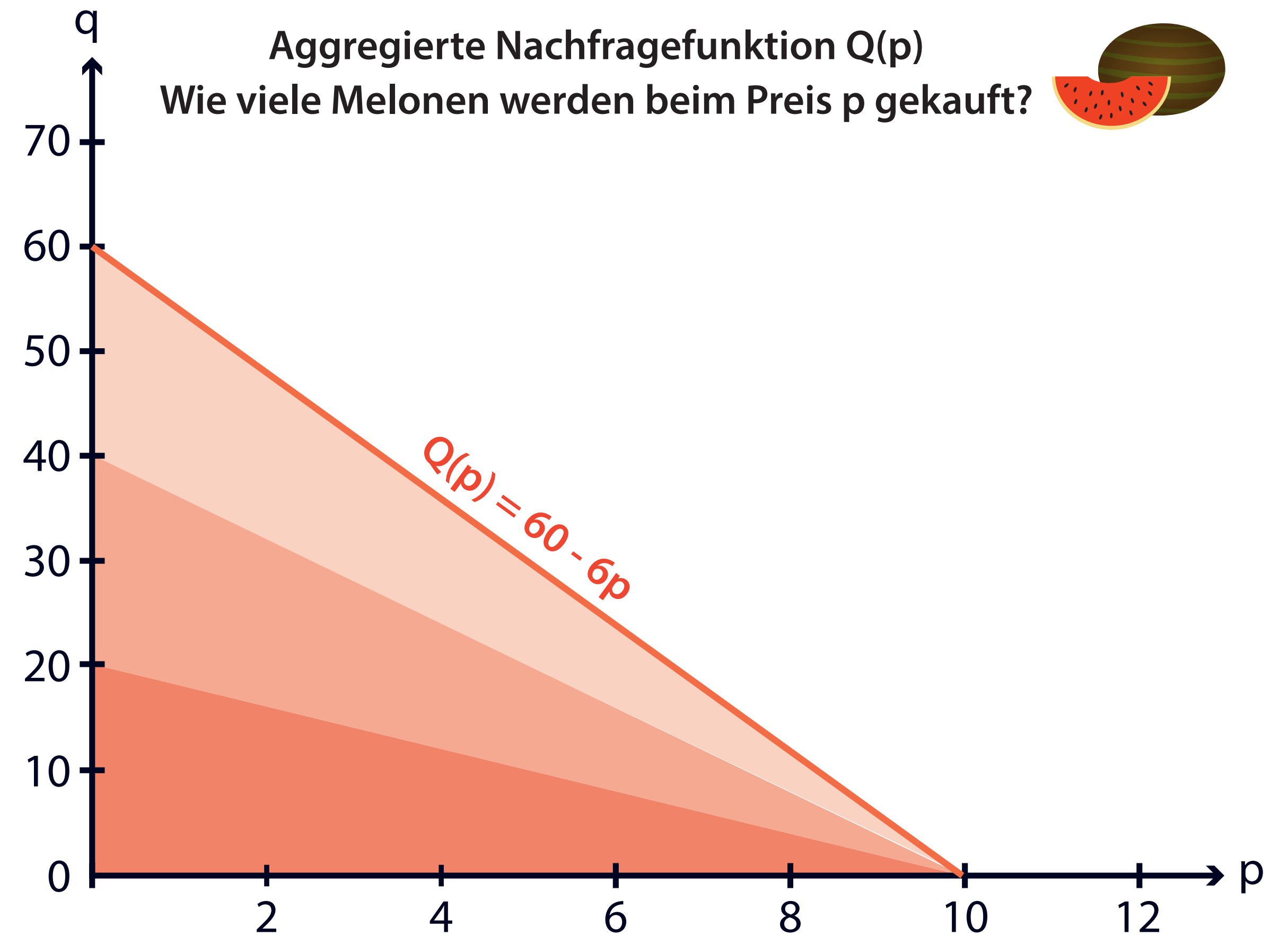
Die Gesamtnachfrage Q ist einfach die Summe:

$$Q(p) = q_1(p) + q_2(p) + q_3(p) = 60-6p$$





=

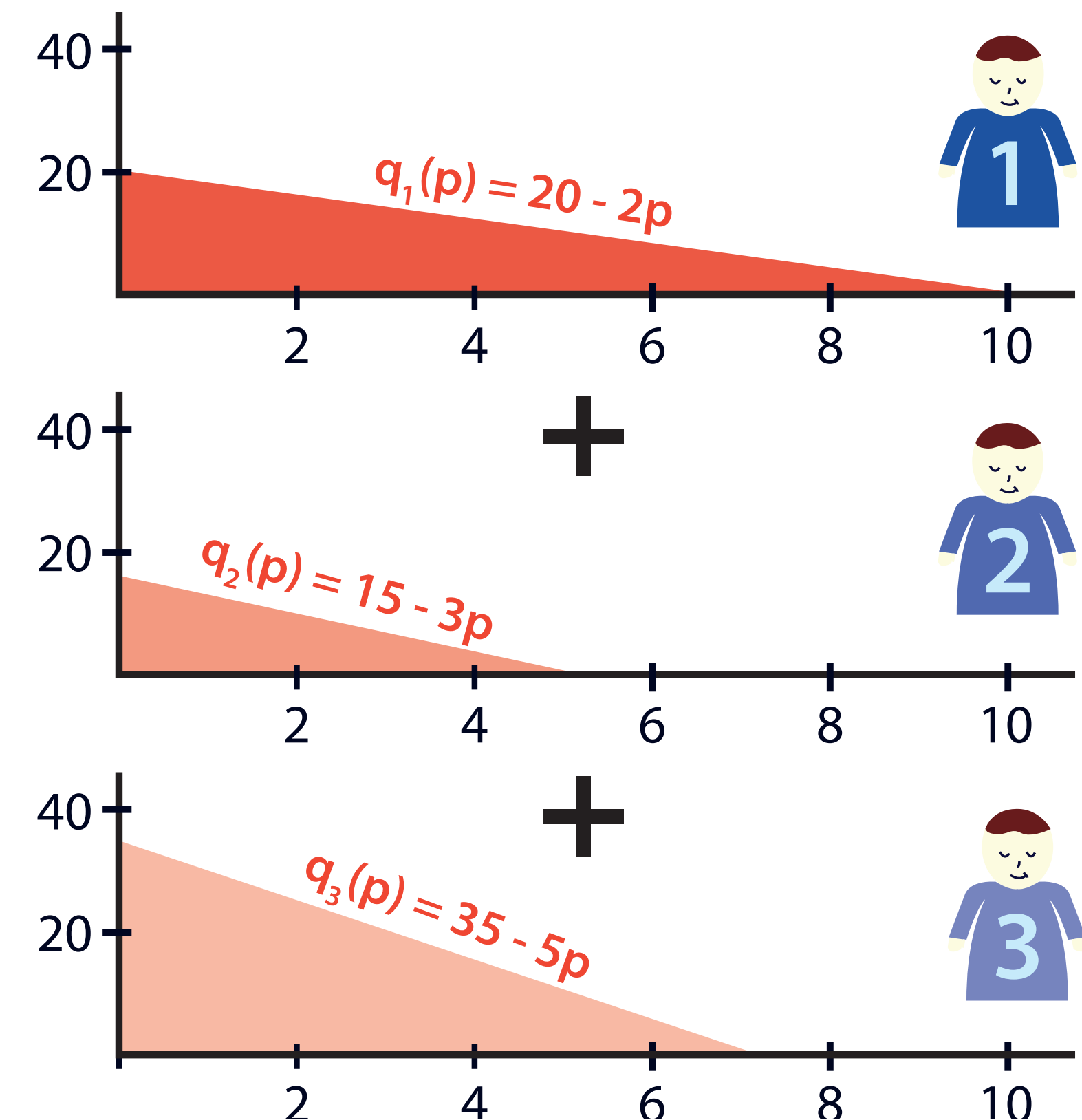


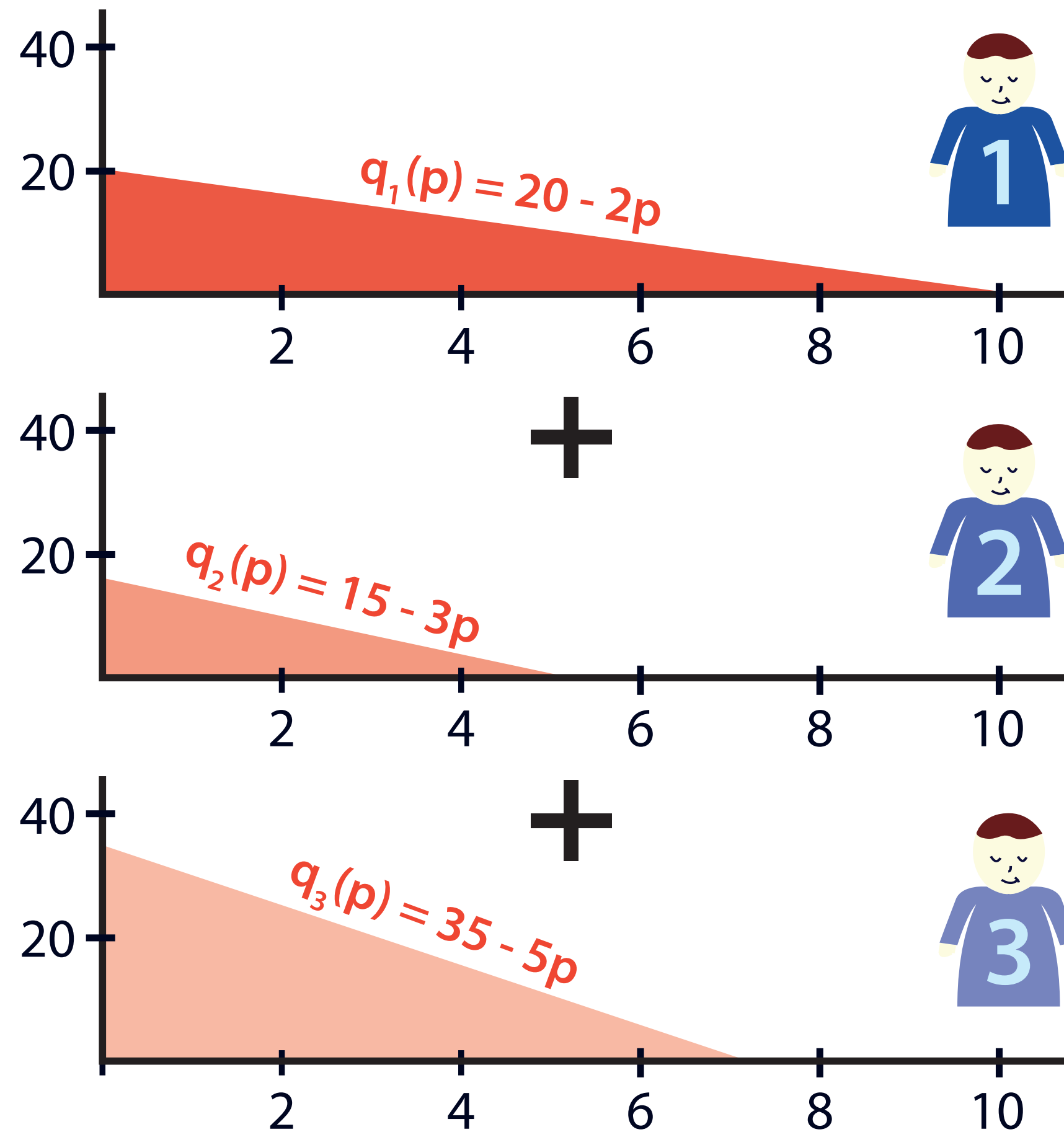
Nachfrageaggregation

Sind die individuellen Nachfragefunktionen unterschiedlich, müssen wir die Nachfragen stückweise aggregieren.

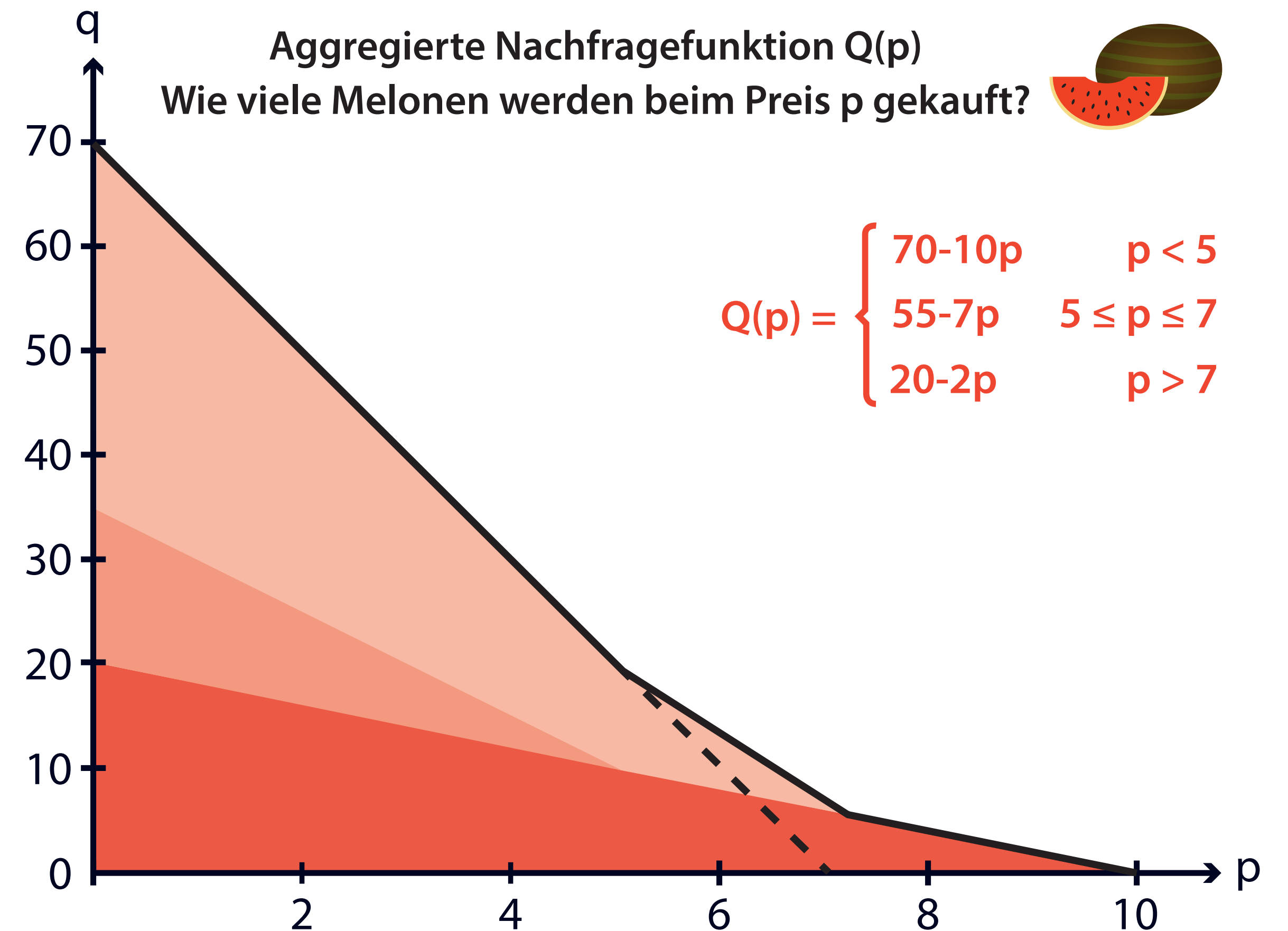
$$q_1(p)=20-2p \quad q_2(p)=15-3p \quad q_3(p)=35-5p$$

Preis unter 5	Summiere über alle Haushalte
Preis von 5 bis 7	Summiere über Haushalte 1 und 3
Preise über 7	Summiere über Haushalt 1





=



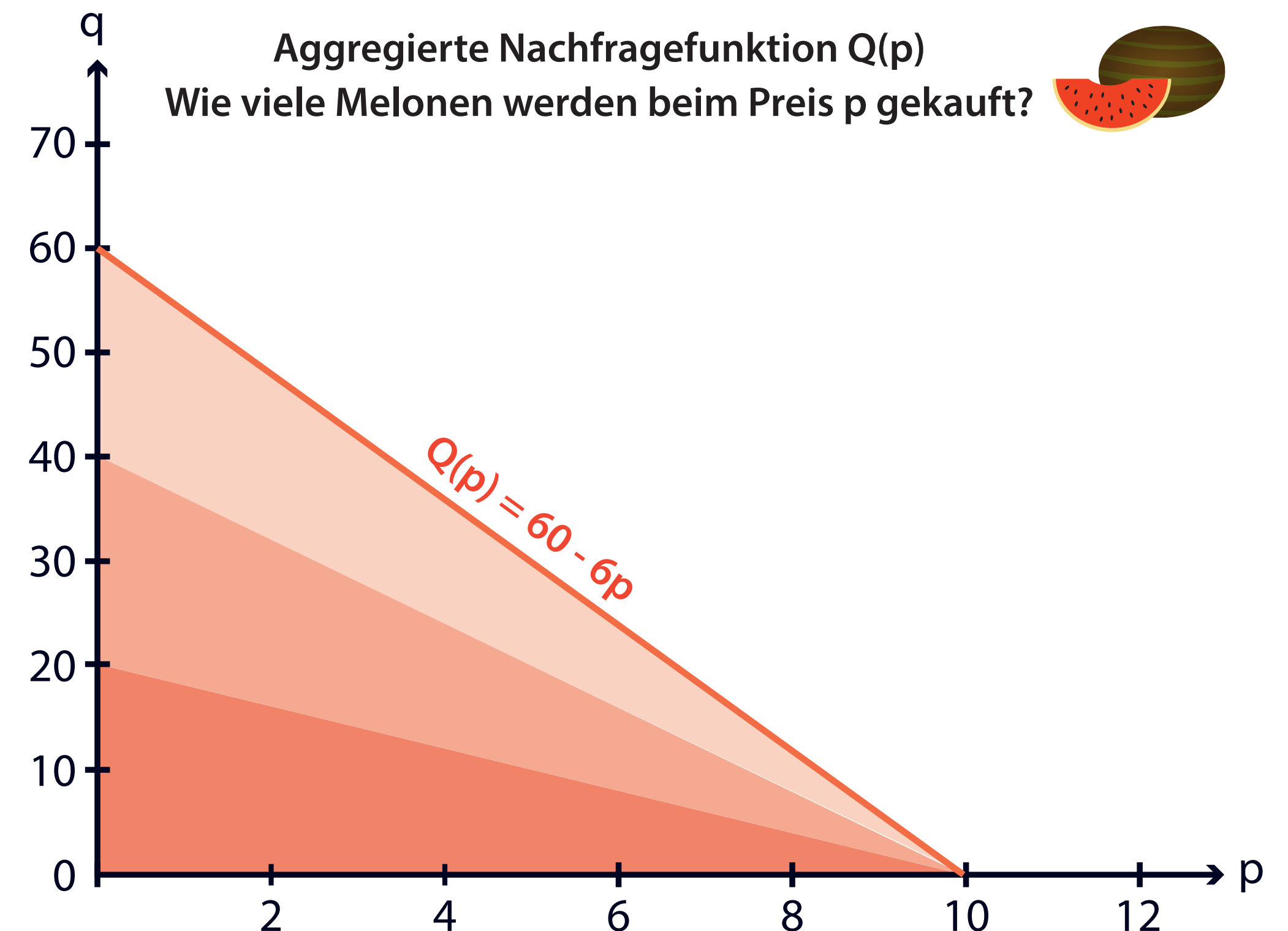
Nachfrageelastizität

Wir betrachten die Gesamtnachfragefunktion:

$$Q(p) = q_1(p) + q_2(p) + q_3(p) = 60 - 6p$$

Bei höheren Preisen wird weniger nachgefragt. Aber wie stark ist der Zusammenhang?

Aus Sicht des Verkäufers: Um wie viel % fällt die Nachfrage, wenn ich den Preis um 1% hochschraube?



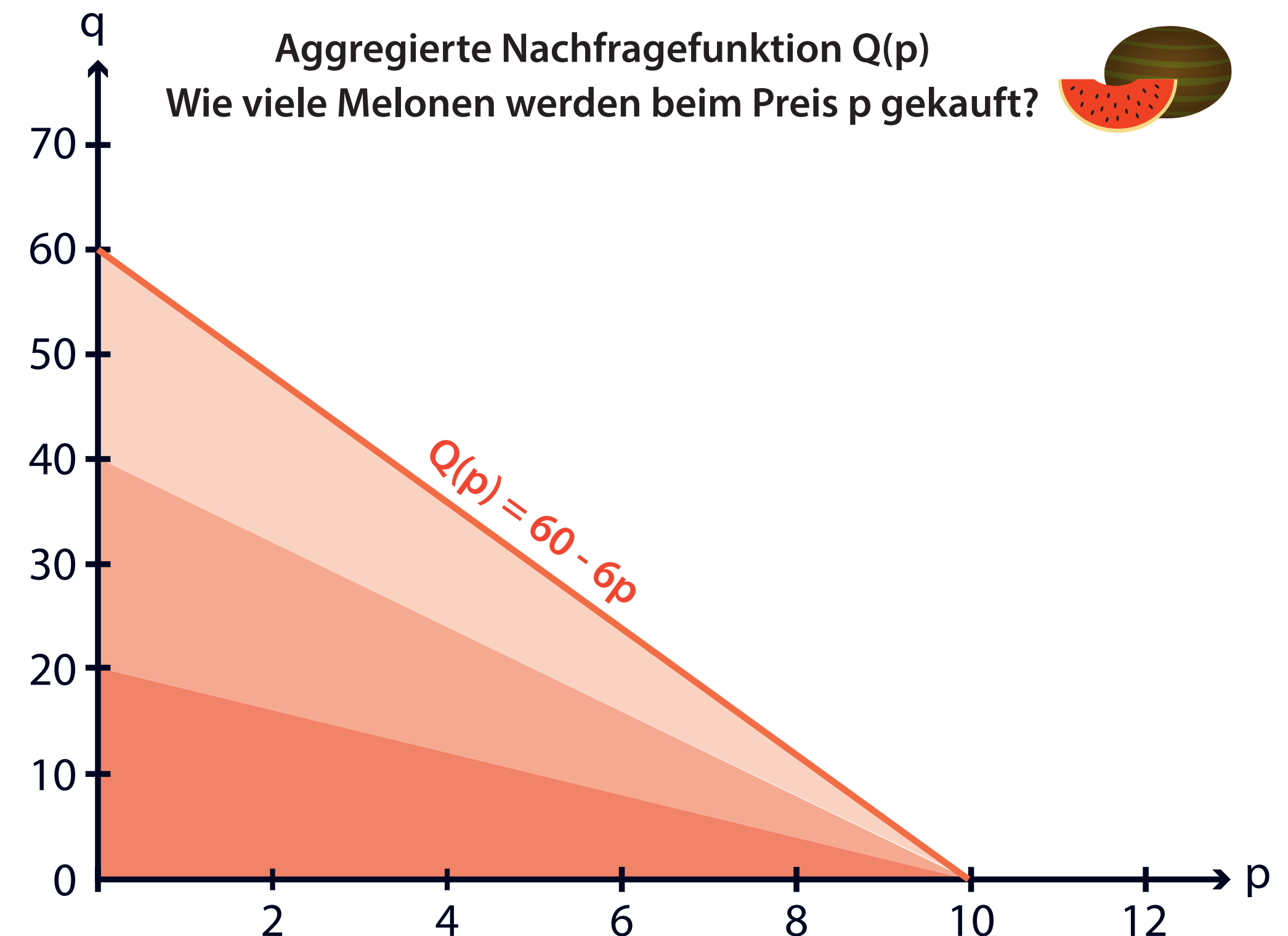
Nachfrageelastizität

Die **Nachfrageelastizität** beschreibt, wie stark die Nachfrage nach einem Gut auf eine Preisänderung reagiert:

$$\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q}$$

Die Ableitung beschreibt die absolute Änderung: Um wie viel Stück sinkt die Nachfrage, wenn der Preis um 1€ erhöht wird?

Durch den Bruch dahinter erhalten wir die %-Interpretation.



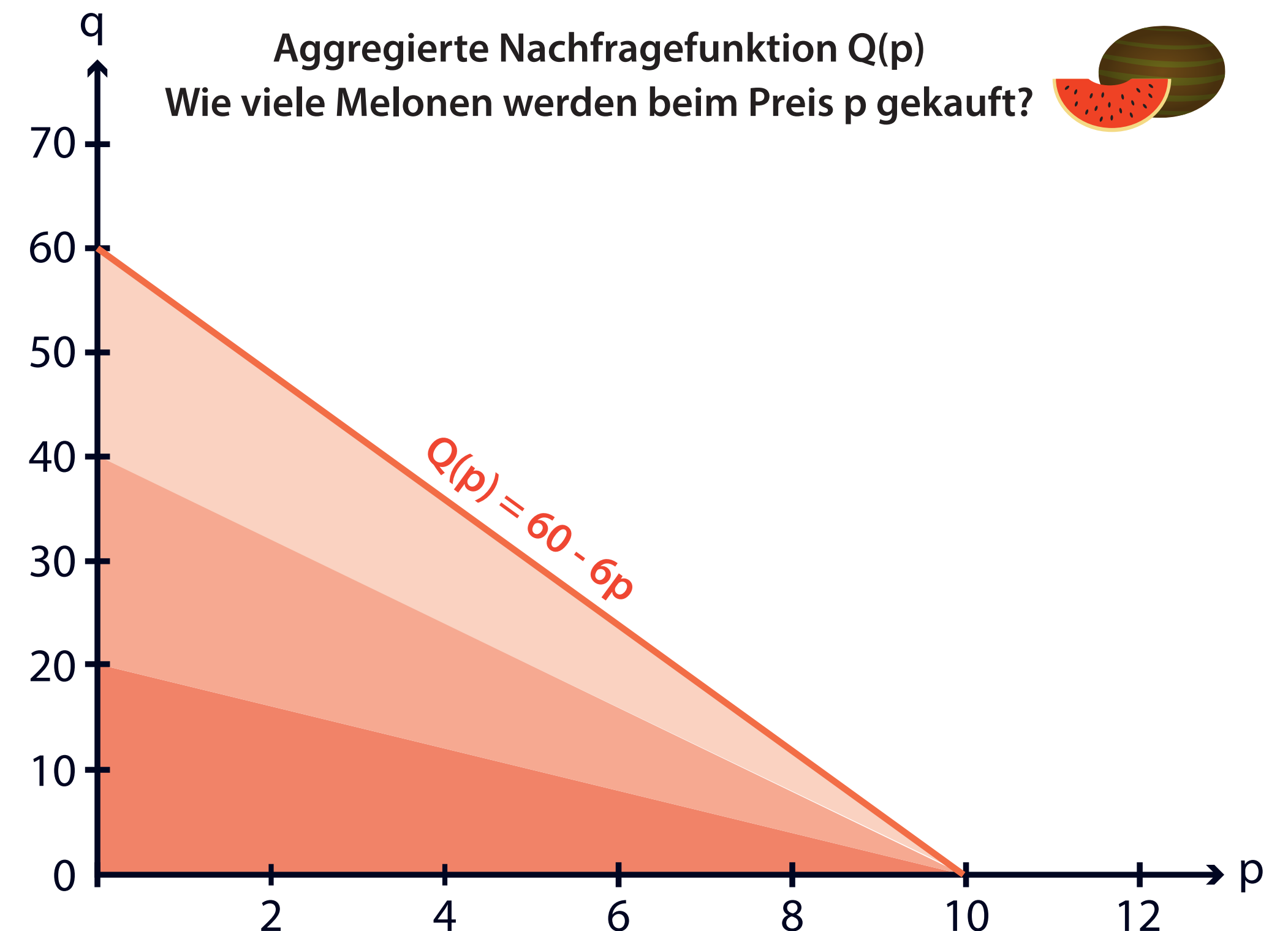
Nachfrageelastizität

Die **Nachfrageelastizität** beschreibt, wie stark die Nachfrage nach einem Gut auf eine Preisänderung reagiert:

$$\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q}$$

Beispiel mit $Q(p)=60-6p$, einem Preis von $p=5$ und folglich einer Menge von $Q(5)=30$

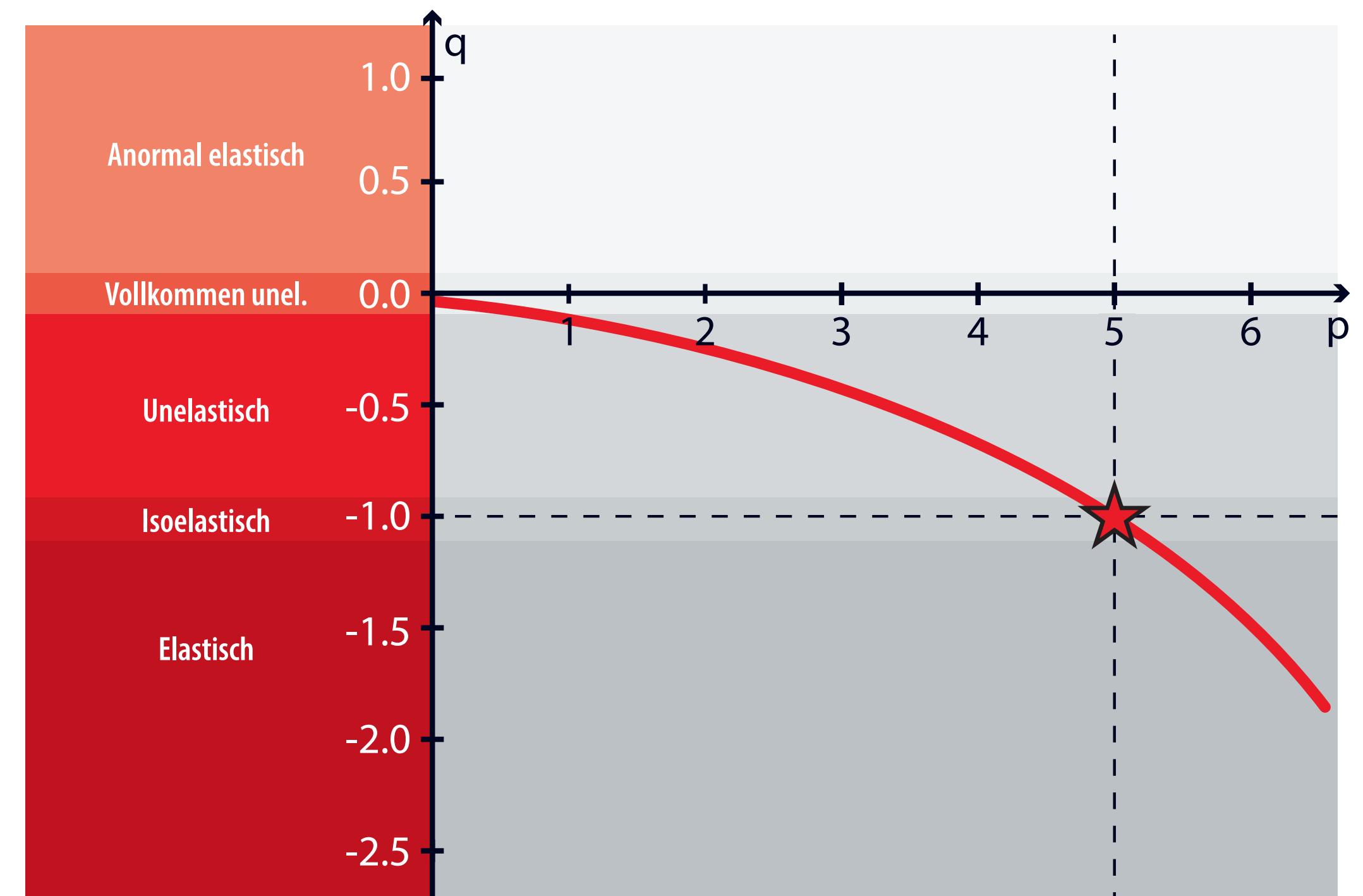
$$\varepsilon = \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q} = -6 \cdot \frac{5}{30} = -1$$



Nachfrageelastizität

Wenn wir dieses Ergebnis mit Zahlenbeispielen prüfen, stellen wir jedoch fest, dass das dieses Verhältnis nur für sehr kleine Preisänderungen gilt!

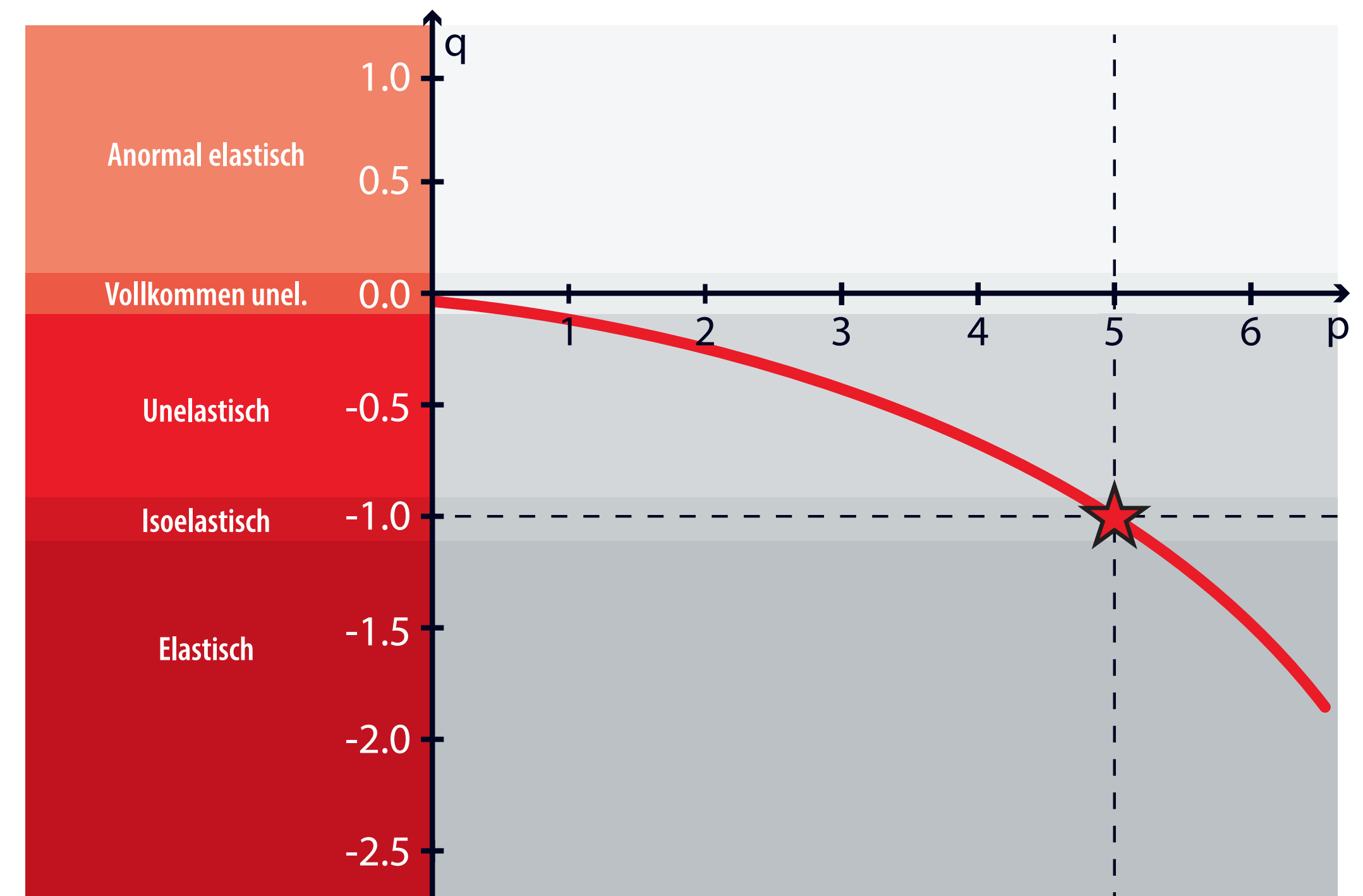
Bei der von uns gewählten linearen Nachfragefunktion hängt die Elastizität vom aktuellen Preis des Gutes ab.



Nachfrageelastizität

Die hier gezeigte Kurve können wir auch rechnerisch bestimmen. Dazu setzen wir in die Formel für die Elastizität statt Beispielzahlen die Nachfragefunktion $Q(p)$ ein!

$$\begin{aligned}
 Q(p) &= 60 - 6p \\
 \varepsilon &= \frac{\partial Q}{\partial p} \cdot \frac{p}{Q} = -6 \frac{p}{Q(p)} \\
 &= -6 \frac{p}{60 - 6p} \\
 &= \frac{p}{p - 10}
 \end{aligned}$$

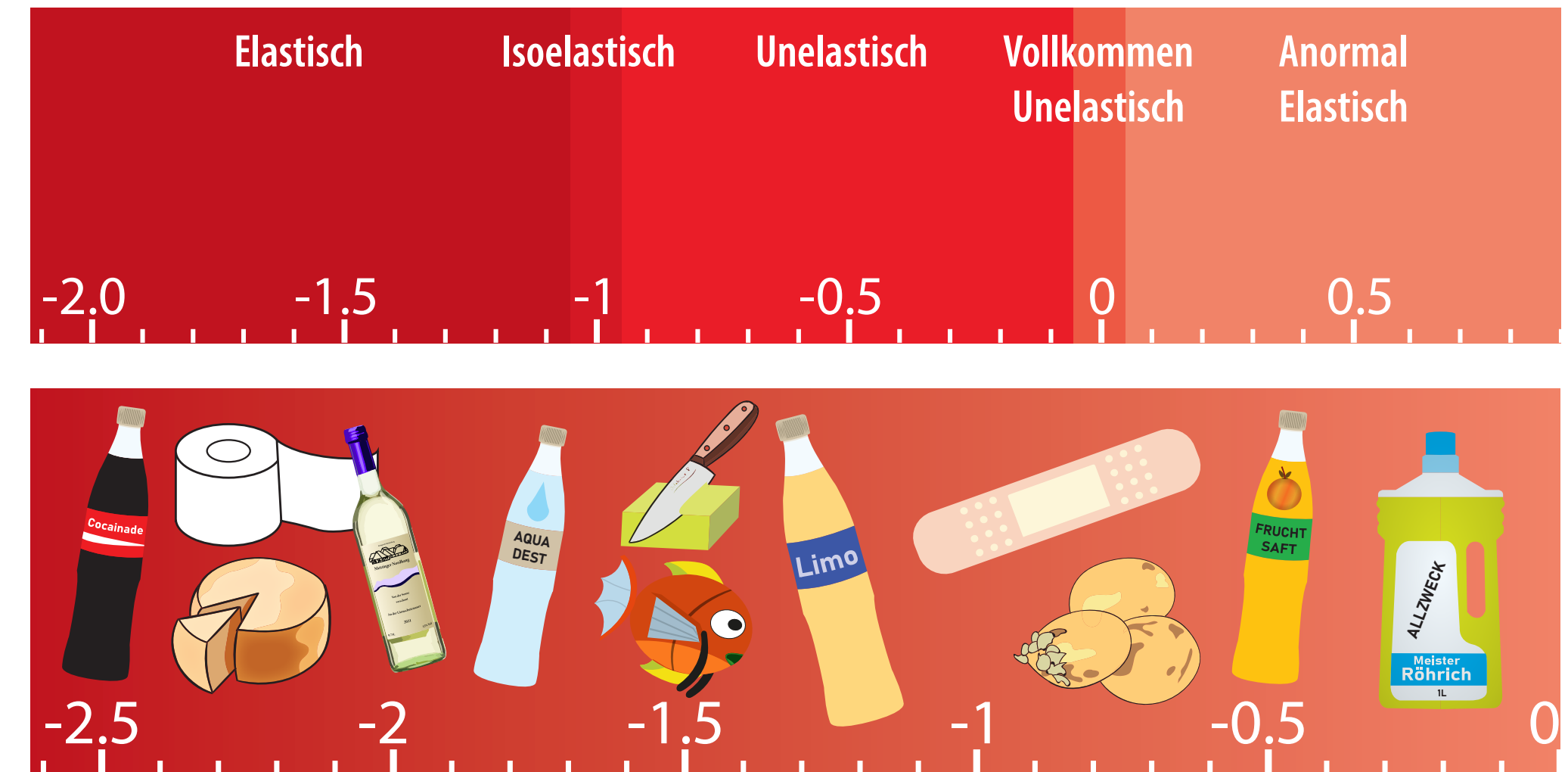


Nachfrageelastizität

Wir können Güter anhand ihrer Nachfrageelastizität ϵ kategorisieren:

Elastische Nachfrage (Elastizität kleiner als -1) bedeutet, dass die Kunden sehr flexibel auf die Preisänderung reagieren und ihr Kaufverhalten stark anpassen. Sie reagieren empfindlich auf Preiserhöhungen!

Elastische Nachfragen finden sich typischerweise bei nicht lebensnotwendigen Produkten im mittleren und gehobenen Preissegment.

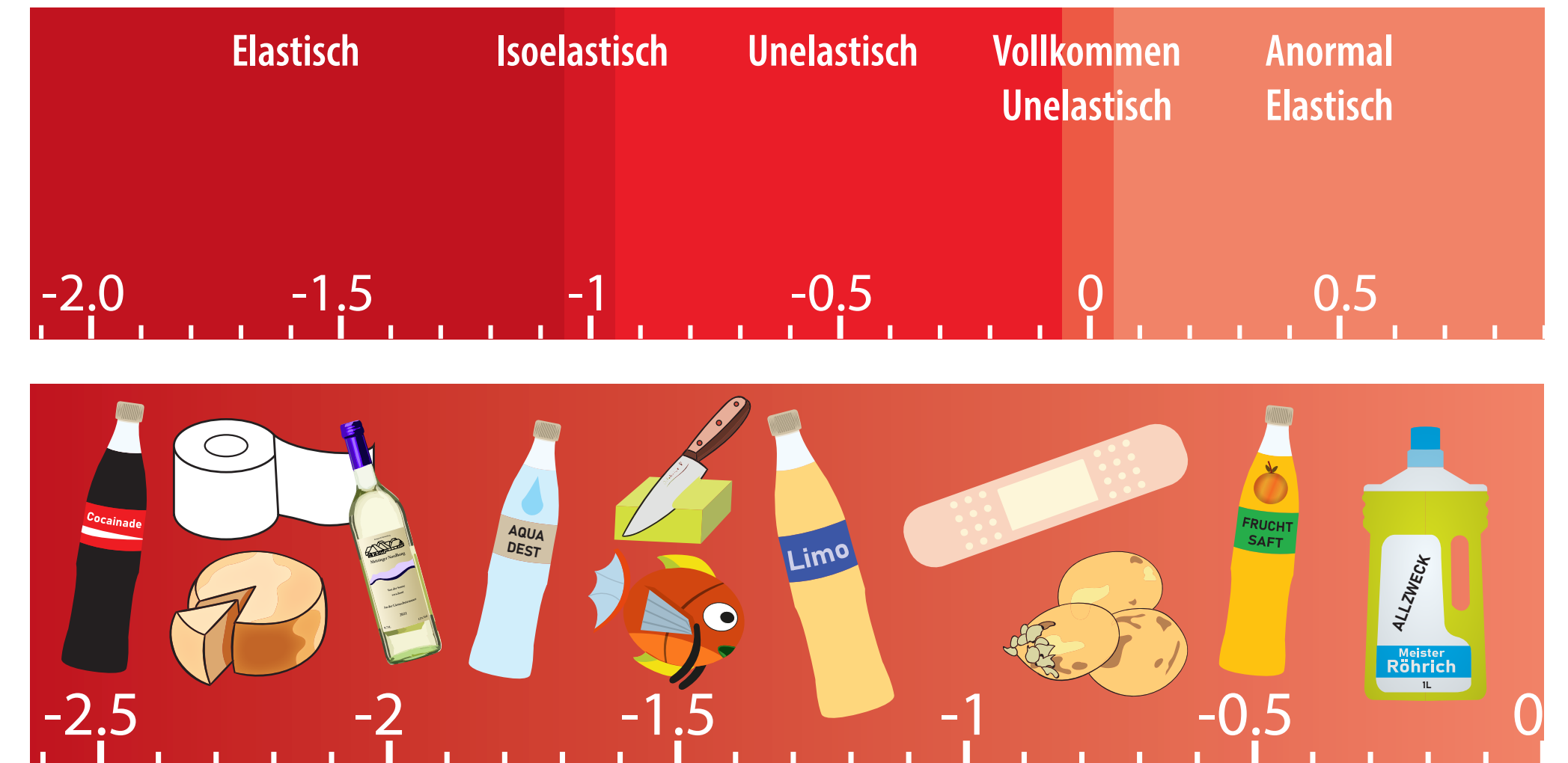


Datenquelle: VERHELST, B. & Van den Poel, Dirk. (2012).
 Implicit Contracts and Price Stickiness: Evidence from Customer-Level Scanner Data.



Nachfrageelastizität

Isoelastische Nachfrage Der Zahlenwert -1 bildet die Grenze zwischen elastischer und unelastischer Nachfrage. Bei diesem Wert führt eine prozentuale Preisänderung zu einer betragsmäßig gleich großen prozentualen Nachfrageänderung.



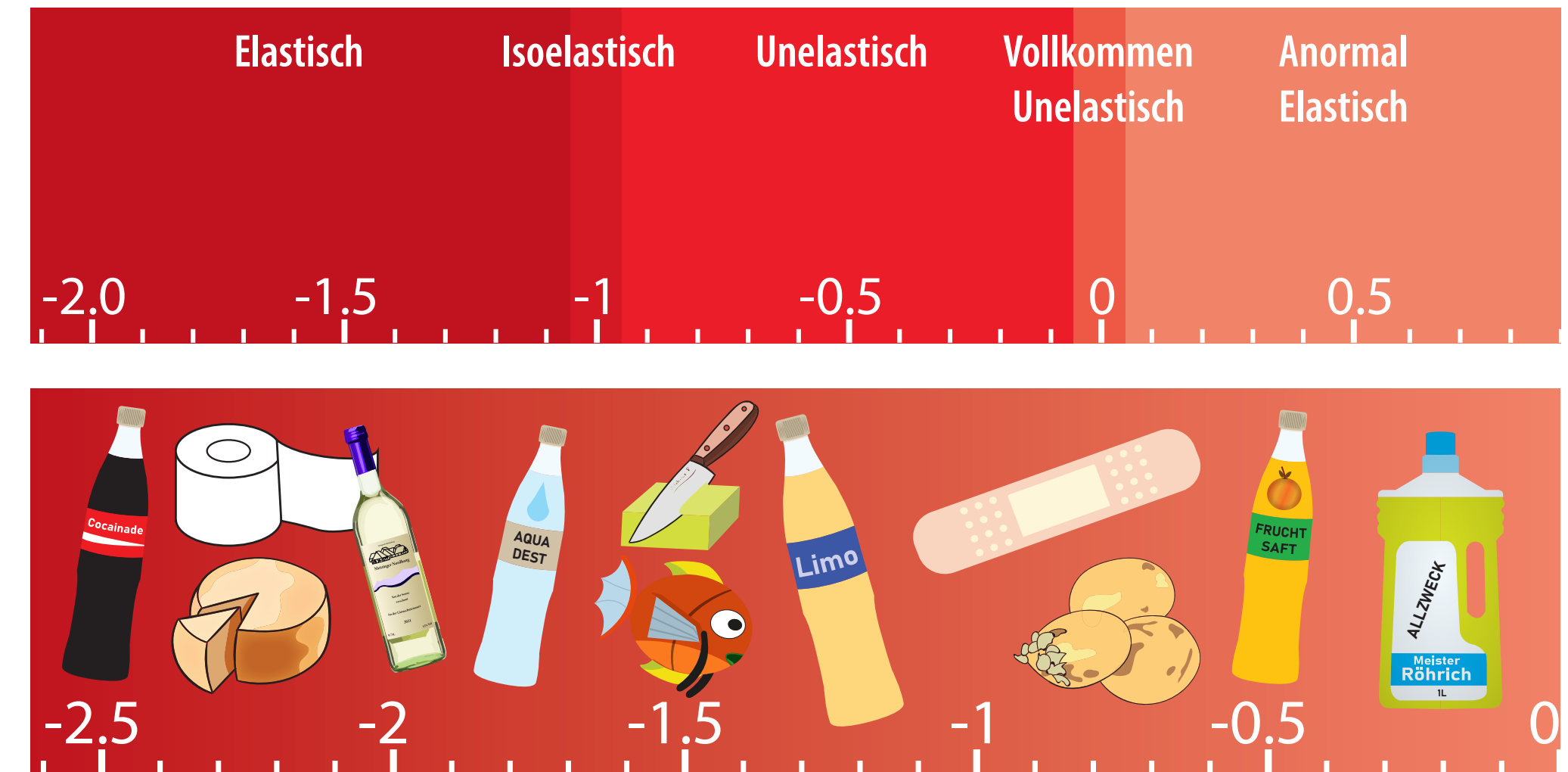
Datenquelle: VERHELST, B. & Van den Poel, Dirk. (2012).
Implicit Contracts and Price Stickiness: Evidence from Customer-Level Scanner Data.



Nachfrageelastizität

Unelastische Nachfrage (zwischen -1 und 0) Die Kunden ändern ihr Kaufverhalten bei Preisschwankungen nur schwach. Preiserhöhungen führen zu geringeren Einbußen der Absatzmenge, aber Rabatte wirken sich weniger stark aus.

Findet sich bei Produkten des täglichen Gebrauchs und bei Produkten im niedrigen Preissegment.



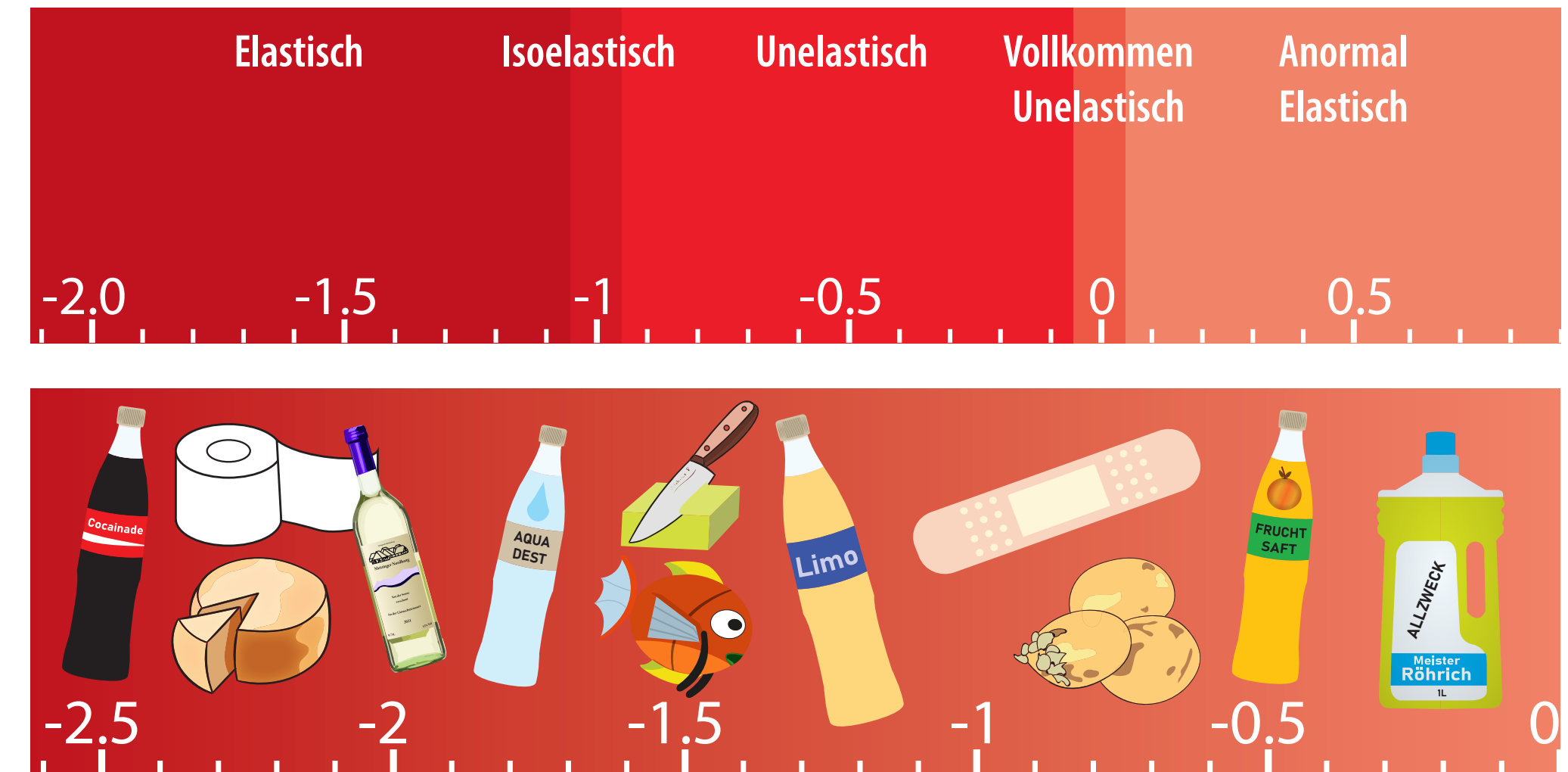
Datenquelle: VERHELST, B. & Van den Poel, Dirk. (2012).
Implicit Contracts and Price Stickiness: Evidence from Customer-Level Scanner Data.



Nachfrageelastizität

Vollkommen unelastische Nachfrage (genau 0) - Die Kunden behalten ihr Kaufverhalten trotz Preisschwankungen bei. Preiserhöhungen sind ohne Einbußen der Absatzmenge möglich, aber Rabatte wirken überhaupt nicht.

Eine vollkommen unelastische Nachfrage gibt es nur bei absolut lebensnotwendigen Produkten, für die es keine Substitute (Ersatzprodukte) gibt und bei denen „sparen“ nicht möglich ist. Beispiel: Insulin.



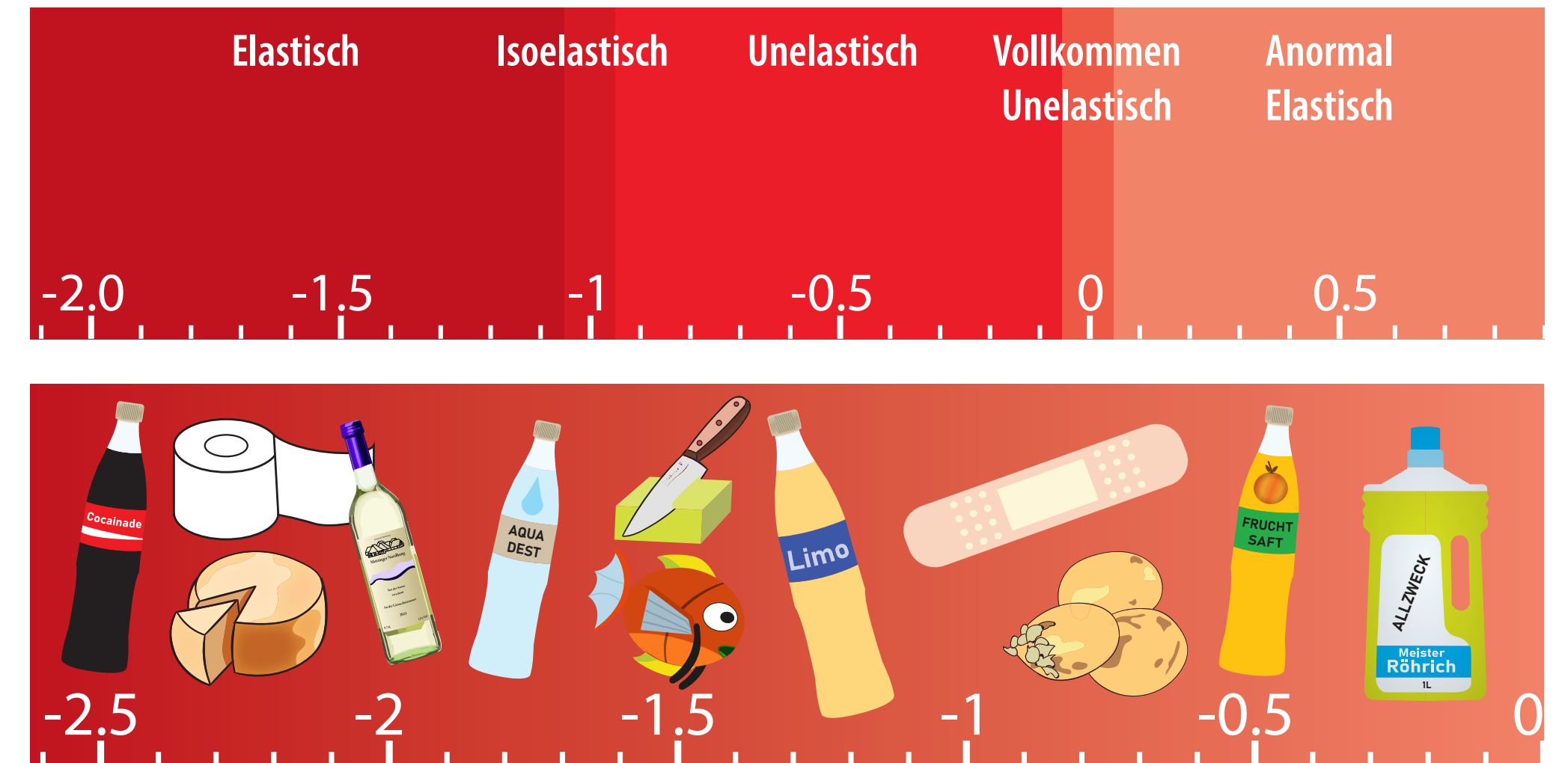
Datenquelle: VERHELST, B. & Van den Poel, Dirk. (2012).
 Implicit Contracts and Price Stickiness: Evidence from Customer-Level Scanner Data.



Nachfrageelastizität

Anormal elastisch Ist die Elastizität positiv, d. h. kauft der Kunde mehr, wenn der Preis teurer wird!

Klassisches Beispiel sind Luxusgüter (Veblen Güter, Giffin Güter) und Marken im Höchstpreissegment die zur Signalisierung von Wohlstand geeignet sind.



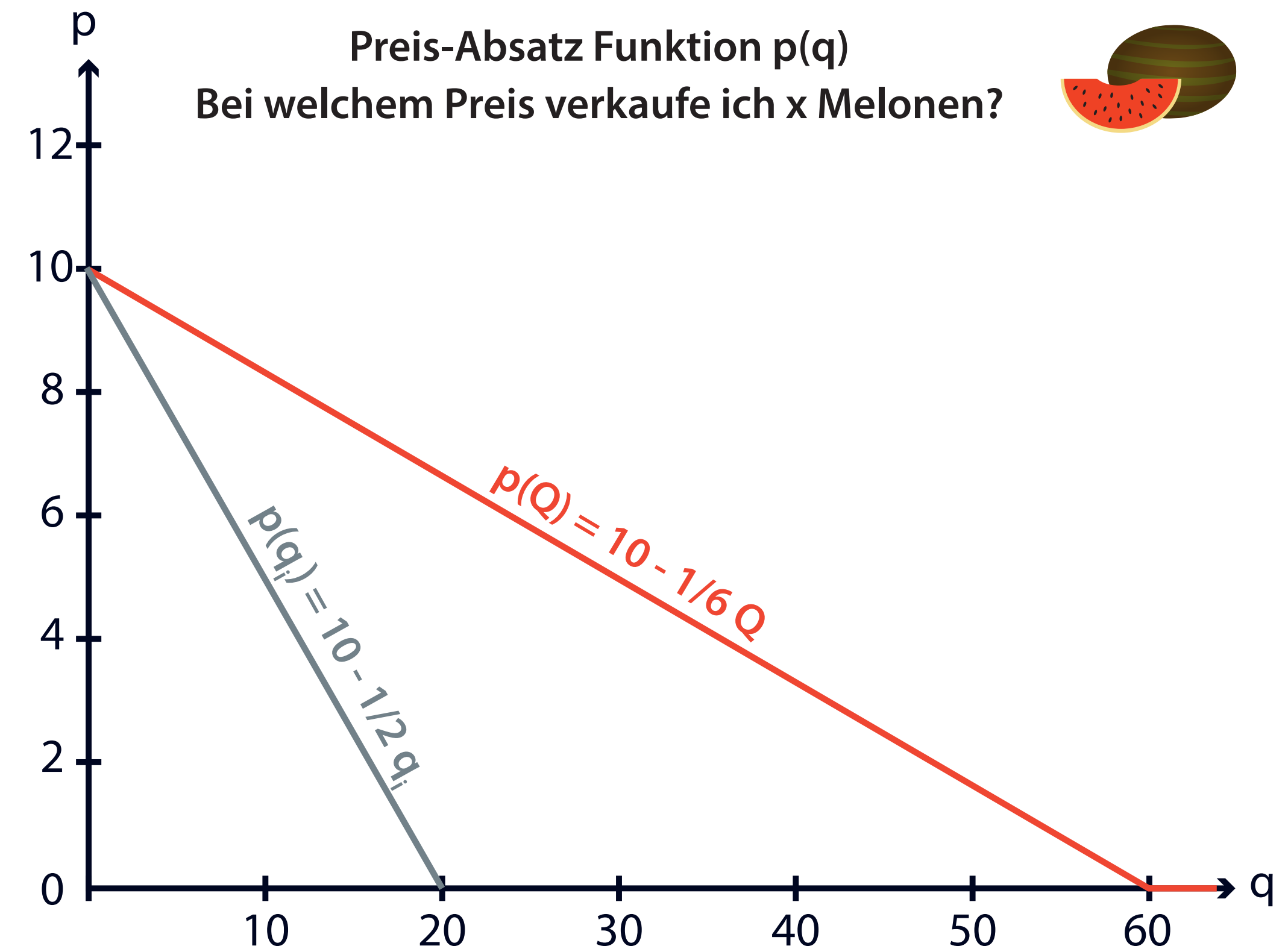
Datenquelle: VERHELST, B. & Van den Poel, Dirk. (2012).
 Implicit Contracts and Price Stickiness: Evidence from Customer-Level Scanner Data.



Preis-Absatz-Funktion

Durch Umstellen der Gesamtnachfrage $Q(p)$ nach dem Preis p erhalten wir die inverse aggregierte Nachfragefunktion, auch **Preis-Absatz-Funktion** genannt!

$$\begin{aligned} Q &= 60 - 6p && | - 60 \\ \Leftrightarrow q - 60 &= -6p && | : 6 \\ \Leftrightarrow p(q) &= 10 - \frac{1}{6}q \end{aligned}$$

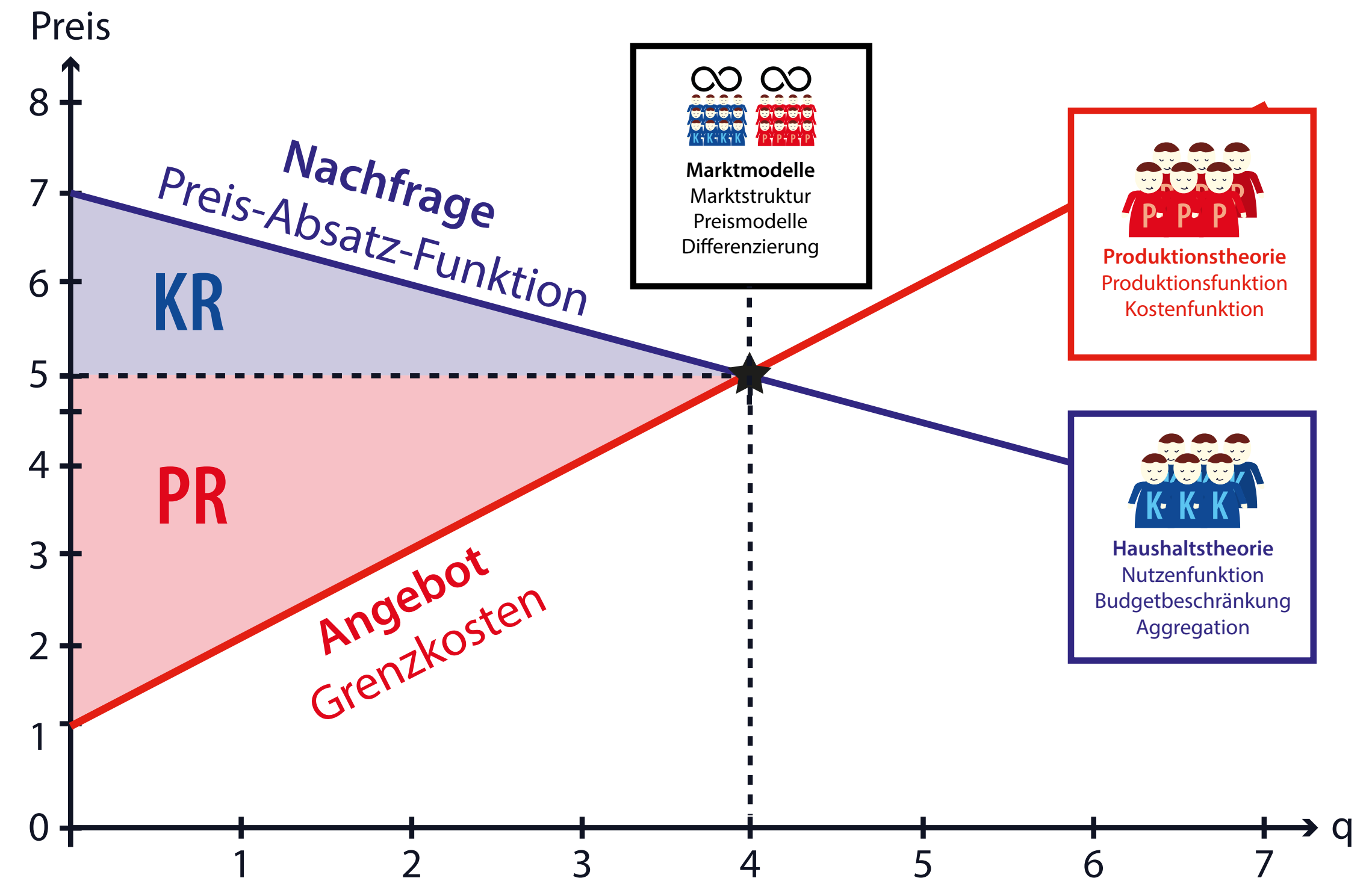


Preis-Absatz-Funktion

Die Preis-Absatz-Funktion ist die „Nachfrage“ aus dem anfangs gezeigten Schaubild.

Sie gibt an, wie hoch der Preis sein darf, damit eine bestimmte Menge nachgefragt, d. h. gekauft wird.

Beispiel: Damit 4 Stück gekauft werden, muss der Preis 5 betragen. Damit 5 Stück gekauft werden, muss der Preis 4 betragen.

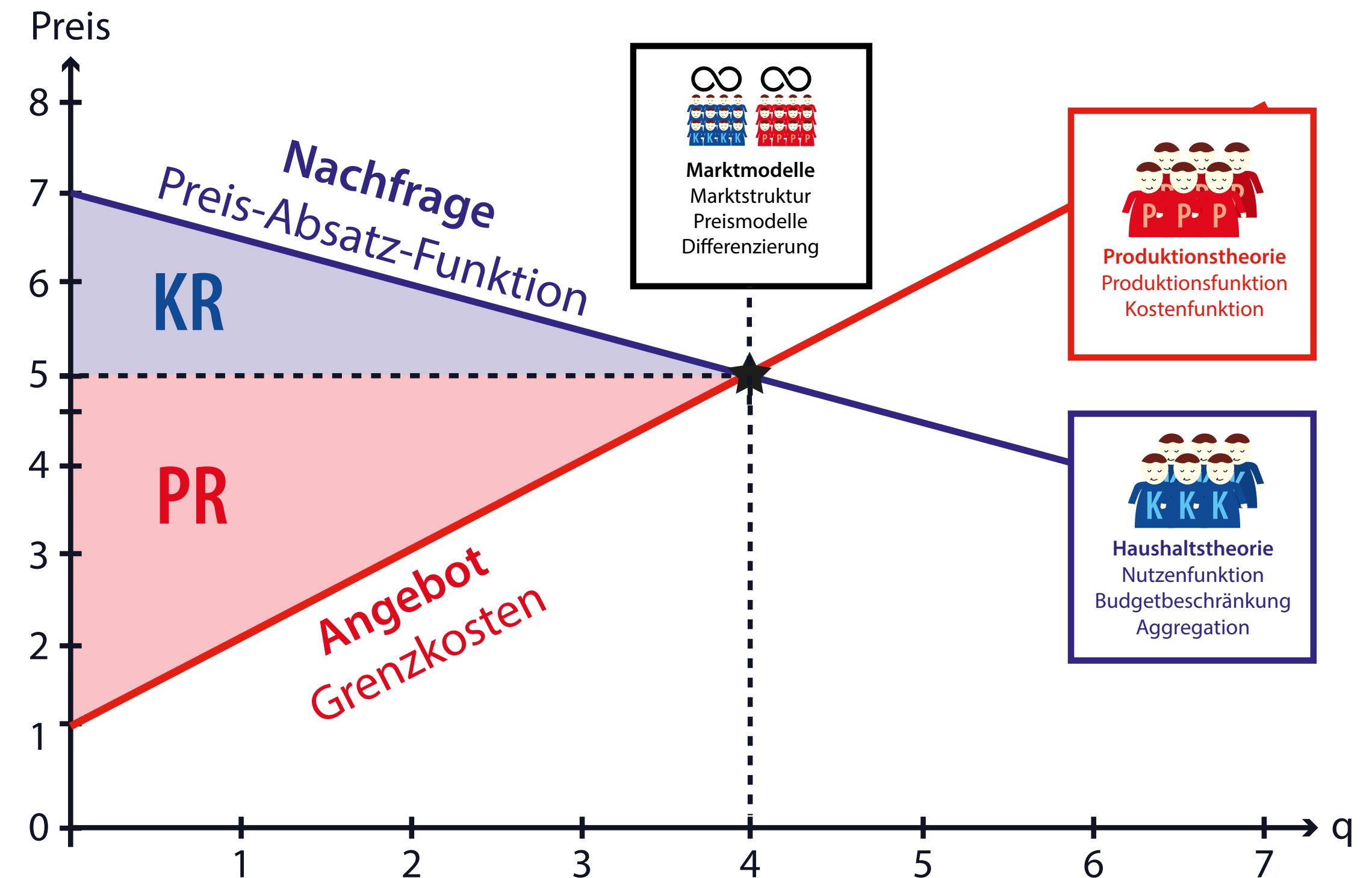


Preis-Absatz-Funktion

Die Preis-Absatz-Funktion ist der Endpunkt der Haushaltstheorie.

Aus der Nutzenmaximierung der Haushalte unter Budgetrestriktion erhalten wir individuelle Nachfragefunktionen.

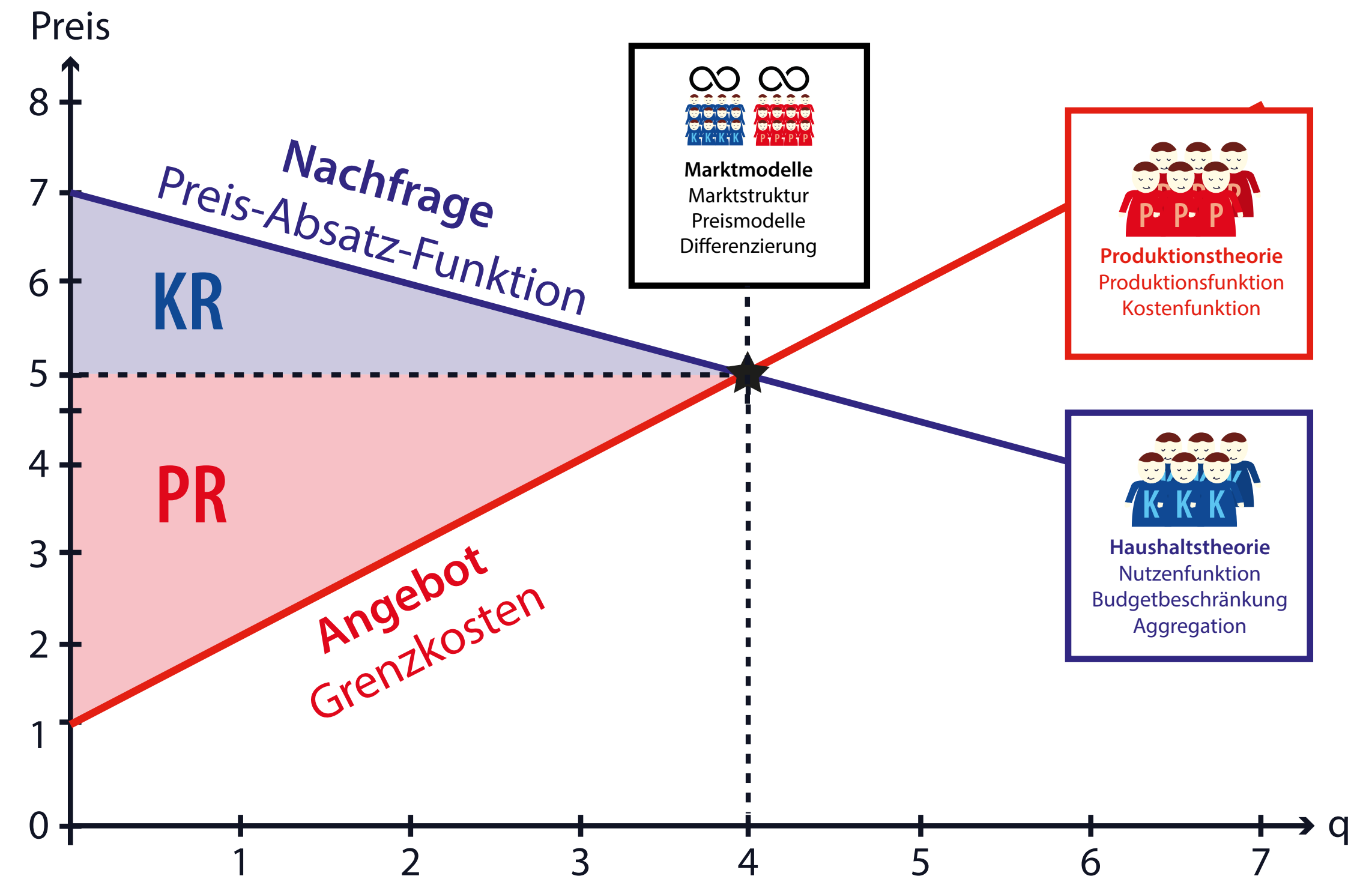
Durch Aggregation und Umstellung erhalten wir aus diesen die Preis-Absatz-Funktion.



Wo aber kommt die zweite Kurve „Angebot“ her?

Was entscheidet darüber, wie viel ein Unternehmen produzieren und damit anbieten möchte?

Wir kommen zur Produktionstheorie!

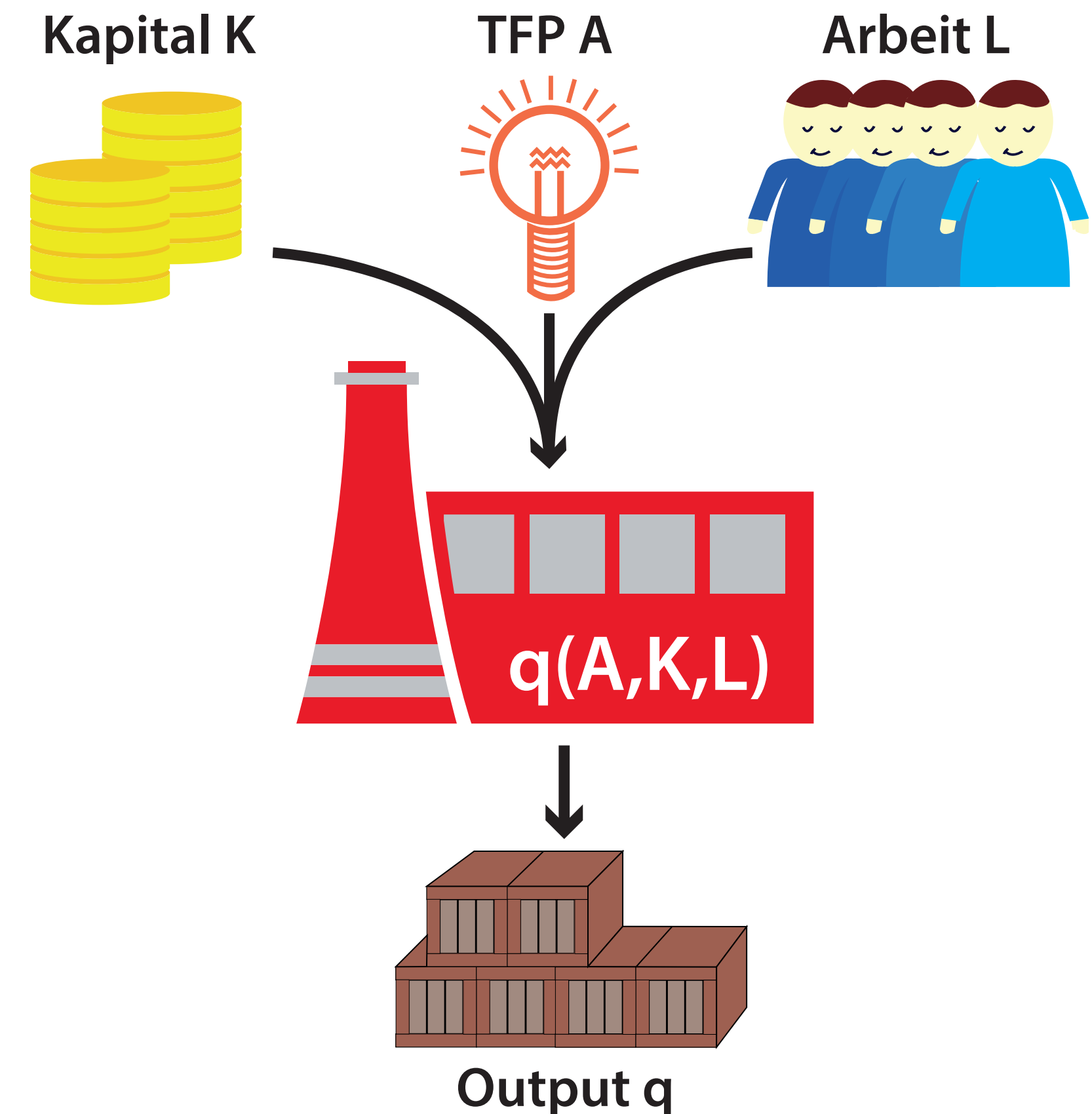


Produktionstheorie

Wir bilden den Produktionsprozess eines Unternehmens sehr abstrakt ab. Um zu produzieren, benötigt das Unternehmen ...

Kapital K steht nicht für Geld, sondern für Investitionsgüter, die sich das Unternehmen davon kauft: Gebäude, Maschinen, Fahrzeuge, Werkzeuge usw.

Arbeit L steht für menschliche Arbeitskraft.



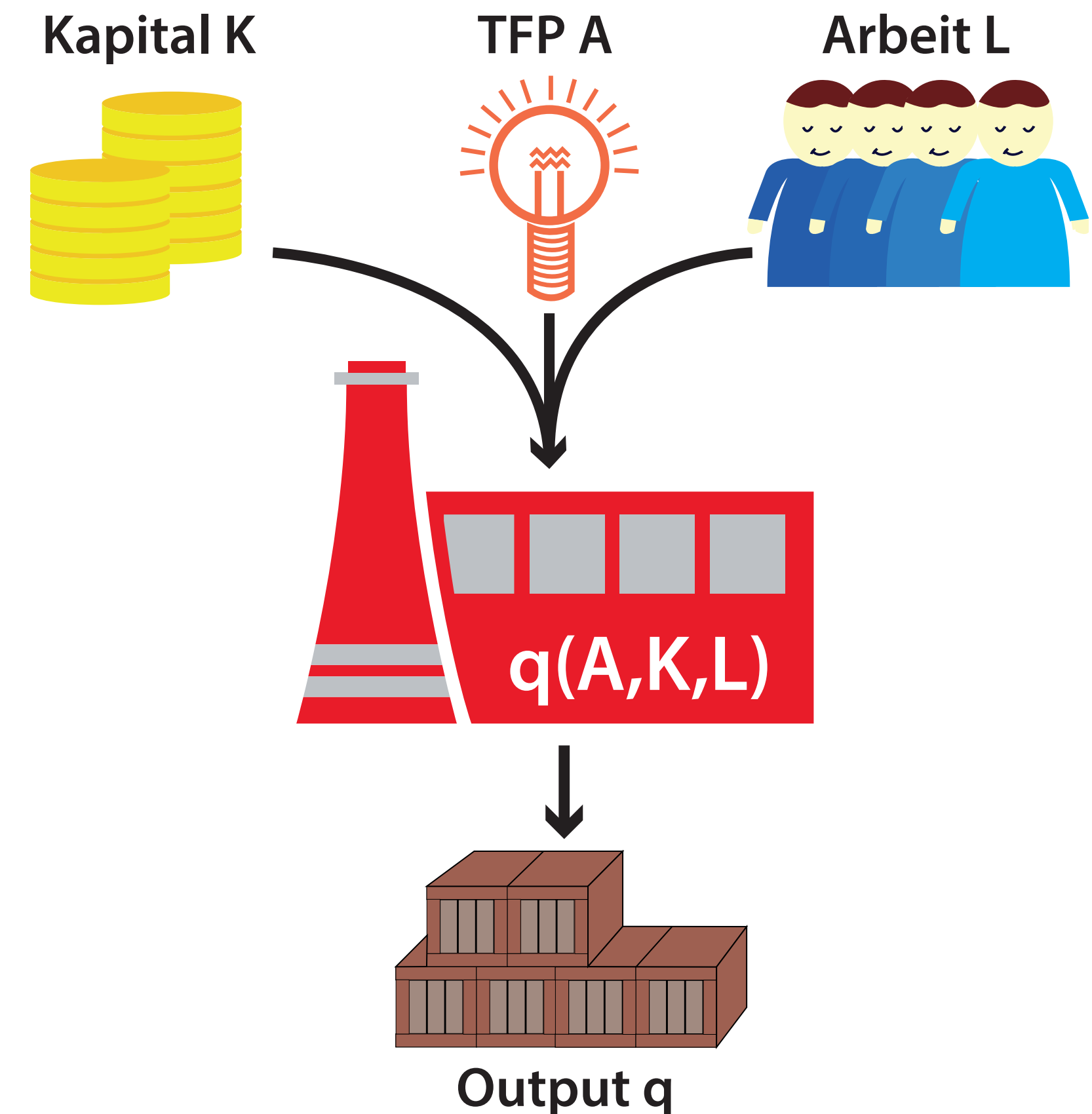
Produktionsfunktion

Wir beschreiben die Produktionsleistung (den „Output“) eines Unternehmens mit einer Produktionsfunktion.

Die Produktionsfunktion ordnet jeder Kombination aus Produktionsfaktoren eine Menge an Output q zu.

Neben Kapital K und Arbeit L soll die Produktionsfunktion auch die **totale Faktorproduktivität A** enthalten, welche für das Technologieniveau der Volkswirtschaft steht.

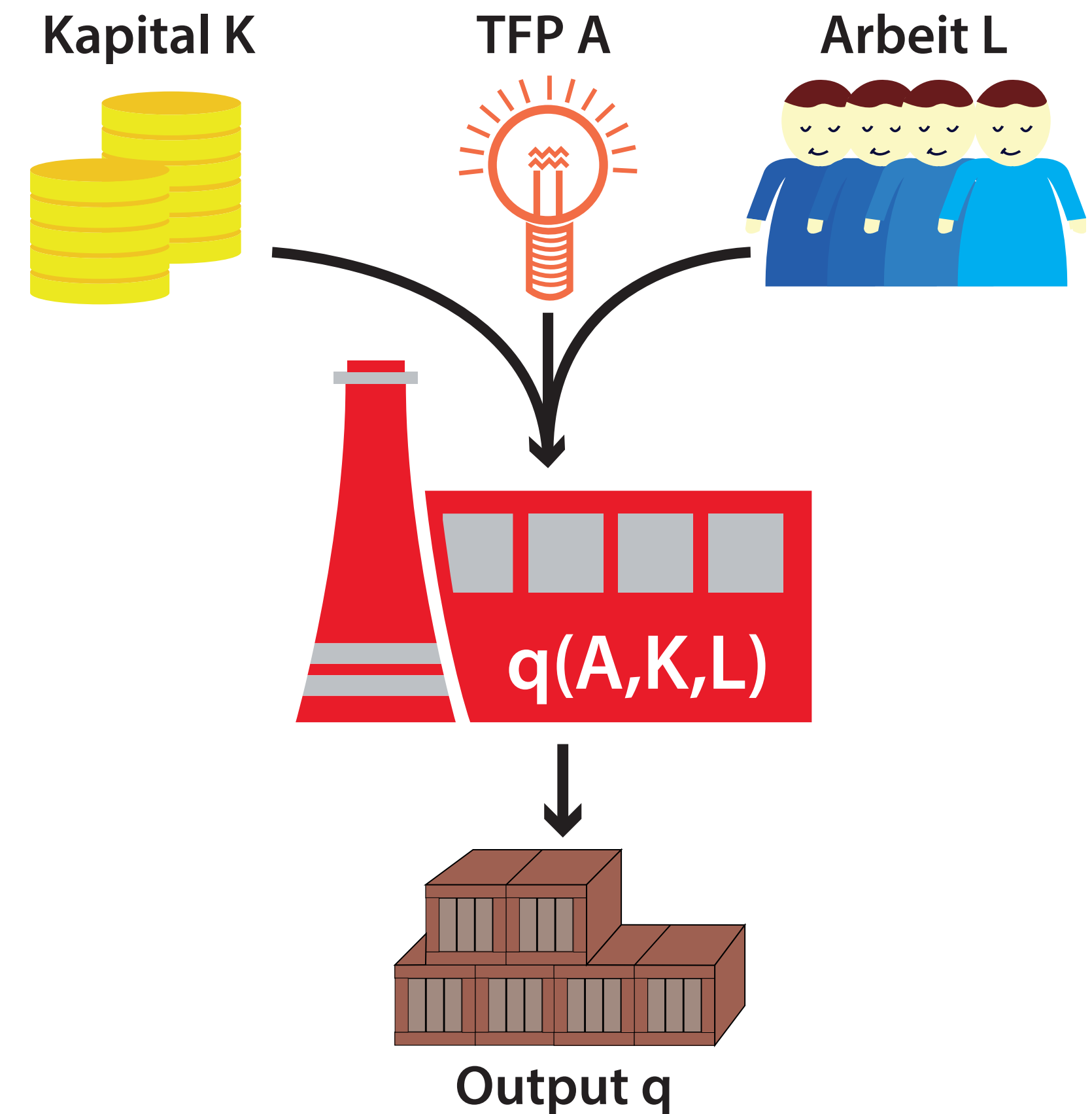
$$q(A,K,L) = \dots$$



Produktionsfunktion

Es gibt viele Möglichkeiten A, K und L zu verbinden. Eine gängige Variante ist die **Cobb-Douglas-Produktionsfunktion**:

$$q(A,K,L) = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{(1-\alpha)} \quad \text{mit } \alpha \in [0,1]$$

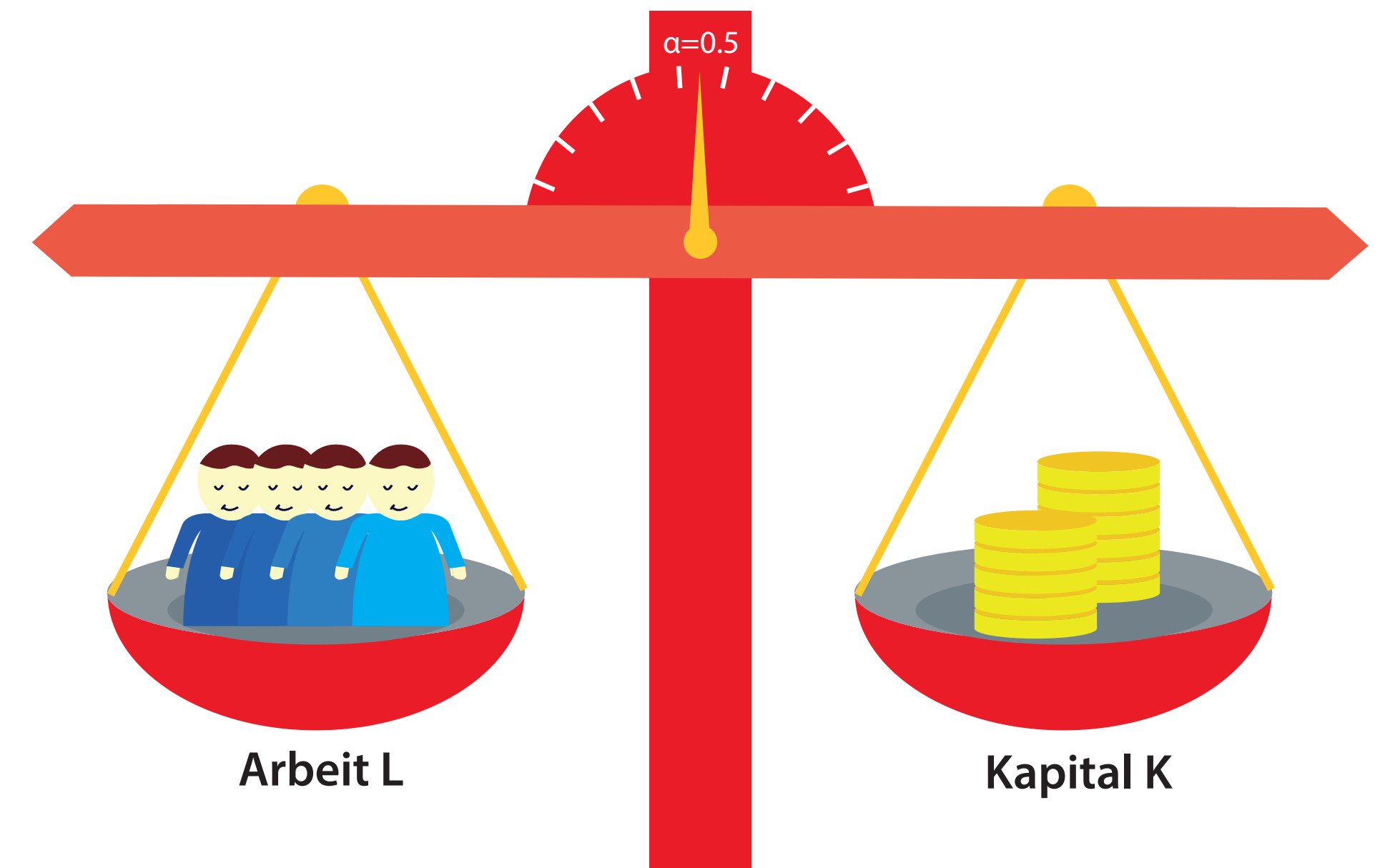


Produktionsfunktion

Das neu dazu gekommene α ist eine der vielen Besonderheiten der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion!

Die sogenannte **Kapitalintensität der Produktion** gibt an, wie wichtig das Kapital (und damit Maschinen, Werkzeuge usw.) im Vergleich zur Arbeitskraft für die Produktion ist.

Es nimmt einen Wert zwischen 0 und 1 an, wobei größere Werte dem Kapital eine größere Bedeutung zuschreiben.



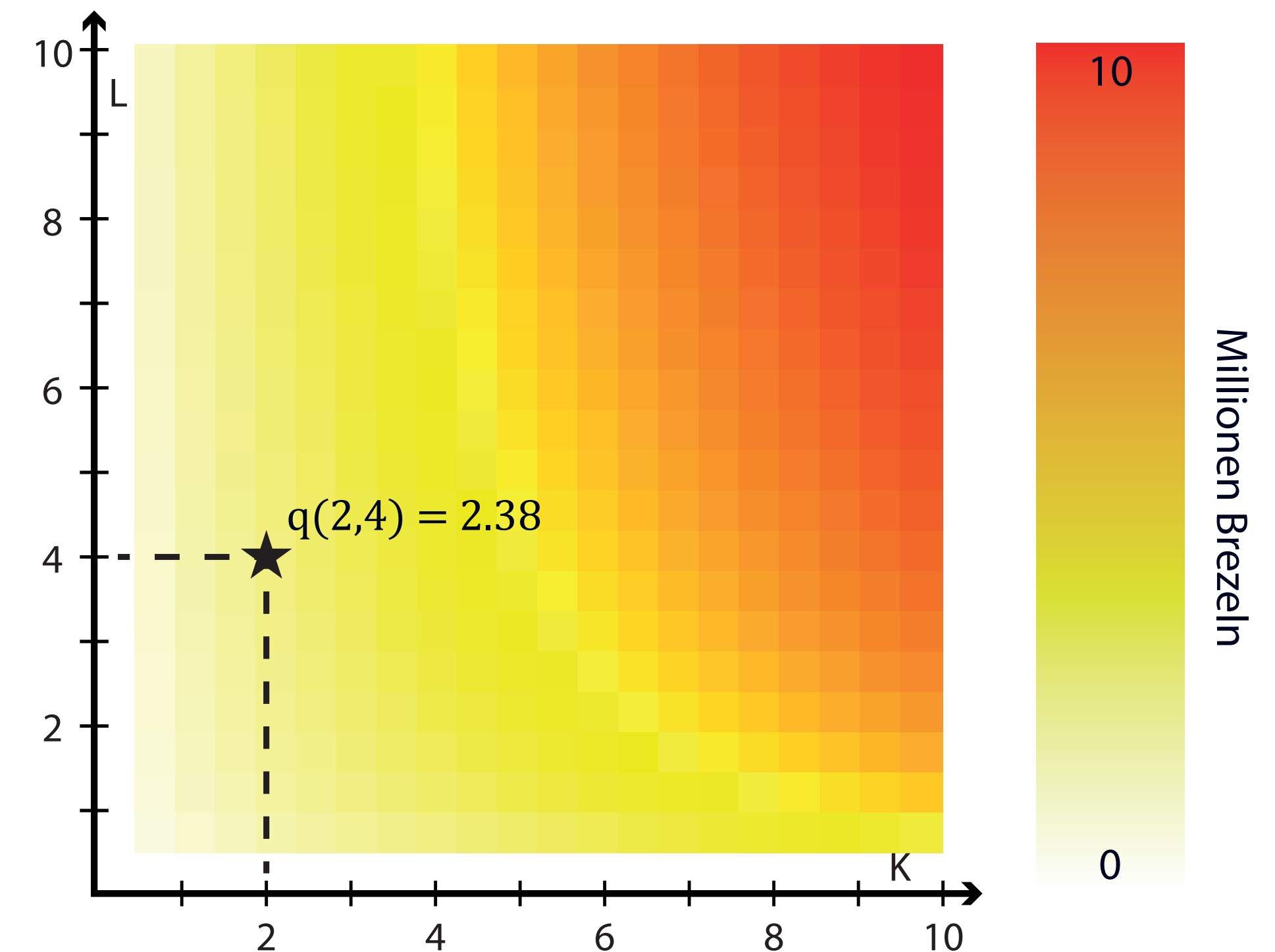
Produktionsfunktion

Zahlenbeispiel Die Bäckerei „Broduktion“ wird durch das Technologieniveau $A = 1$ und die Kapitalintensität $\alpha = 0.75$ beschrieben.

$$q(K,L) = K^{0.75} \cdot L^{0.25}$$

Ähnlich wie bei der Nutzenfunktion haben wir es wieder mit einer Funktion mit zwei Variablen zu tun.

Bei der Visualisierung müssen wir uns also wieder mit 3D-Plots oder Heatmaps behelfen.

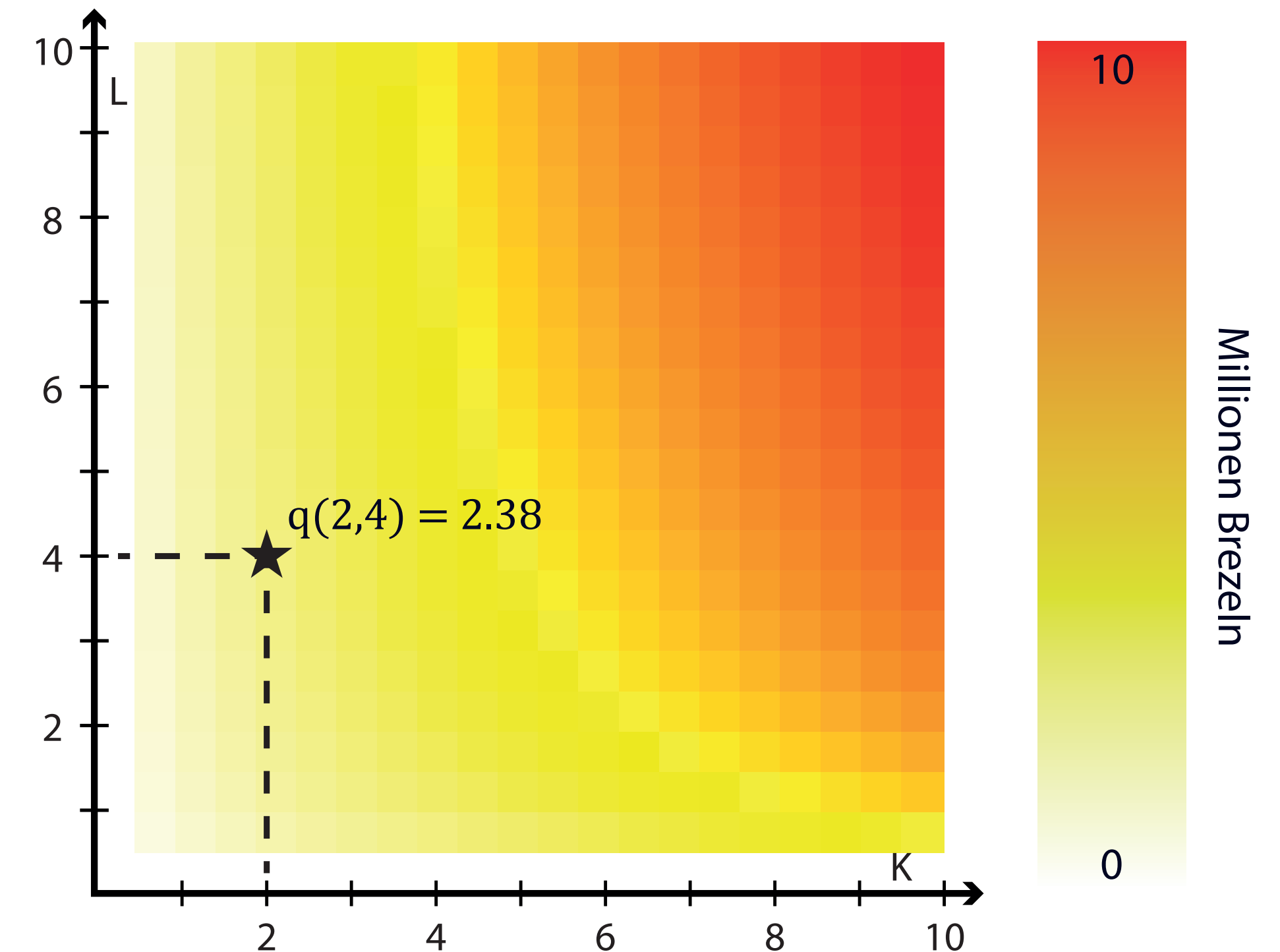


Produktionsfunktion

Wenn wir z. B. 2 Einheiten Kapital und 4 Einheiten Arbeit einsetzen, dann würden wir 2.38 Einheiten (z. B. Millionen Brezeln) produzieren.

$$q(2,4) = 2^{0.75} \cdot 4^{0.25} = 2.38$$

Es gibt jedoch unendlich viele andere Kombinationen. Wie behalten wir die Übersicht? Mit Schaubildern und Tabellen alleine kommen wir hier nicht weiter ...

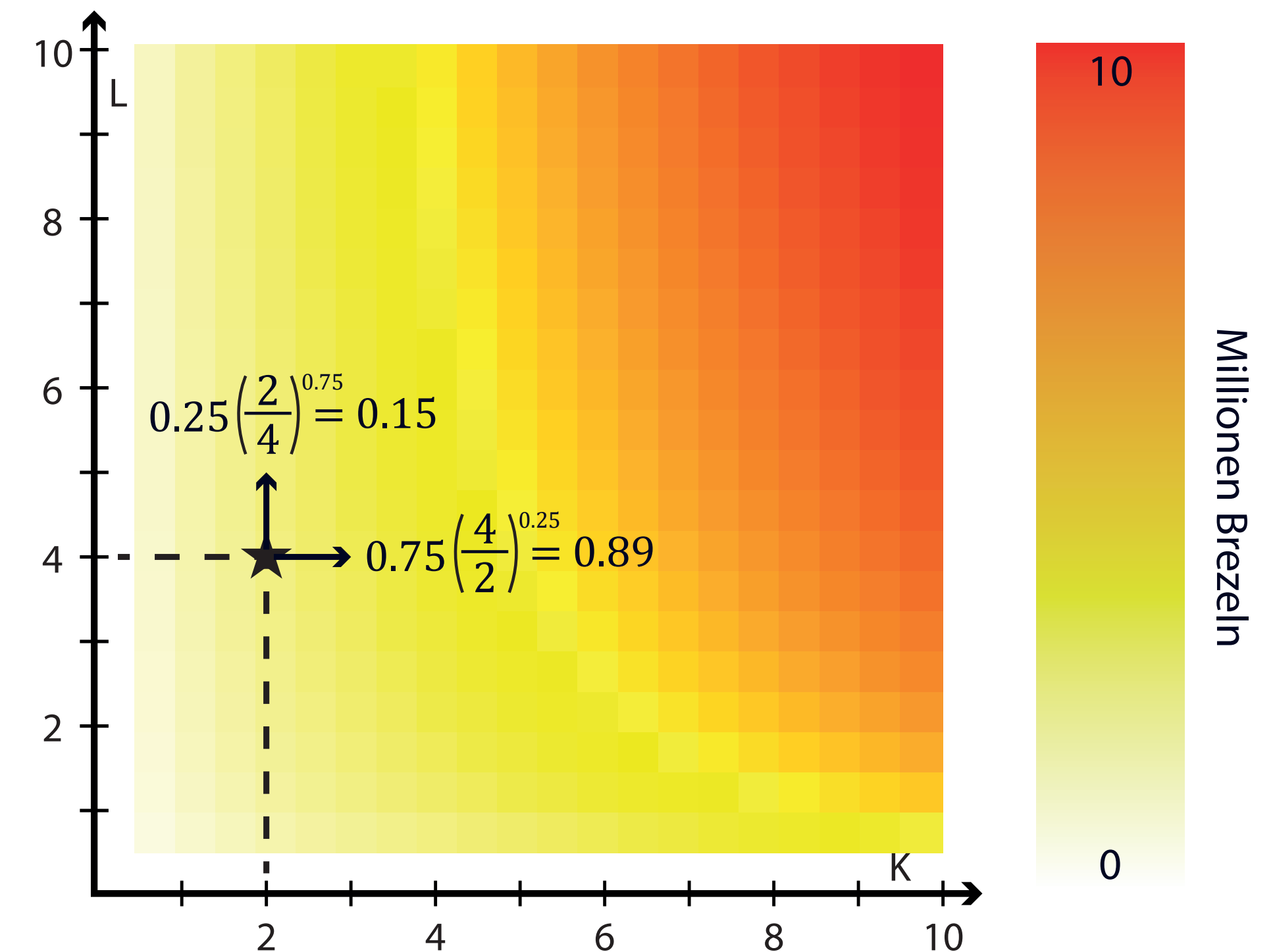


Grenzproduktivitäten

Partielle Faktorvariation Über die partiellen Ableitungen erhalten wir die Grenzprodukte von K und L. Wie viel zusätzlichen Output erhalten wir, wenn wir eine weitere Einheit Arbeit oder Kapital einsetzen?

$$\frac{\partial q}{\partial K} = 0.75 K^{-0.25} \cdot L^{0.25} = \frac{0.75 L^{0.25}}{K^{0.25}} = 0.75 \left(\frac{L}{K} \right)^{0.25}$$

$$\frac{\partial q}{\partial L} = K^{0.75} \cdot 0.25 L^{-0.75} = \frac{0.25 K^{0.75}}{L^{0.75}} = 0.25 \left(\frac{K}{L} \right)^{0.75}$$



Grenzproduktivitäten

Erhöhen wir den Einsatz von einem der beiden Faktoren immer weiter, sinkt dessen Faktorproduktivität, während die des anderen steigt!

Im Beispiel: Je häufiger wir K um 2 erhöhen, umso geringer ist die Faktorproduktivität von K und umso weniger Output gewinnen wir dazu.

Es scheint also nicht zielführend zu sein, sich zu stark auf einen der beiden Produktionsfaktoren zu fokussieren.

Kapital	Arbeit	Output	$\partial q / \partial K$	$\partial q / \partial L$
2	4	2.38	0.89	0.15
4	4	4.00	0.75	0.25
6	4	5.42	0.68	0.34
8	4	6.73	0.63	0.42
10	4	7.95	0.60	0.50



Skalenerträge der Produktion

Totale Faktorvariation Erhöhen wir den Einsatz der beiden Faktoren proportional, bleiben die Faktorprodukte konstant.

Proportional bedeutet, dass das Verhältnis von K und L bei der Erhöhung konstant bleibt.

Durch die konstanten Faktorprodukte skaliert auch der Output proportional. Erhöhen wir K und L um x%, dann steigt auch der Output y um x%.

Kapital	Arbeit	Output	$\partial q / \partial K$	$\partial q / \partial L$
2	4	2.38	0.89	0.15
3	6	3.57	0.89	0.15
4	8	4.75	0.89	0.15
5	10	5.95	0.89	0.15
6	12	7.14	0.89	0.15

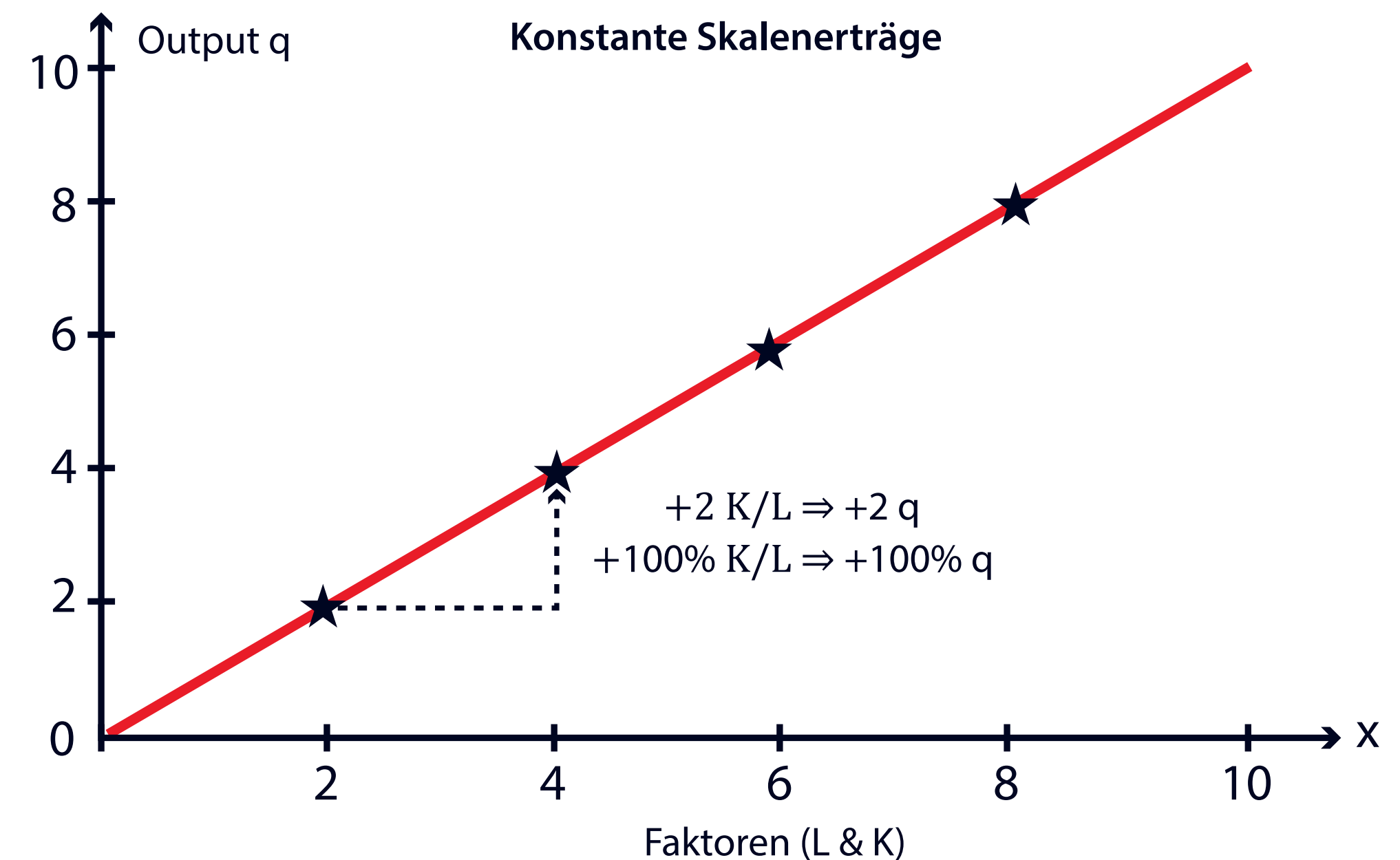


Skalenerträge der Produktion

Konstante Skalenerträge der Produktion. Erhöhen wir den Faktoreinsatz K und L um einen bestimmten Prozentsatz, steigt der Output q um genau denselben Prozentsatz!

Diese Eigenschaft liegt genau dann vor, wenn die Summe der Exponenten über den Produktionsfaktoren eins ergibt:

$$\alpha + (1-\alpha) = 1$$



Skalenerträge der Produktion

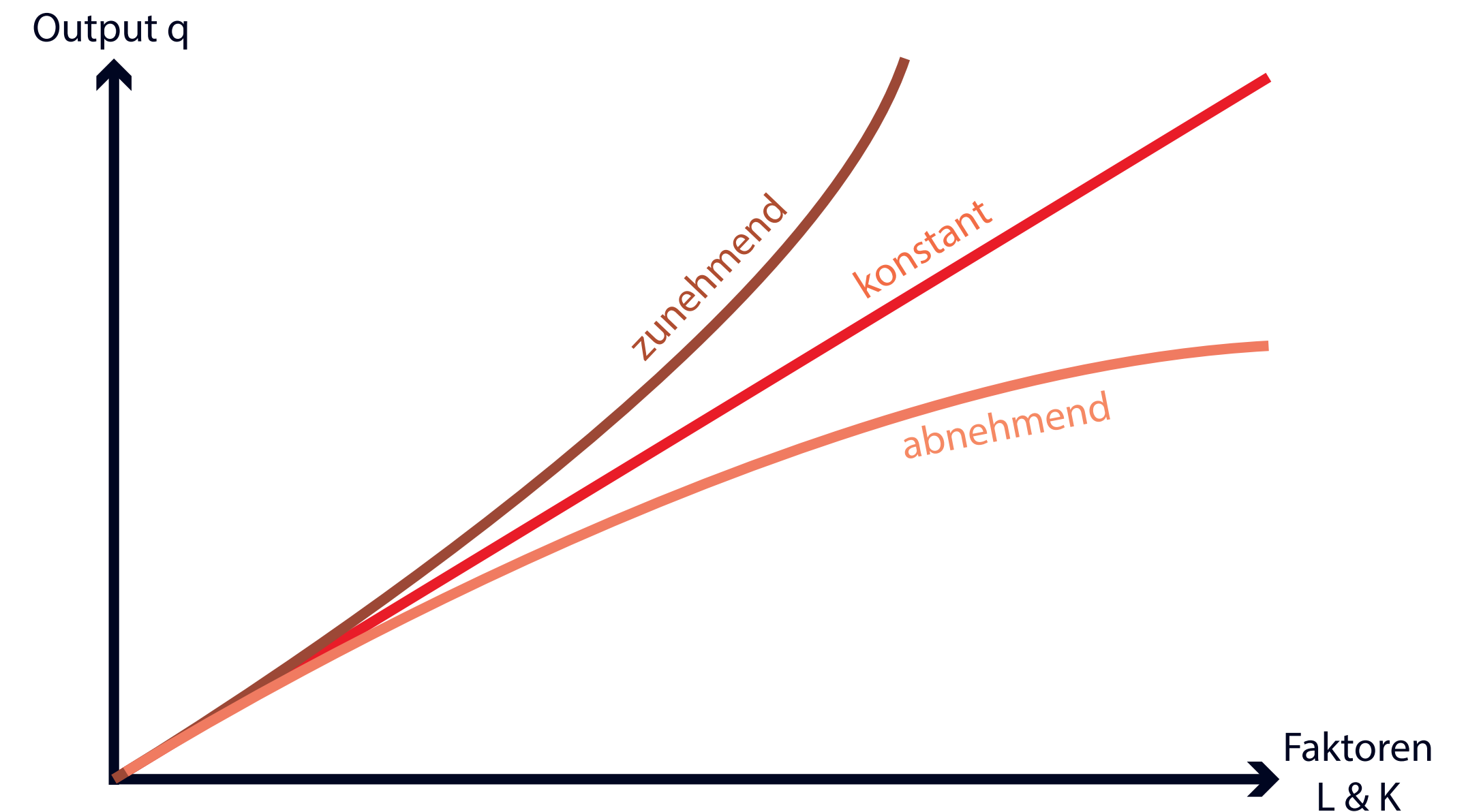
Wir können auch **zunehmende und abnehmende Skalenerträge** modellieren, indem wir folgende Variante der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion ...

$$q(A,K,L) = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta}$$

...mit den folgenden Werten verwenden:

$$\alpha + \beta > 1 \quad (\text{zunehmend})$$

$$\alpha + \beta < 1 \quad (\text{abnehmend})$$



Skalenerträge der Produktion

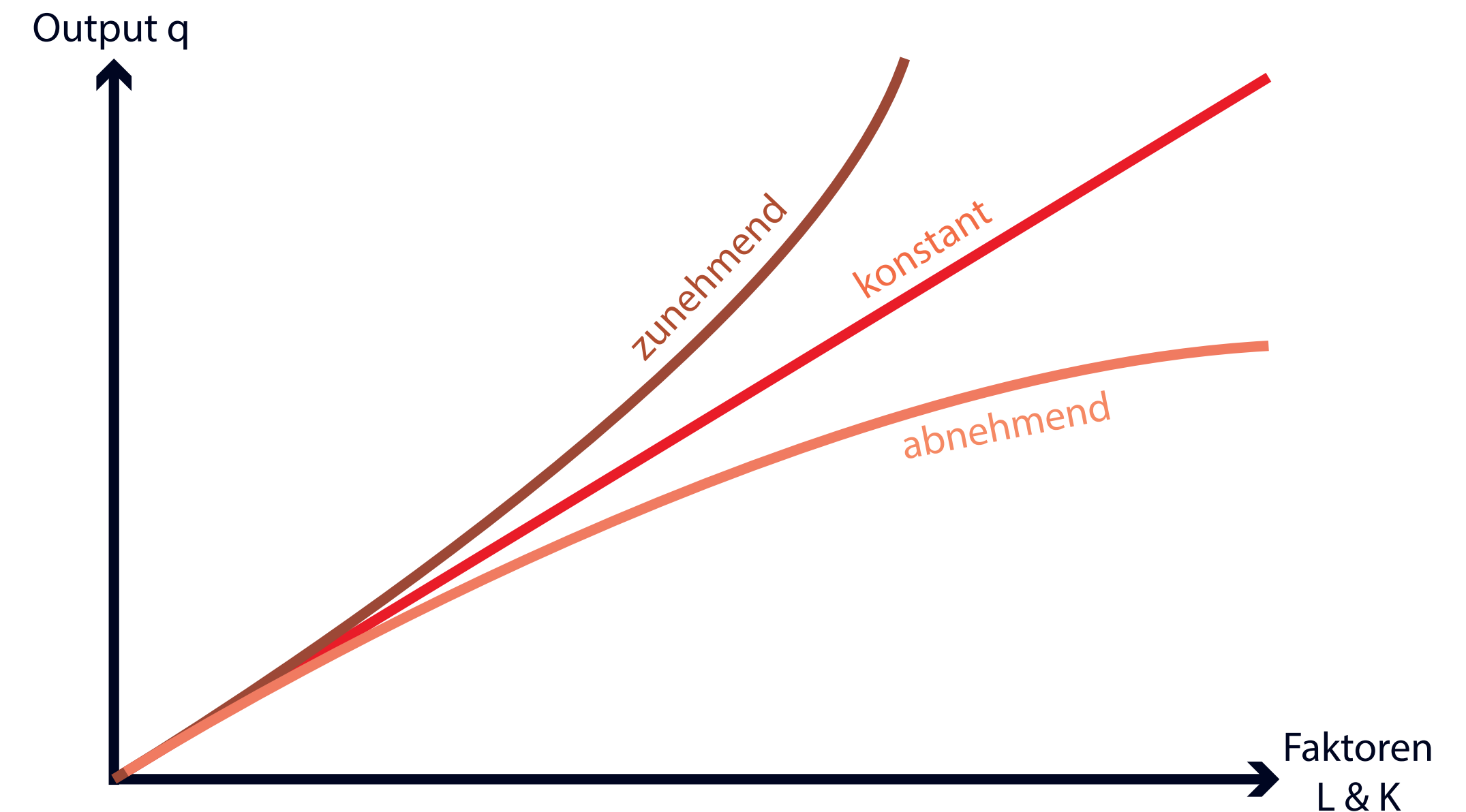
Wir können auch **zunehmende und abnehmende Skalenerträge** modellieren, indem wir folgende Variante der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion ...

$$q(A,K,L) = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta}$$

...mit den folgenden Werten verwenden:

$$\alpha + \beta > 1 \quad (\text{zunehmend})$$

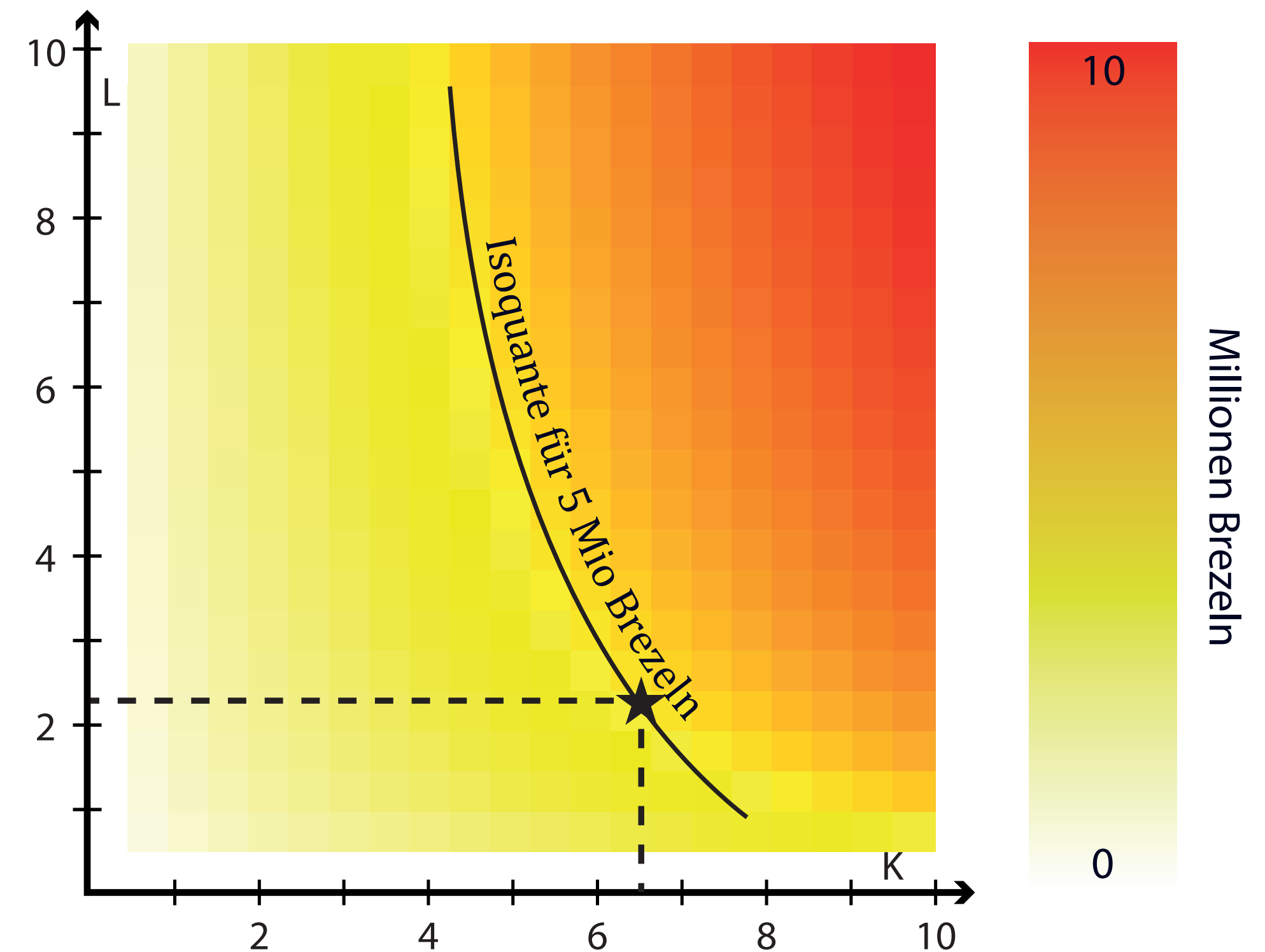
$$\alpha + \beta < 1 \quad (\text{abnehmend})$$



Isoquanten

Isoquante Faktorvariation Wir suchen nach allen Kombinationen mit denen wir eine bestimmte Menge Z produzieren können.

$$\begin{aligned}
 q(K,L) &= K^{0.75} \cdot L^{0.25} \stackrel{!}{=} Z && | : K^{0.75} \\
 \Leftrightarrow L^{0.25} &= ZK^{-0.75} && | (\dots)^4 \\
 \Leftrightarrow L &= Z^4 K^{-3} \\
 \Rightarrow L &= \frac{625}{K^3}
 \end{aligned}$$

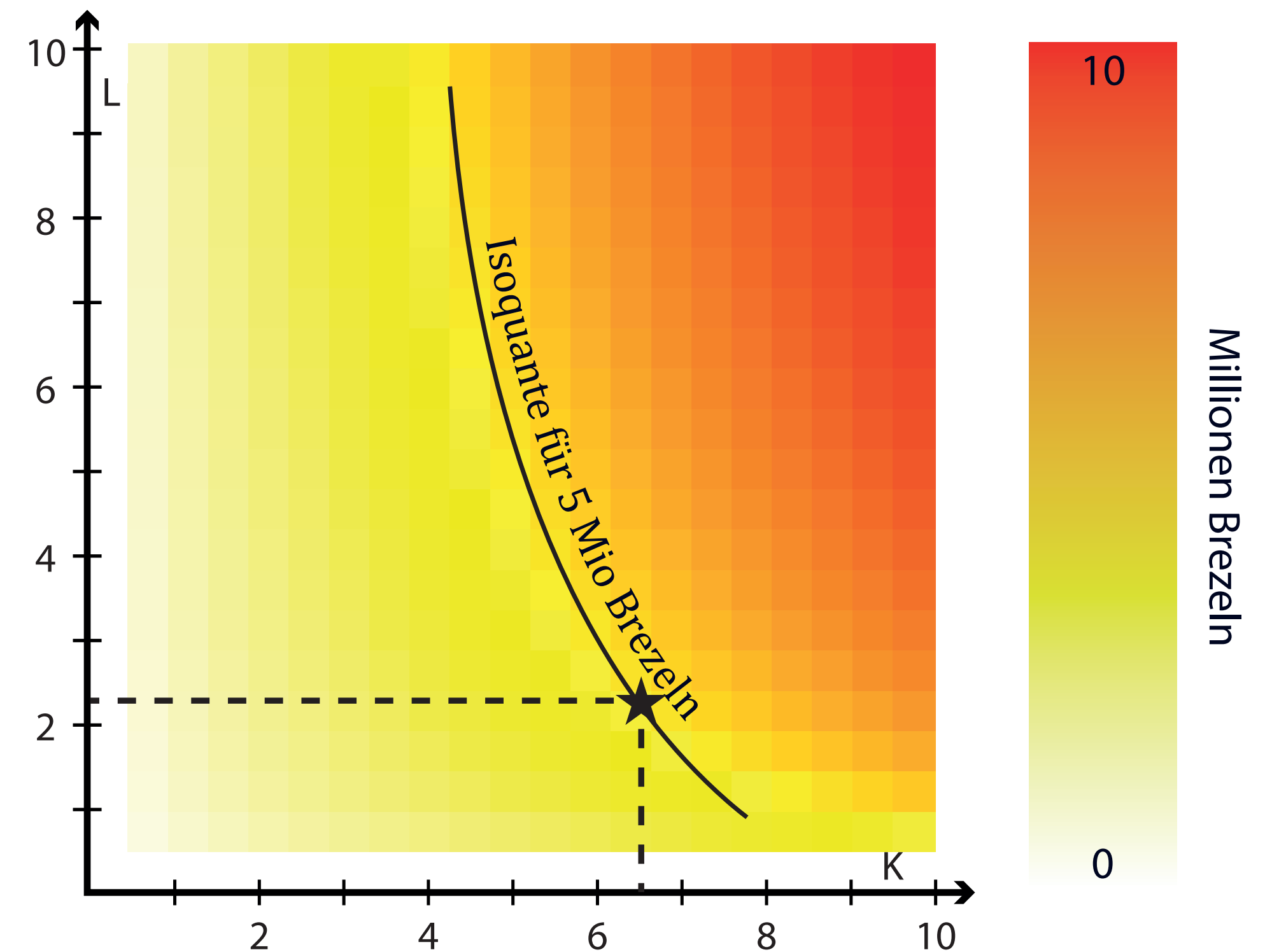


Isoquanten

Die Isoquante $L=625/K^3$ zeigt alle Kombinationen, mit denen wir 5 Millionen Brezeln produzieren können. Aber welche ist die Beste? Welche ist die Günstigste?

Noch können wir diese Frage nicht beantworten, denn wir haben uns noch keine Gedanken über die Kosten des Produktionsfaktors Arbeit gemacht.

Je höher das Lohnniveau w , umso mehr kostet uns Arbeit!

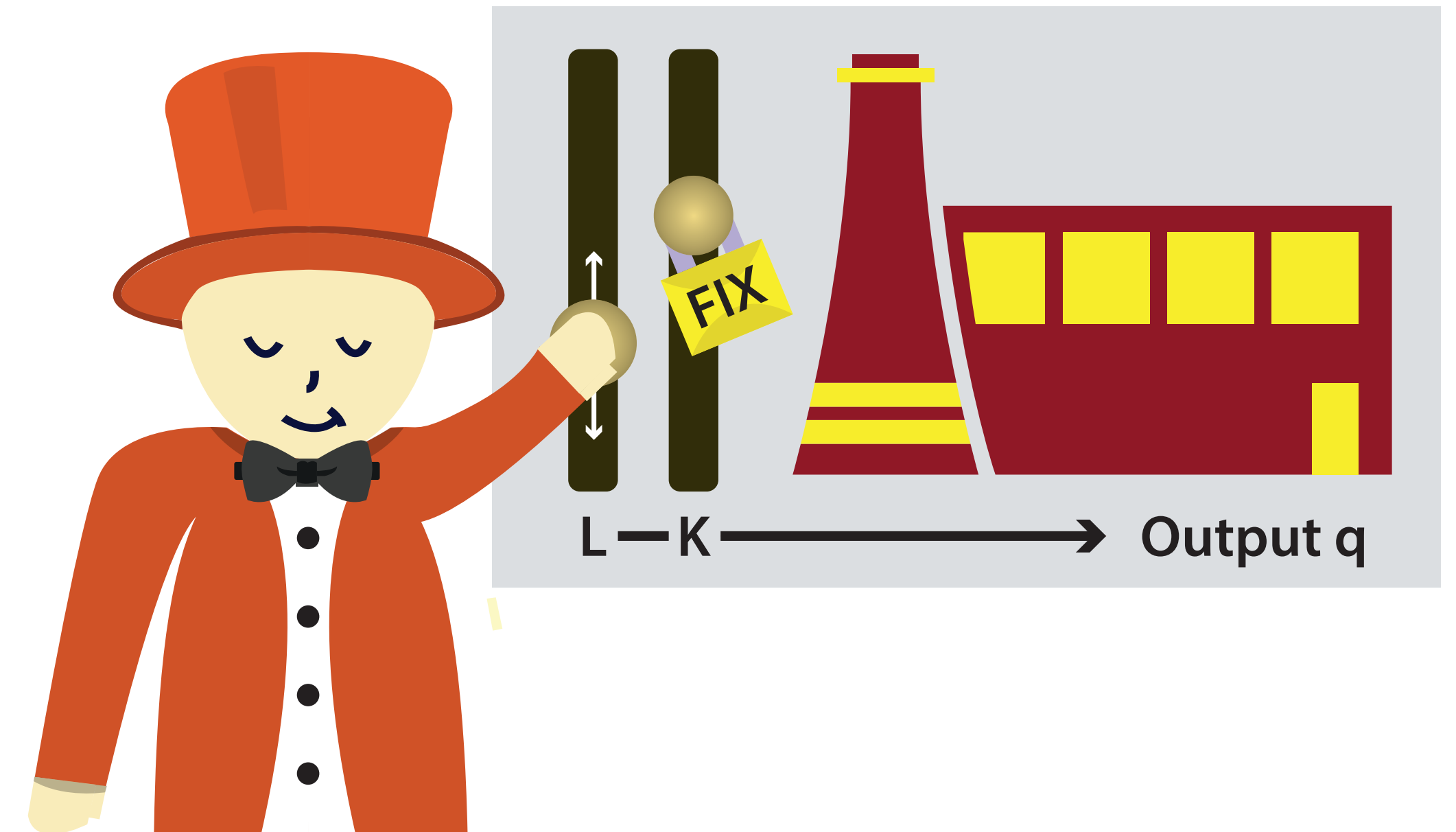


Produktionsentscheidung

Wir treffen nun wichtige Annahmen:

Der Produktionsfaktor Arbeit L lässt sich kurzfristig an die gewünschte Produktionsmenge q anpassen. Jede Einheit Arbeit koste w .

Der Produktionsfaktor Kapital K lässt sich nur langfristig an die gewünschte Produktionsmenge anpassen. Maßnahmen wie ein zusätzlicher Standort, neue Anlagen usw. sind zeitaufwendig!

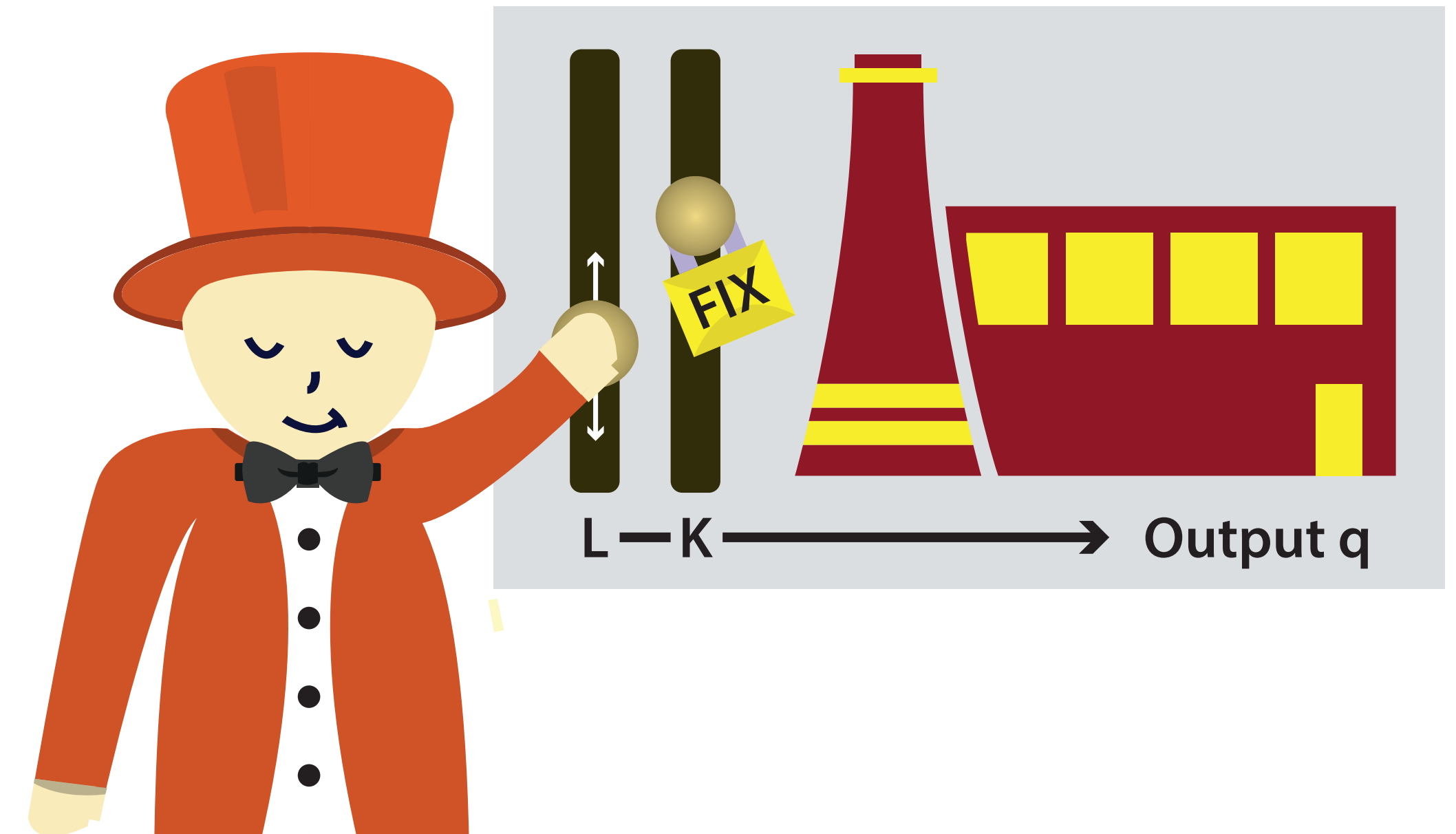


Kostenfunktionen

Durch diese Annahmen können wir das eingesetzte Kapital K als Fixkosten betrachten.

Fixkosten fc sind von der Produktionsmenge q unabhängige Kosten. Sie fallen unabhängig von der Höhe der Produktion an.

Da wir das Kapital in der kurzfristigen Betrachtung nicht an die gewünschte Produktionsmenge anpassen können, ist es von der Produktionsmenge unabhängig.

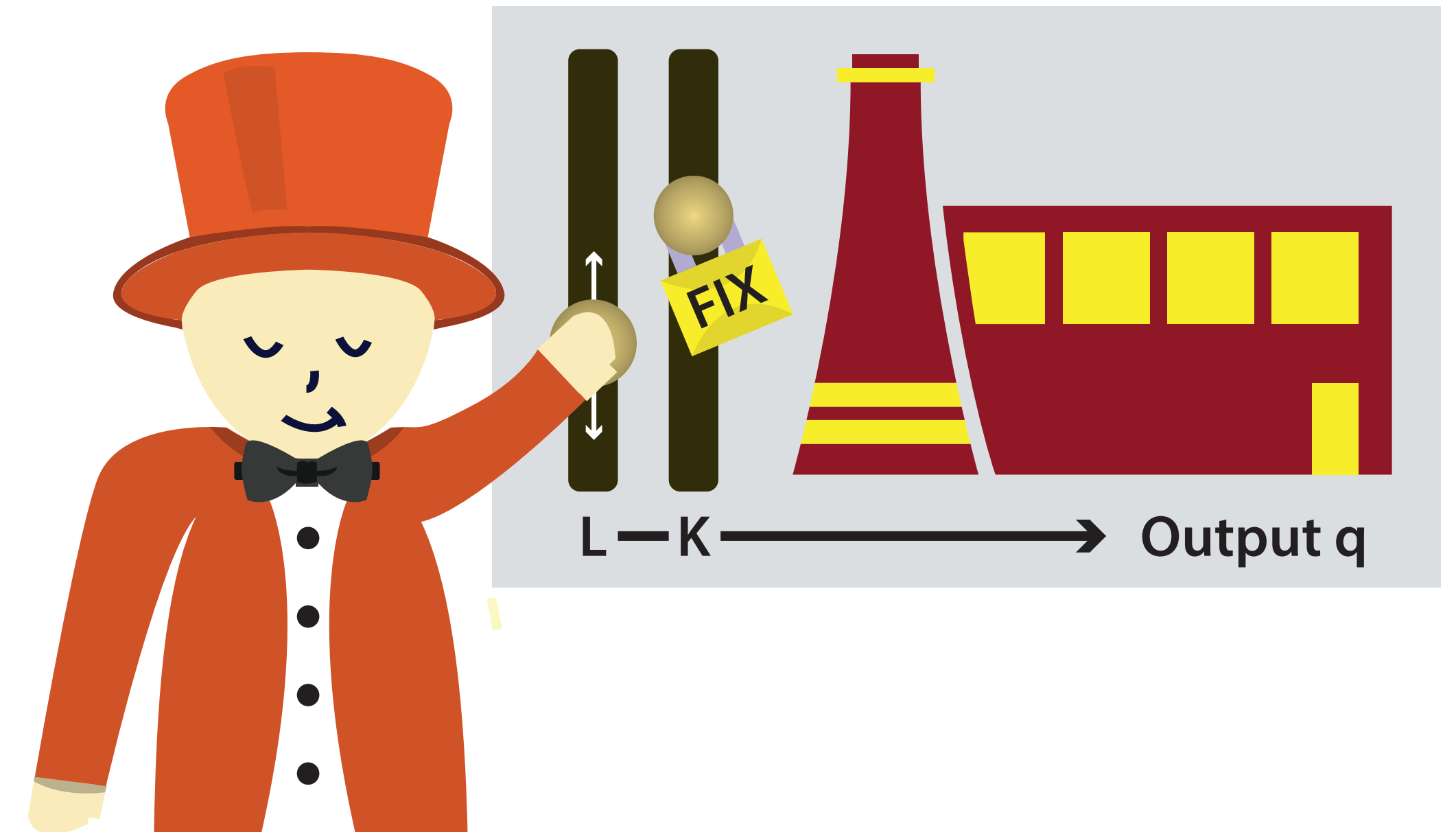


Kostenfunktionen

Durch diese Annahmen können wir die Lohnkosten wL als variable Kosten betrachten.

Variable Kosten vc sind von der Produktionsmenge q abhängige Kosten. Je mehr produziert wird, umso höher sind die variablen Kosten.

Da wir in der kurzfristigen Betrachtung die Produktionsmenge Y über den Arbeitseinsatz L steuern, sind die Lohnkosten wL von der Produktionsmenge abhängig.



Kostenfunktionen

Mit dieser Einteilung können wir eine Kostenfunktion für unser Beispielunternehmen aufstellen. Wie hoch sind die Kosten, wenn es K Kapital und L Arbeit einsetzt?

$$\begin{aligned}c(A,K,L) &= fc + vc \\ &= K + wL\end{aligned}$$

Interessanter wäre jedoch eine Funktion, die uns die Kosten bei der Produktion einer bestimmten Menge q zeigt. Wir können uns diese Variante herleiten!

$$q = K^{0.75} \cdot L^{0.25}$$

$$\Leftrightarrow \frac{q}{K^{0.75}} = L^{0.25}$$

$$\Leftrightarrow \frac{q^4}{K^3} = L$$

$$c = K + wL$$

$$\Leftrightarrow c = K + w \frac{q^4}{K^3}$$



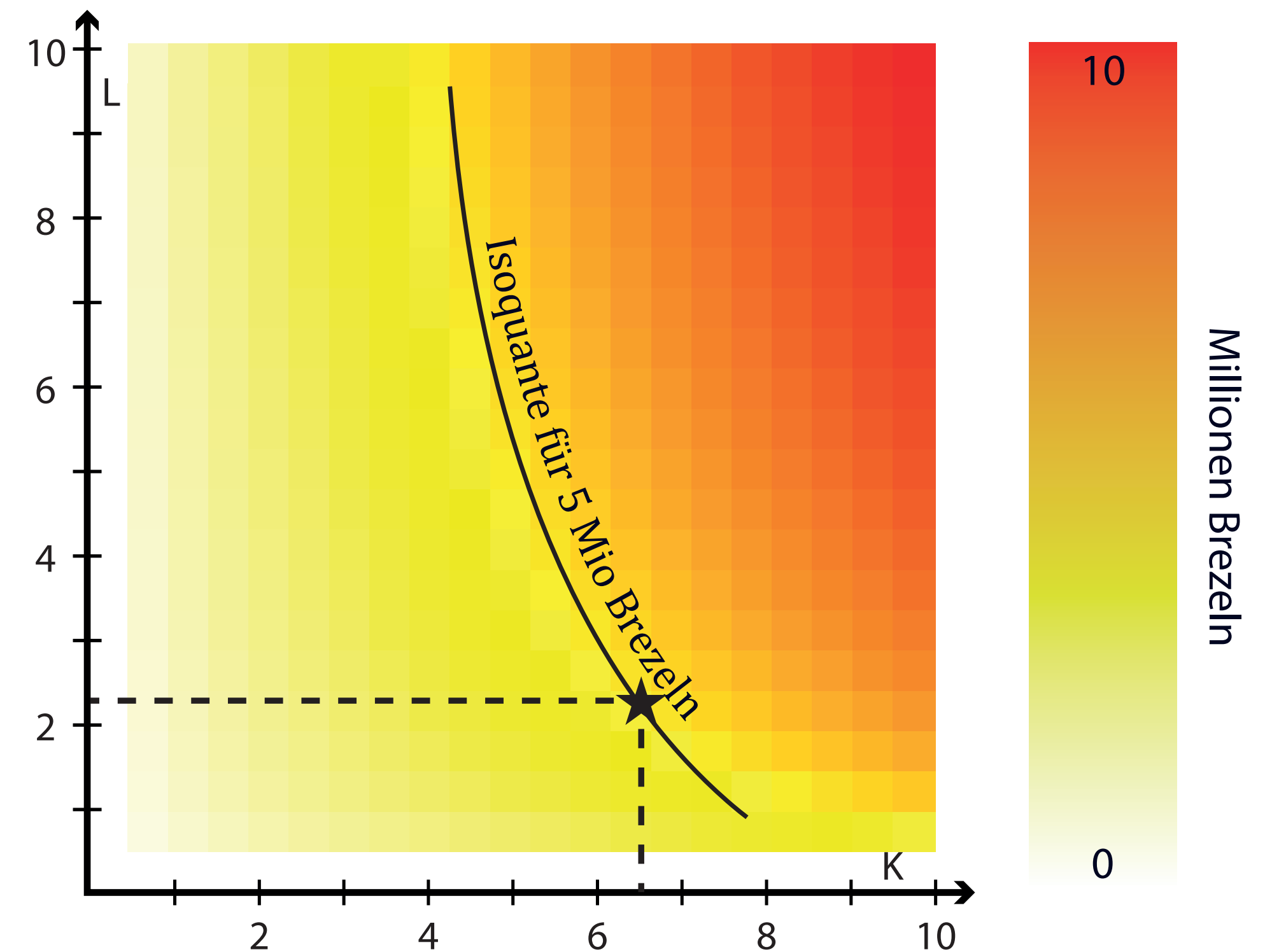
Kostenfunktionen

Den ersten Teil der Herleitung kennen wir bereits! Wir berechnen die Funktion der Isoquanten.

Alle Kombinationen von K und L mit der die Bäckerei ein bestimmtes Produktionsziel q erreichen kann, liegen auf einer **Isoquante** (lateinisch für „gleiche Menge“).

$$\frac{q^4}{K^3} = L$$

Im Schaubild rechts sehen wir noch mal das Beispiel q=5.



Kostenfunktionen

Das Endergebnis ist folgende Funktion, die uns die Gesamtkosten in Abhängigkeit von der Produktionsmenge anzeigt:

$$c(q) = K + w \frac{q^4}{K^3}$$

Bevor wir mit der Gesamtkostenfunktion weiterarbeiten, schauen wir uns eine alternative grafische Herleitung dieser Funktion an.

Produktionsfunktion

$$q(K,L) = K^{0.75} \cdot L^{0.25}$$

$$\frac{\partial q}{\partial K} = 0.75 K^{-0.25} \cdot L^{0.25} = 0.75 \left(\frac{L}{K} \right)^{0.25}$$

$$\frac{\partial q}{\partial L} = K^{0.25} \cdot 0.25 L^{-0.25} = 0.25 \left(\frac{K}{L} \right)^{0.25}$$

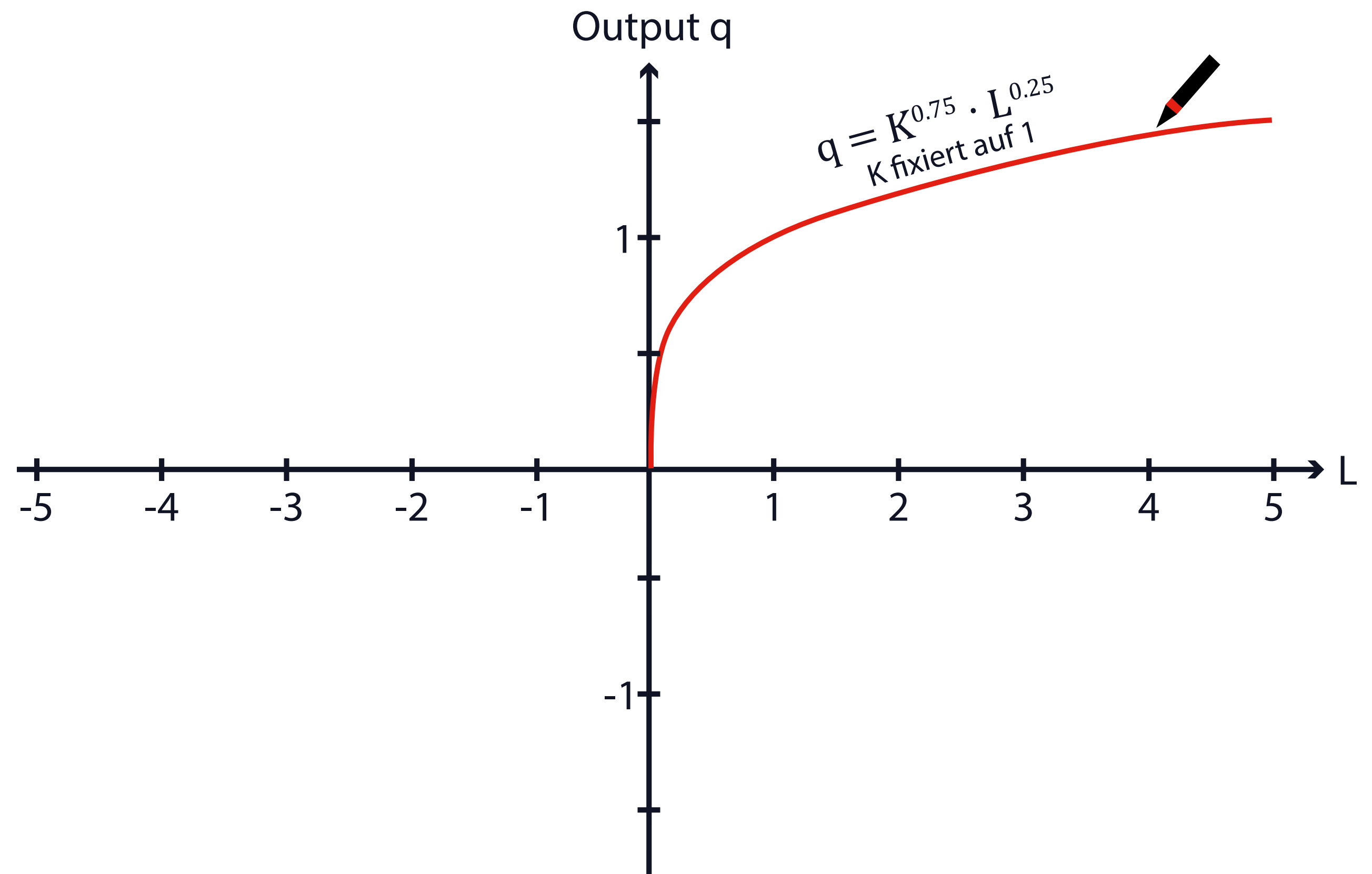


Alternative Herleitung

Zeichne ein Achsenkreuz mit vier Quadranten.

Die x-Achse steht für einen der beiden Produktionsfaktoren. Wir wählen passend zur rechnerischen Herleitung L .

Die y-Achse steht für den Output, d. h. die produzierte Menge.



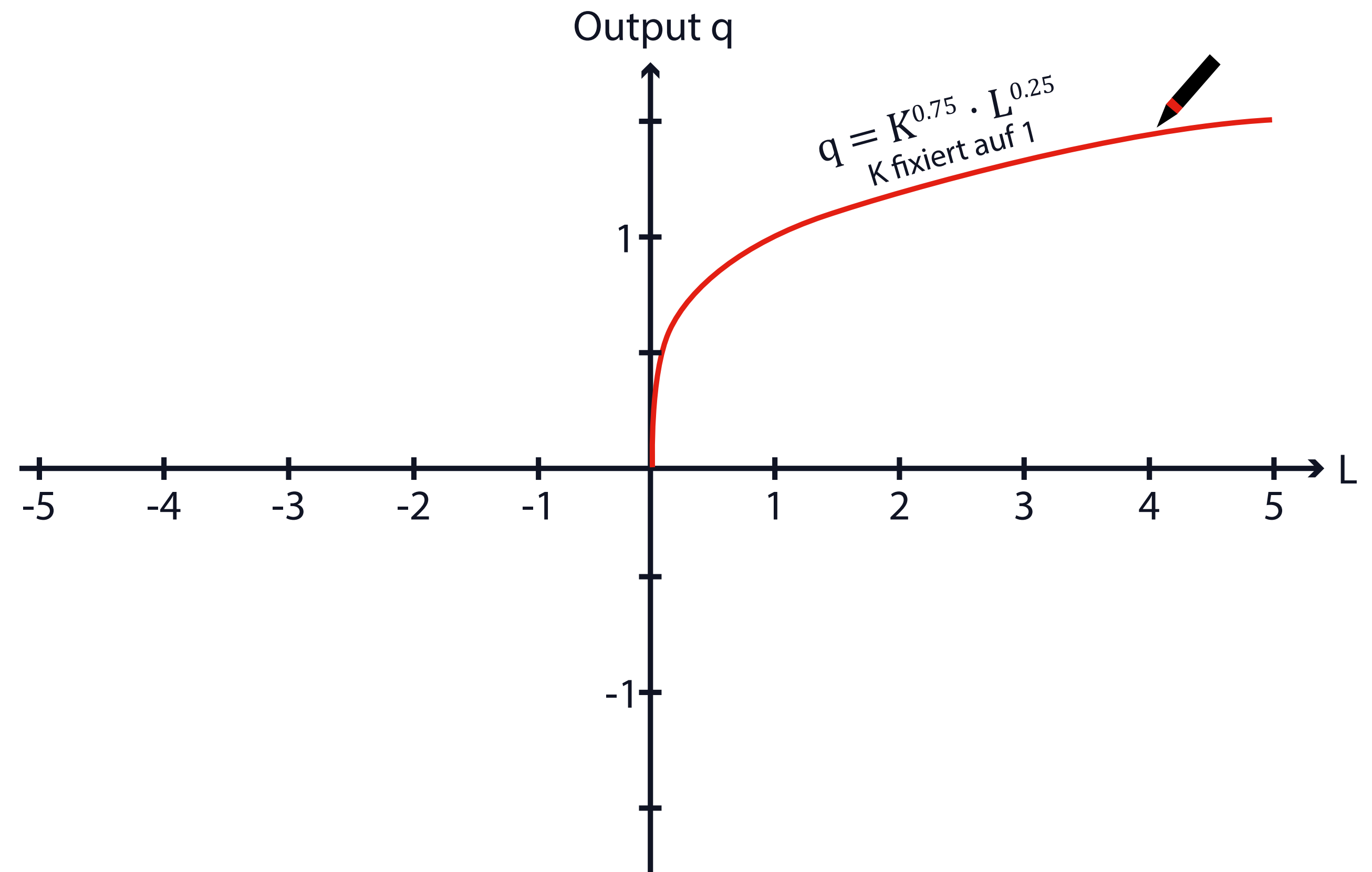
Alternative Herleitung

Auf dem Quadranten rechts oben wird die Produktionsfunktion eingezeichnet.

Der Produktionsfaktor der nicht auf der x-Achse ist (hier K) muss dabei mit einem festen Wert belegt werden.

Wir wählen den Wert $K=1$ und zeichnen

$$q = 1 \cdot L^{0.25}$$



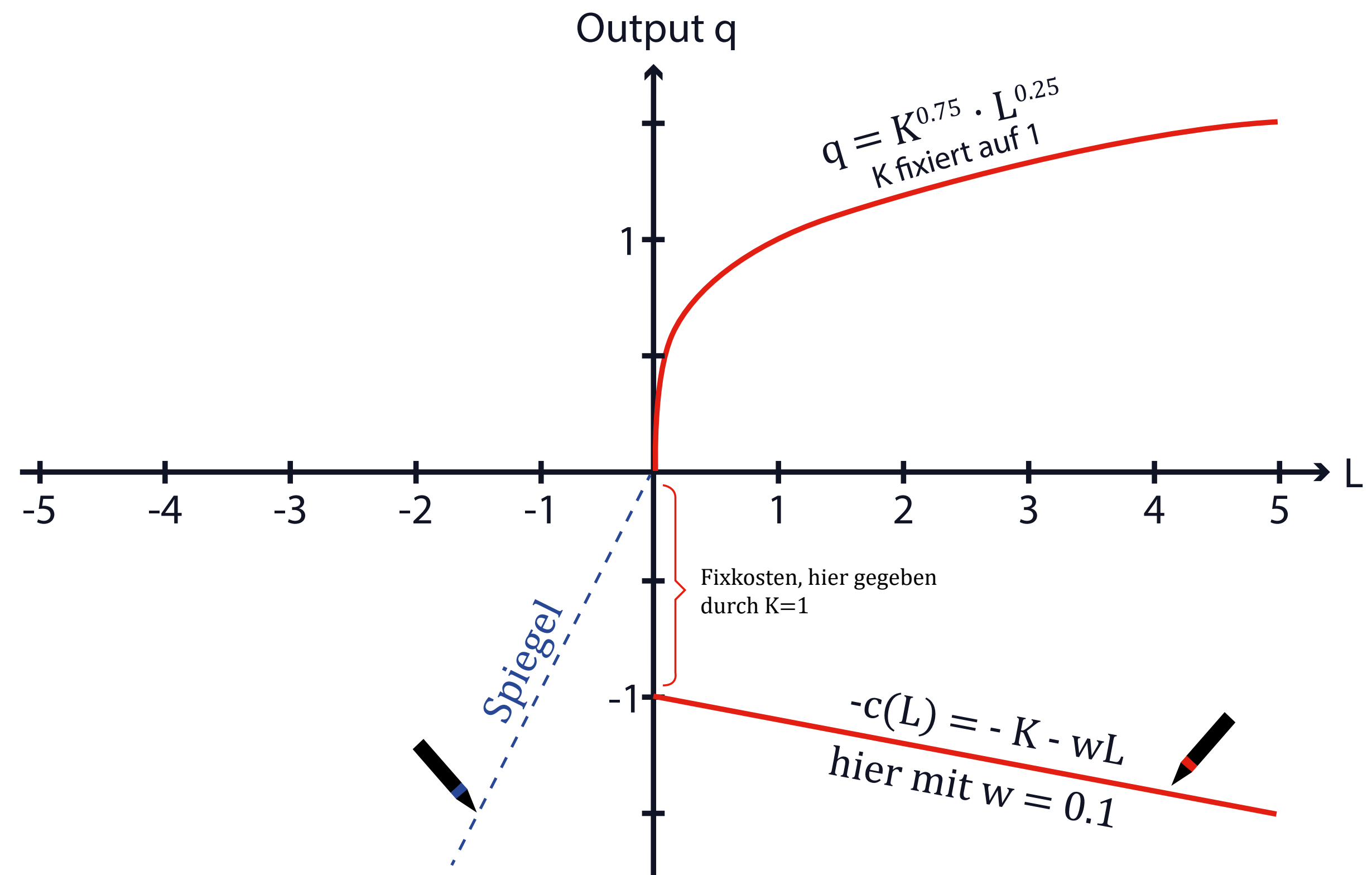
Alternative Herleitung

In den Quadranten unten rechts zeichnen wir die allgemeine Kostenfunktion, allerdings auf dem Kopf.

$$-c(K,L) = -K - wL$$

In den Quadranten unten links zeichnen wir einen Spiegel ein. Die Gleichung dazu ist:

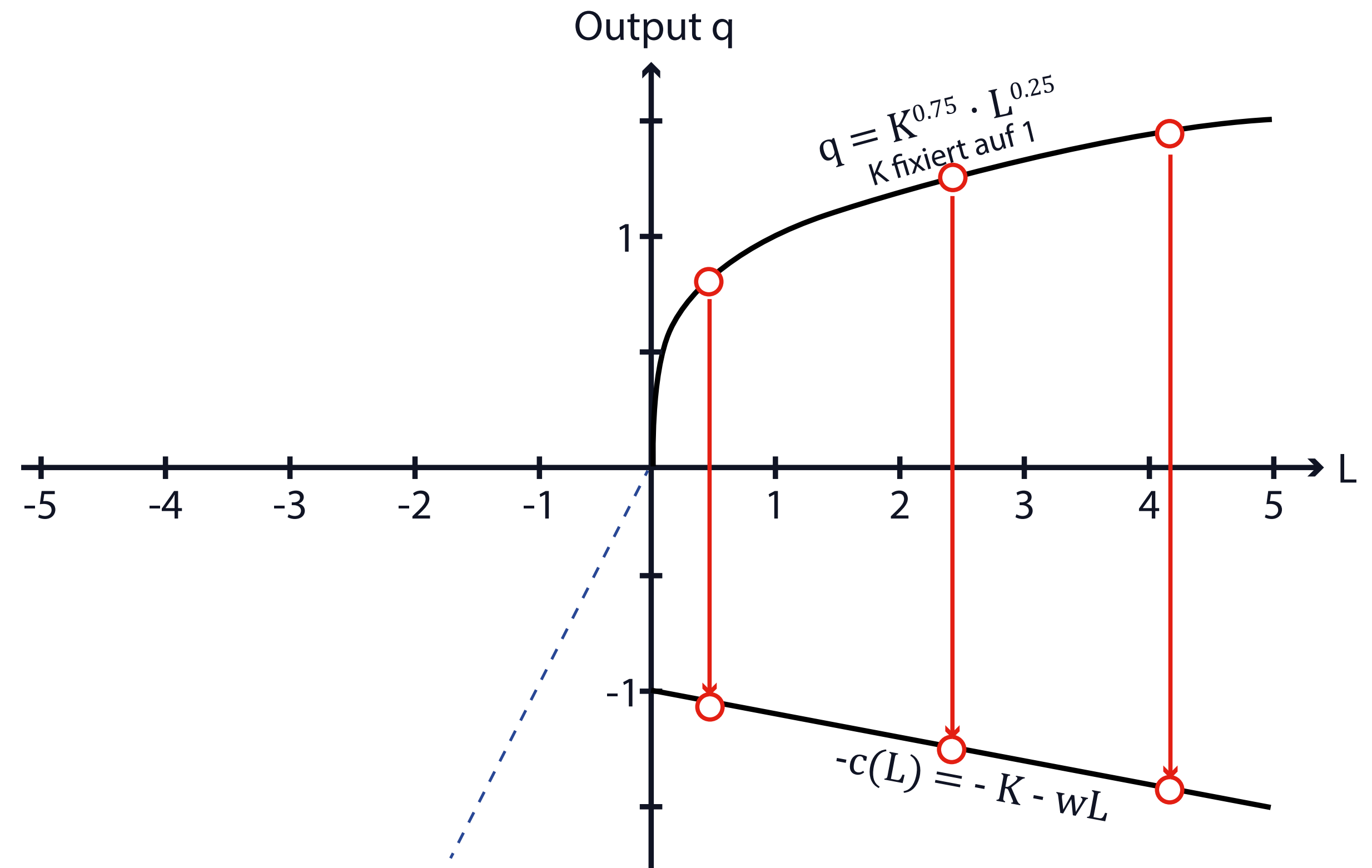
$$q(L) = L$$



Alternative Herleitung

Jetzt wählen wir einige Punkte auf der Produktionsfunktion und gehen von diesen aus senkrecht nach unten ...

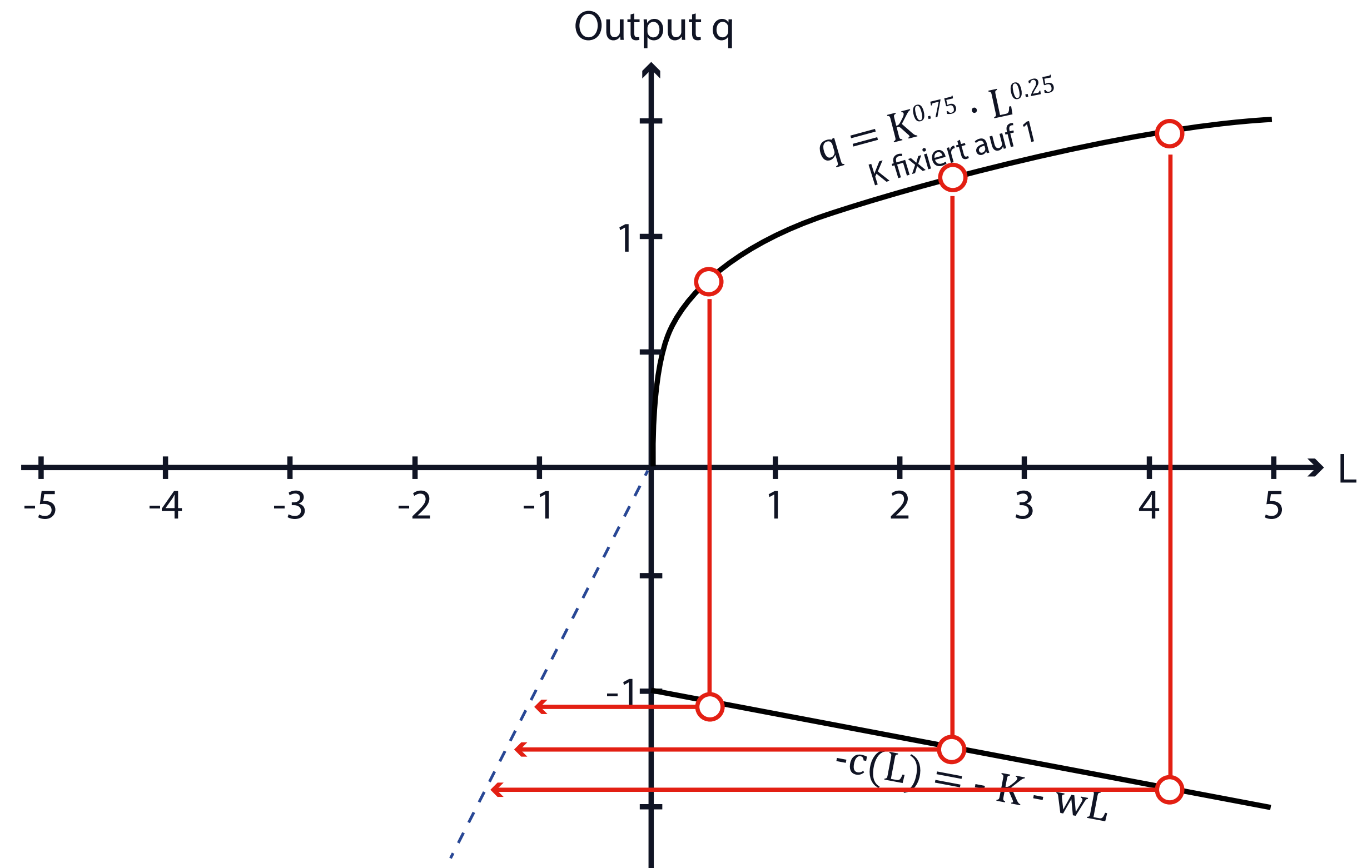
... bis wir auf die negative Kostenfunktion treffen.



Alternative Herleitung

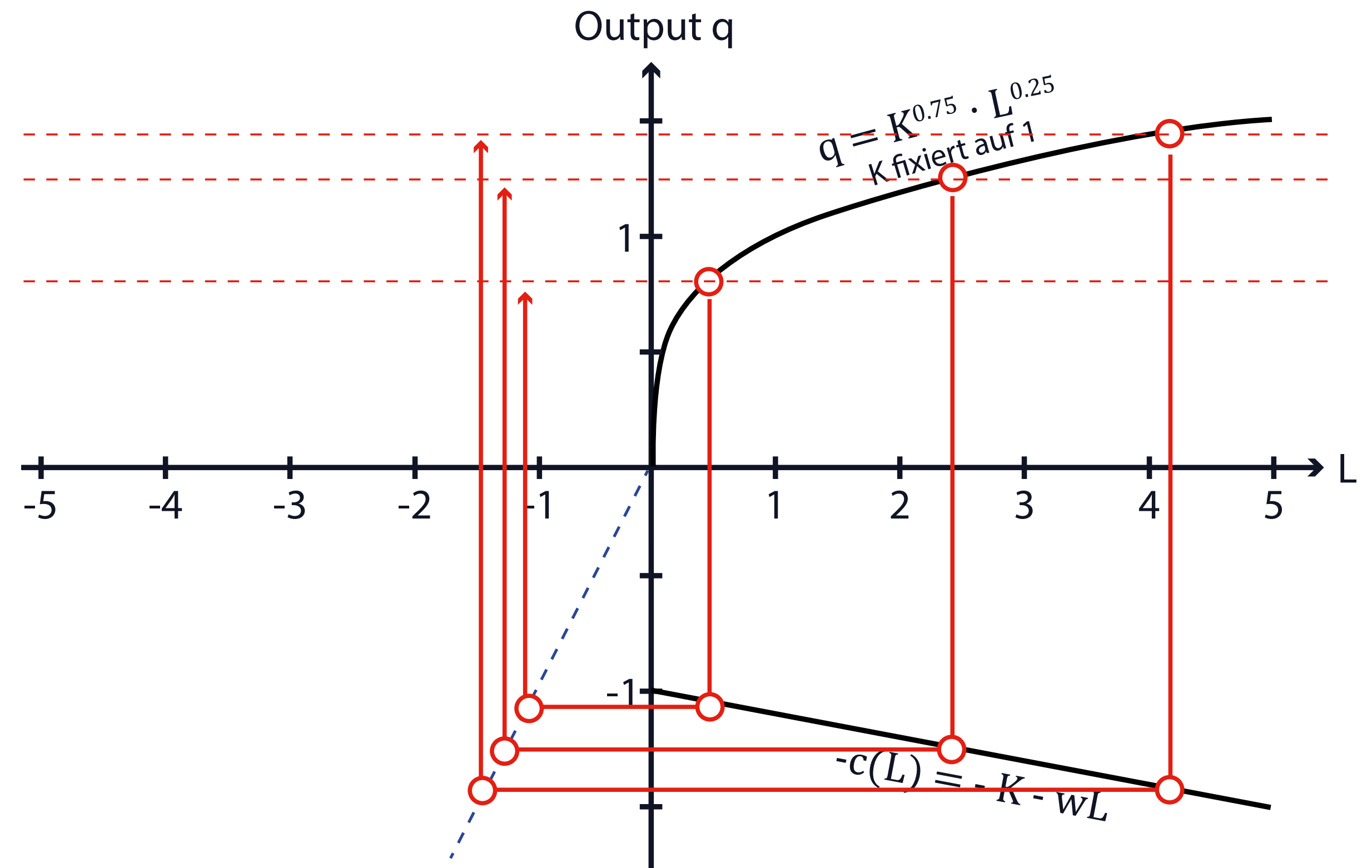
Von der Kostenfunktion prallen wir waagrecht nach links ab.

Wir gehen nach links bis wir auf den Spiegel treffen.



Alternative Herleitung

Vom Spiegel prallen wir senkrecht nach oben ab. Wir gehen nach oben bis wir die waagrechten Linien durch die ursprünglichen Punkte erreichen.

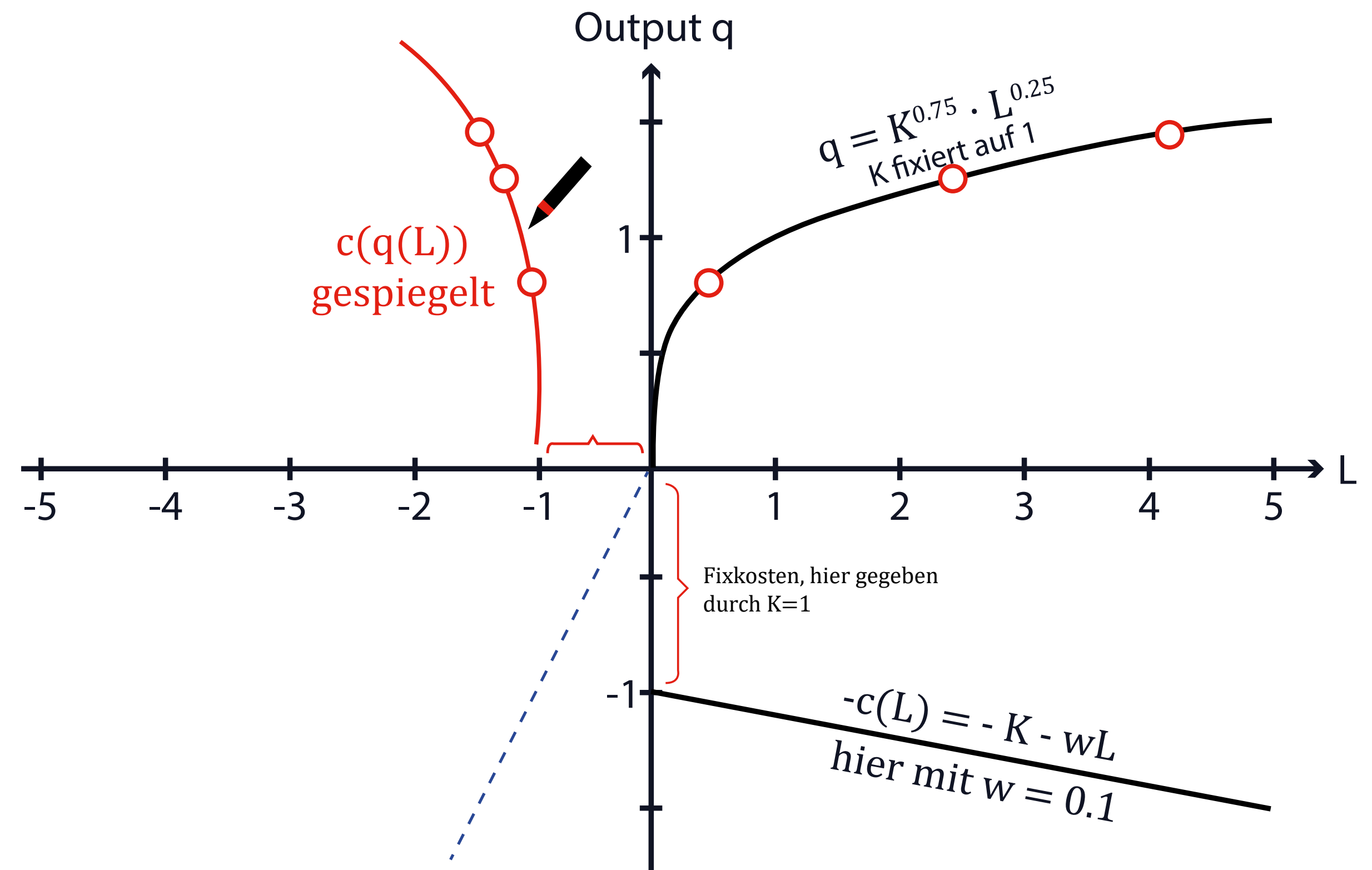


Alternative Herleitung

Durch die gefundenen Punkte fitten wir eine passende Funktion.

Diese Funktion ist unsere Kostenfunktion für bestimmte Werte von w und K .

Naja, fast. Wir müssen sie noch an der y -Achse spiegeln.



Kostenfunktionen

Das Endergebnis ist folgende Funktion, die uns die Gesamtkosten in Abhängigkeit von der Produktionsmenge anzeigt:

$$c(q) = K + w \frac{q^4}{K^3}$$

Teilen wir diese Funktion durch die Produktionsmenge q , erhalten wir die **Durchschnittskosten AC** der Brezeln.

$$AC(q) = \frac{c(q)}{q} = \frac{K}{q} + w \frac{q^3}{K^3}$$

Produktionsfunktion

$$q(K,L) = K^{0.75} \cdot L^{0.25}$$

$$\frac{\partial q}{\partial K} = 0.75 K^{-0.25} \cdot L^{0.25} = 0.75 \left(\frac{L}{K} \right)^{0.25}$$

$$\frac{\partial q}{\partial L} = K^{0.25} \cdot 0.25 L^{-0.25} = 0.25 \left(\frac{K}{L} \right)^{0.25}$$



Kostenfunktionen

Wir finden folgende Funktion, die uns die Gesamtkosten in Abhängigkeit von der Produktionsmenge anzeigt:

$$c(q) = K + w \frac{q^4}{K^3}$$

Leiten wir diese Funktion dagegen nach der Produktionsmenge q ab, erhalten wir die **Grenzkosten MC**. Was kostet eine zusätzliche Einheit Brezeln, wenn wir bereits q produzieren?

$$MC(q) = \frac{\partial c(q)}{\partial q} = 4w \frac{q^3}{K^3}$$

Produktionsfunktion

$$q(K,L) = K^{0.75} \cdot L^{0.25}$$

$$\frac{\partial q}{\partial K} = 0.75 K^{-0.25} \cdot L^{0.25} = 0.75 \left(\frac{L}{K} \right)^{0.25}$$

$$\frac{\partial q}{\partial L} = K^{0.75} \cdot 0.25 L^{-0.75} = 0.25 \left(\frac{K}{L} \right)^{0.25}$$

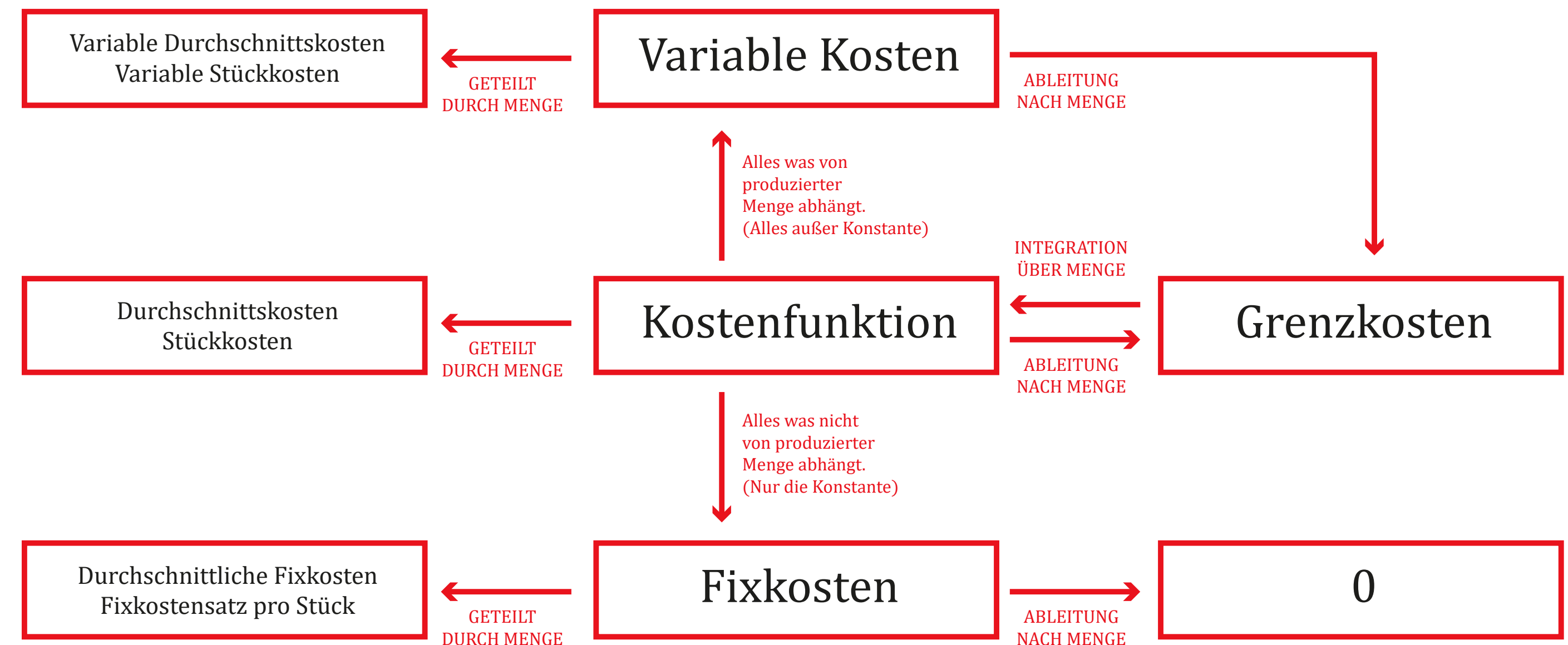


Kostenfunktionen

Die ganzen Kostenbegriffe stehen in einem logischen Zusammenhang.

Bei „Grenz...“ leiten wir immer nach der Menge ab.

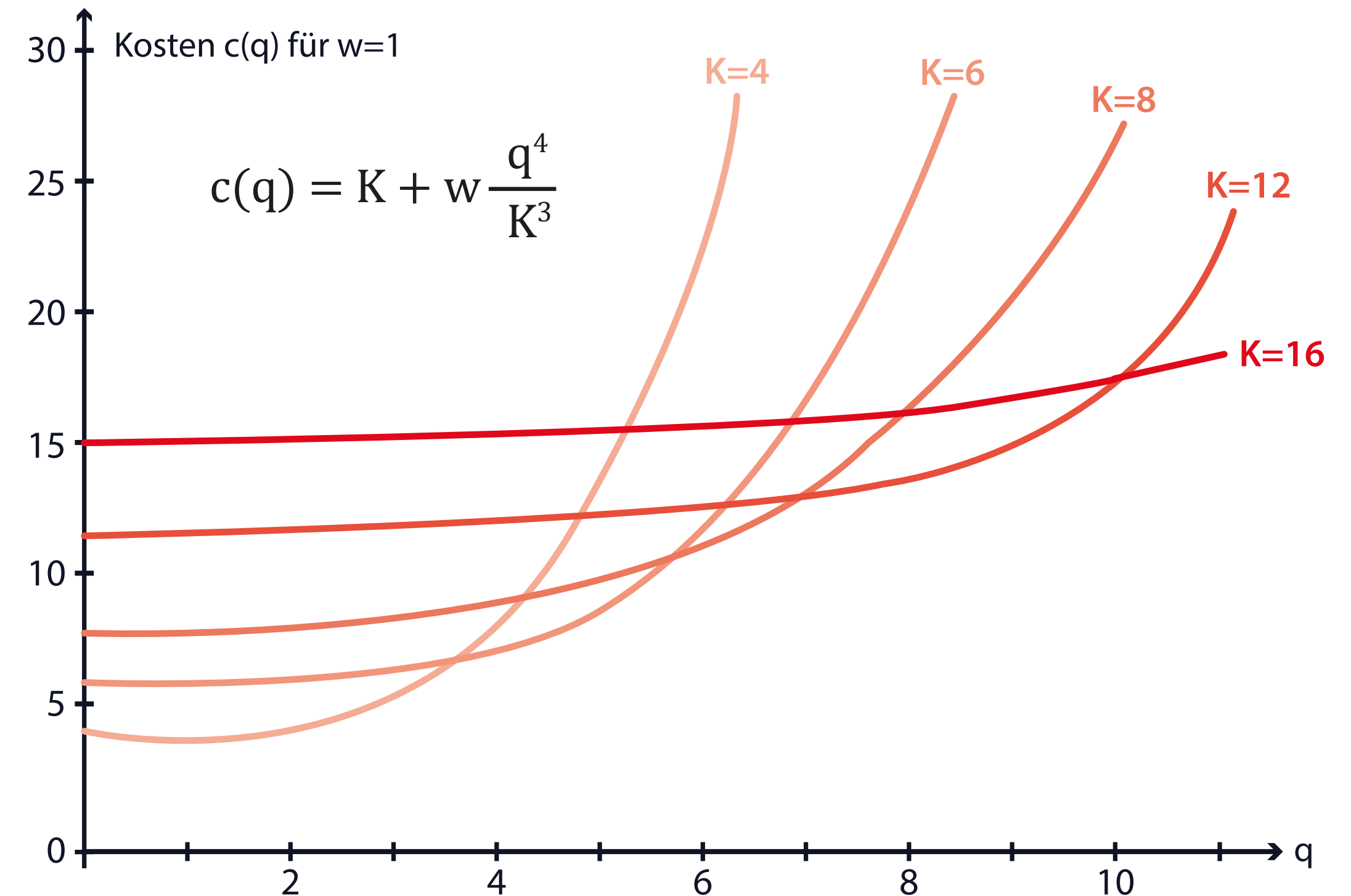
Bei „Durchschnitts...“ teilen wir immer durch die Menge.



Kostenfunktionen

Unsere Gleichung hat zwei Variablen: den Output q und den Kapitaleinsatz K . Die Kosten, um eine bestimmte Menge q zu produzieren, können je nach Kapitaleinsatz unterschiedlich ausfallen!

Trade-Off Je mehr Kapital wir investieren, umso langsamer wachsen unsere Gesamtkosten mit der Menge. Große Investitionen in Kapitalausstattung lohnen sich daher bei großen Stückzahlen!

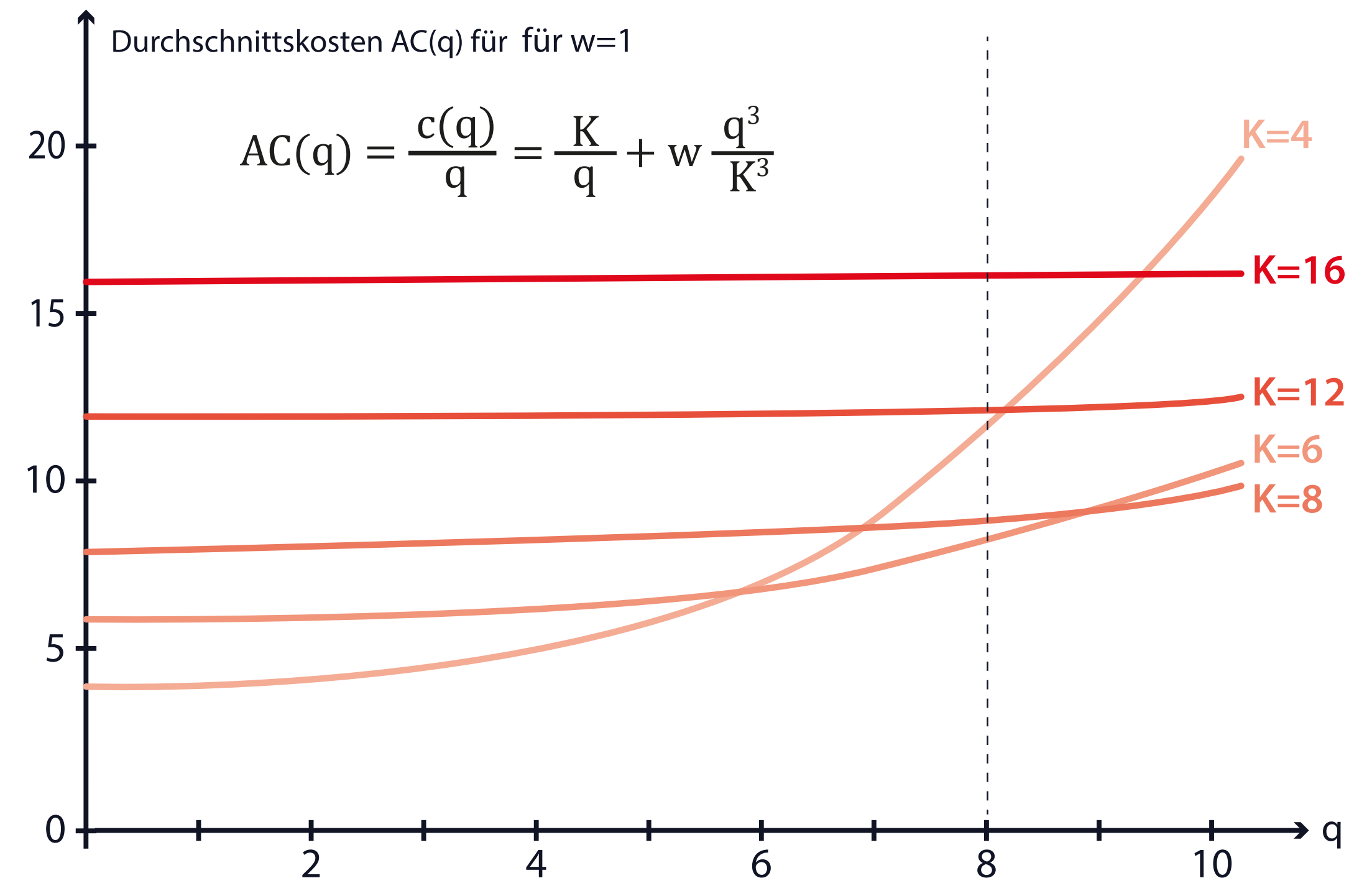


Kostenfunktionen

Schauen wir uns die Durchschnittskosten für verschiedene Werte von K an, sehen wir, welche Kapitalausstattung für welches Produktionsziel geeigneter ist.

Im Beispiel wäre für ein Produktionsziel von $q=8$, eine Kapitalausstattung von $K=4$ zu gering und eine Kapitalausstattung von $K=16$ zu hoch!

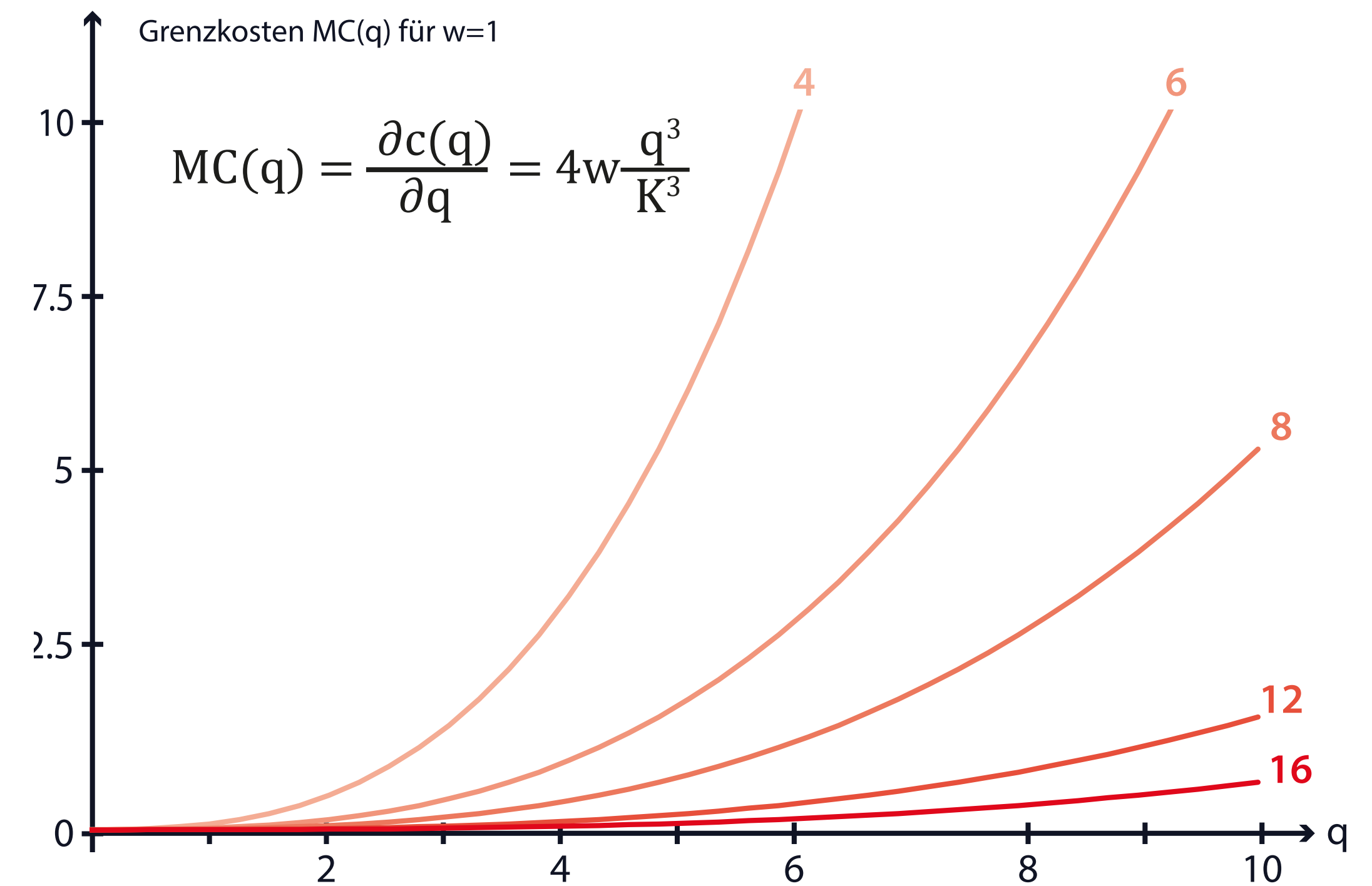
Aus den gezeigten Optionen (4,6,8,12,16) wäre eine Kapitalausstattung von $K=6$ die beste Wahl.



Kostenfunktionen

Aber wie finden wir das Optimum für ein bestimmtes Produktionsziel ohne sämtliche Werte für K durchzuprobieren?

Dabei helfen uns die Grenzkosten. Um das Optimum für ein bestimmtes Produktionsziel zu finden, setzen wir diese mit den Durchschnittskosten gleich!

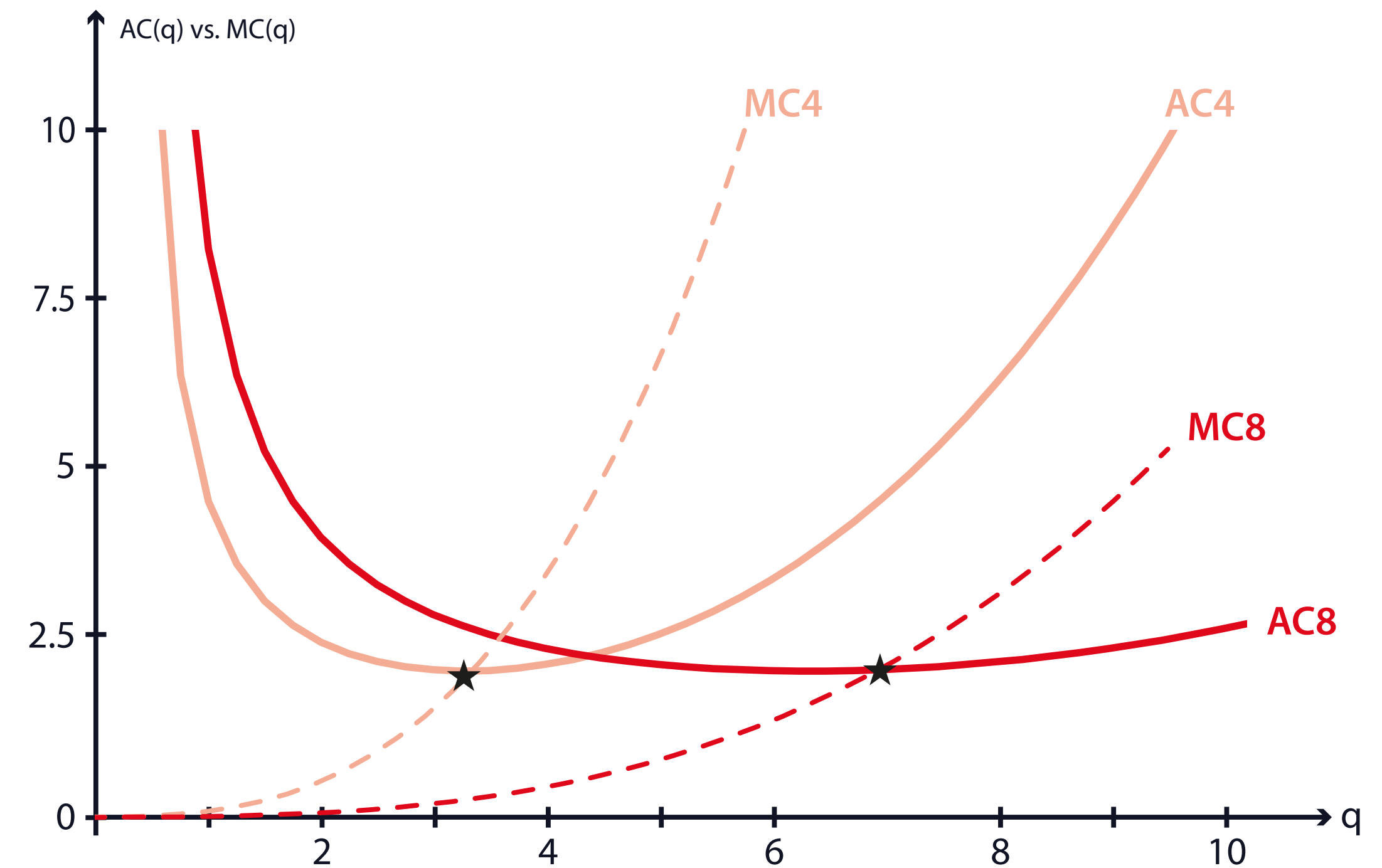


Optimaler Kapitaleinsatz

Wir finden die Optima für verschiedene Produktionsziele an den Schnittpunkten von Durchschnitts- und Grenzkosten.

Dieses Prinzip funktioniert natürlich nicht nur grafisch, sondern auch rechnerisch:

$$MC(q) \stackrel{!}{=} AC(q)$$

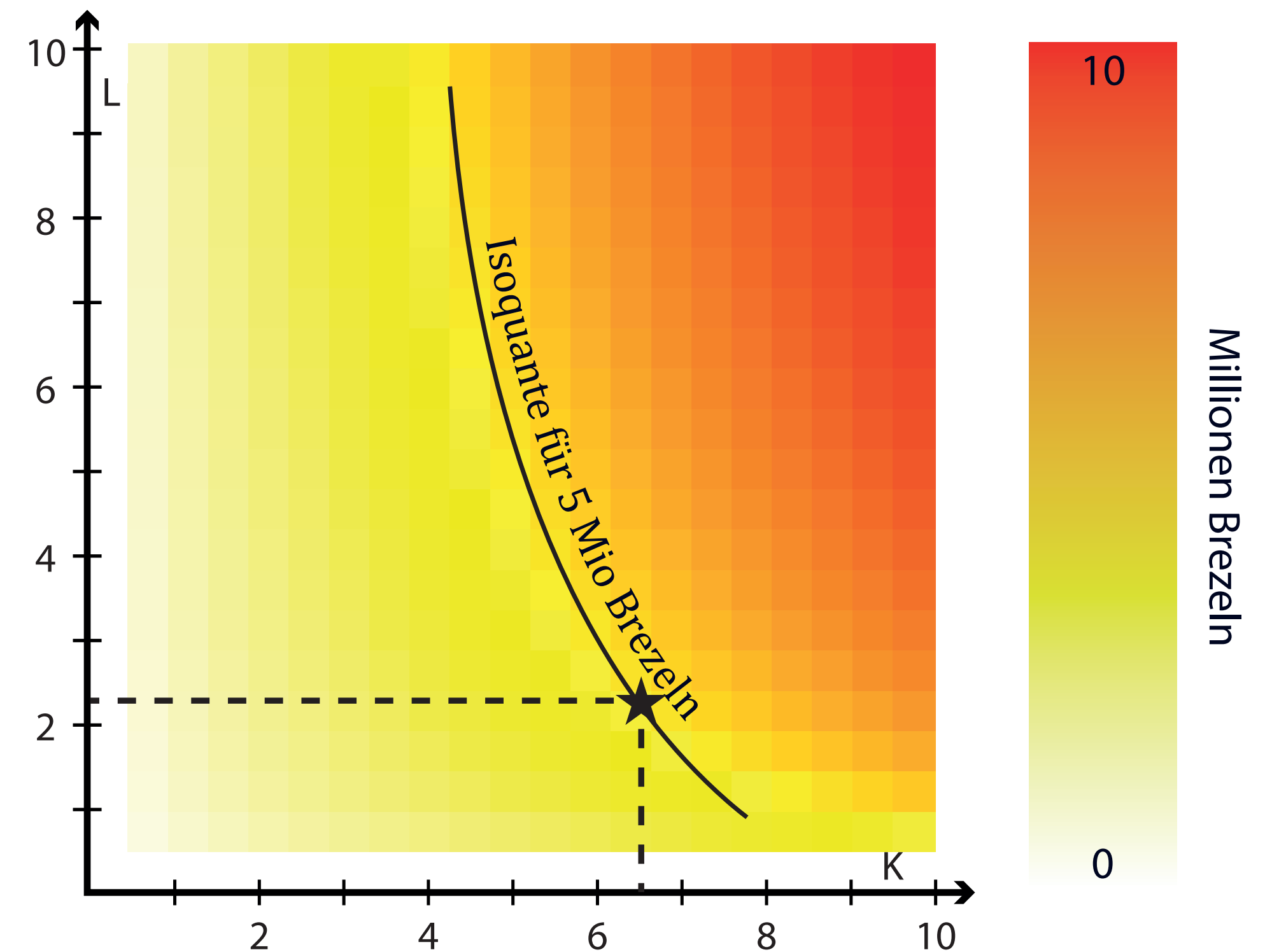


Optimaler Kapitaleinsatz

Wir nehmen an, dass unsere Bäckerei sich auf eine Produktion von $q=5$ einstellen möchte.

Wir suchen eine Kombination von K und L die auf der rechts gezeigten Isoquante liegt und bei der die Gesamtkosten minimal sind. Wir setzen an mit:

$$MC(q) \stackrel{!}{=} AC(q)$$



$$MC(q) = \frac{\partial c(q)}{\partial q} = 4w \frac{q^3}{K^3} \quad AC(q) = \frac{c(q)}{q} = \frac{K}{q} + w \frac{q^3}{K^3}$$

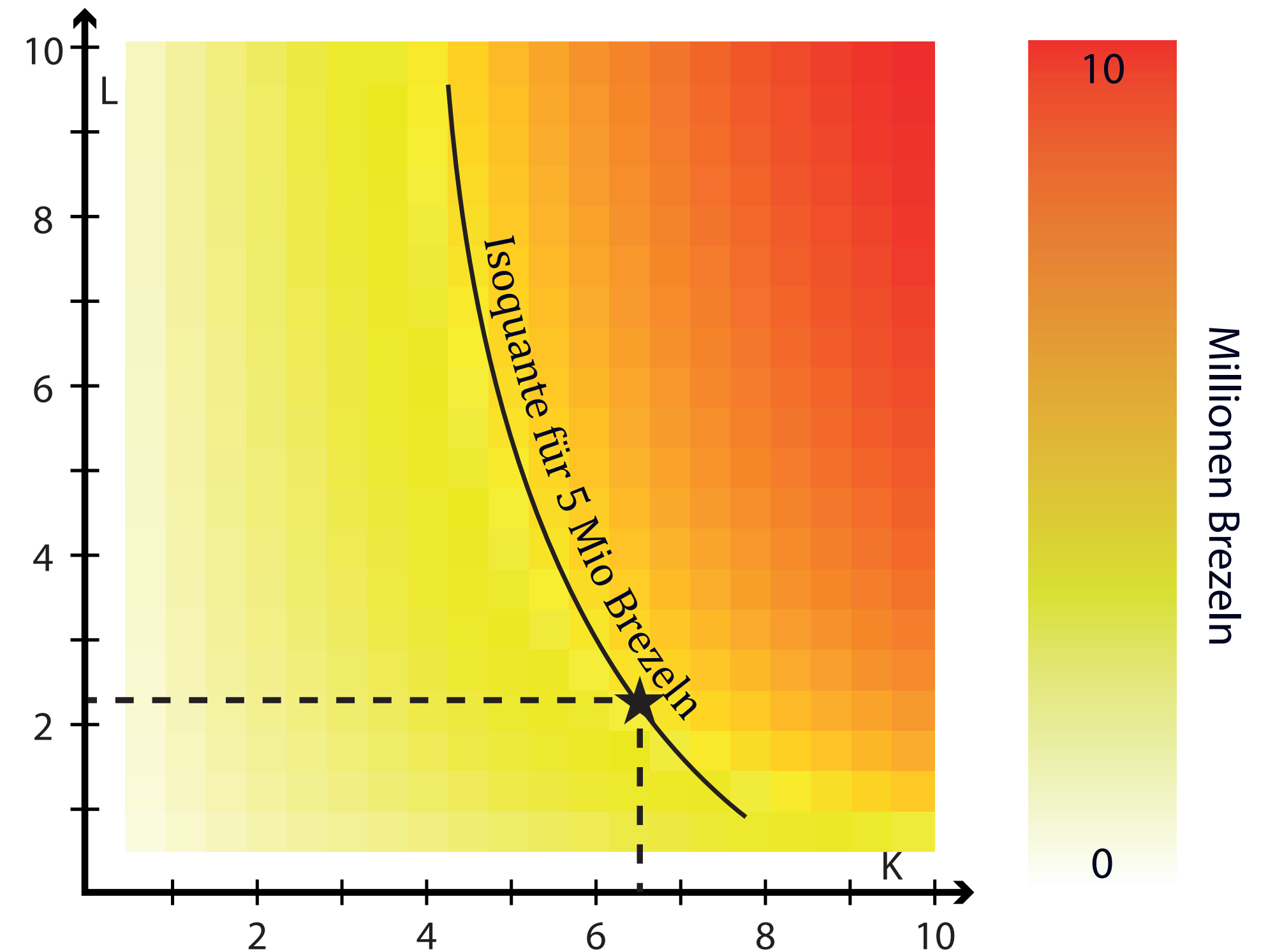
$$MC(q) \stackrel{!}{=} AC(q)$$

$$\Leftrightarrow 4w \frac{q^3}{K^3} = \frac{K}{q} + w \frac{q^3}{K^3}$$

$$\Leftrightarrow 4wq^4 = K^4 + wq^4$$

$$\Leftrightarrow K^4 = 3wq^4$$

$$\Leftrightarrow K = \sqrt[4]{3wq^4} = q \sqrt[4]{3w}$$



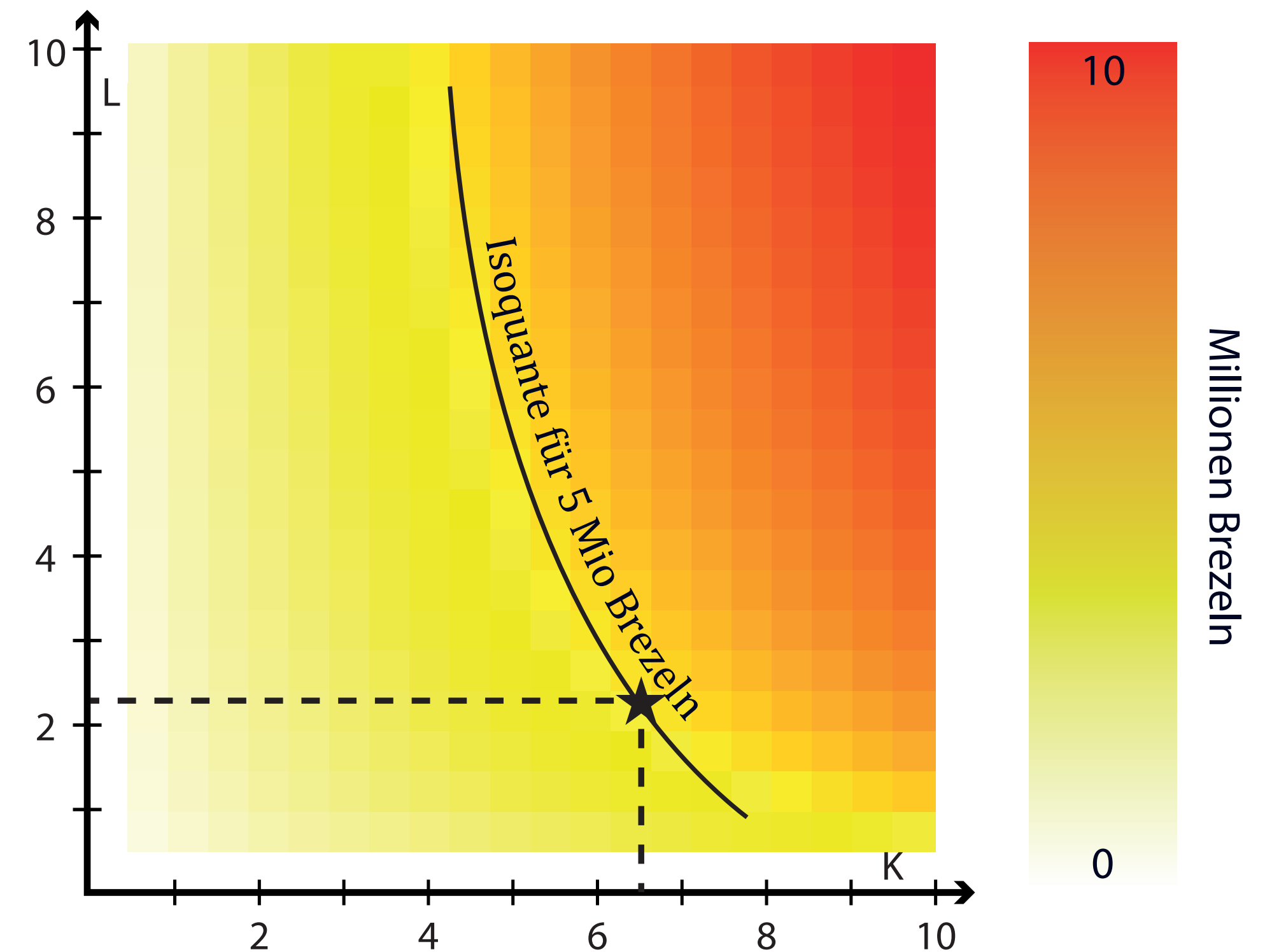
Optimaler Kapitaleinsatz

Bei einem Lohnniveau von $w=1$ und einer gewünschten Produktion von $q=6$ erhalten wir:

$$K^* = q \cdot \sqrt[4]{3w} = 5 \cdot \sqrt[4]{3} \approx 6.6$$

$$L^* = \frac{q^4}{K^3} \approx 2.2$$

Damit haben wir unser Ziel erreicht. Die Bäckerei wählt $K=6.6$ und $L=2.2$ und hat damit bei einer Produktion von 5 Millionen Brezeln Kosten von $c(5)=6.93$



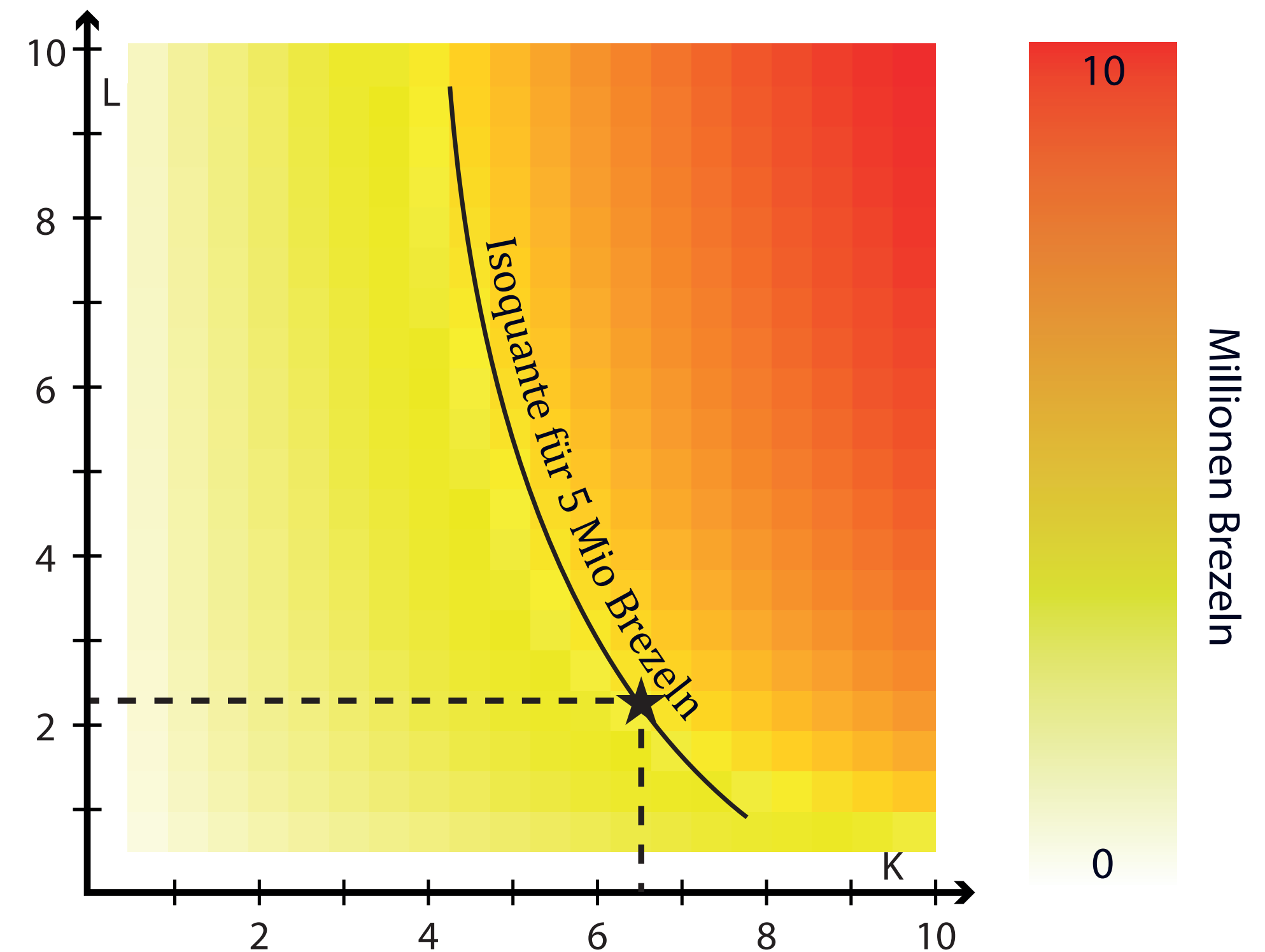
Optimaler Kapitaleinsatz

Wir können den optimalen Kapitaleinsatz auch in unsere Kostenfunktion einsetzen. Dadurch erhalten wir ...

$$c(q) = K + w \frac{q^4}{K^3}$$

$$c(q) = q \cdot \sqrt[4]{3w} + \frac{wq^4}{\left[q \cdot \sqrt[4]{3w}\right]^3}$$

$$c(q) = q \cdot \sqrt[4]{3w} + \frac{wq}{(3w)^{0.75}}$$



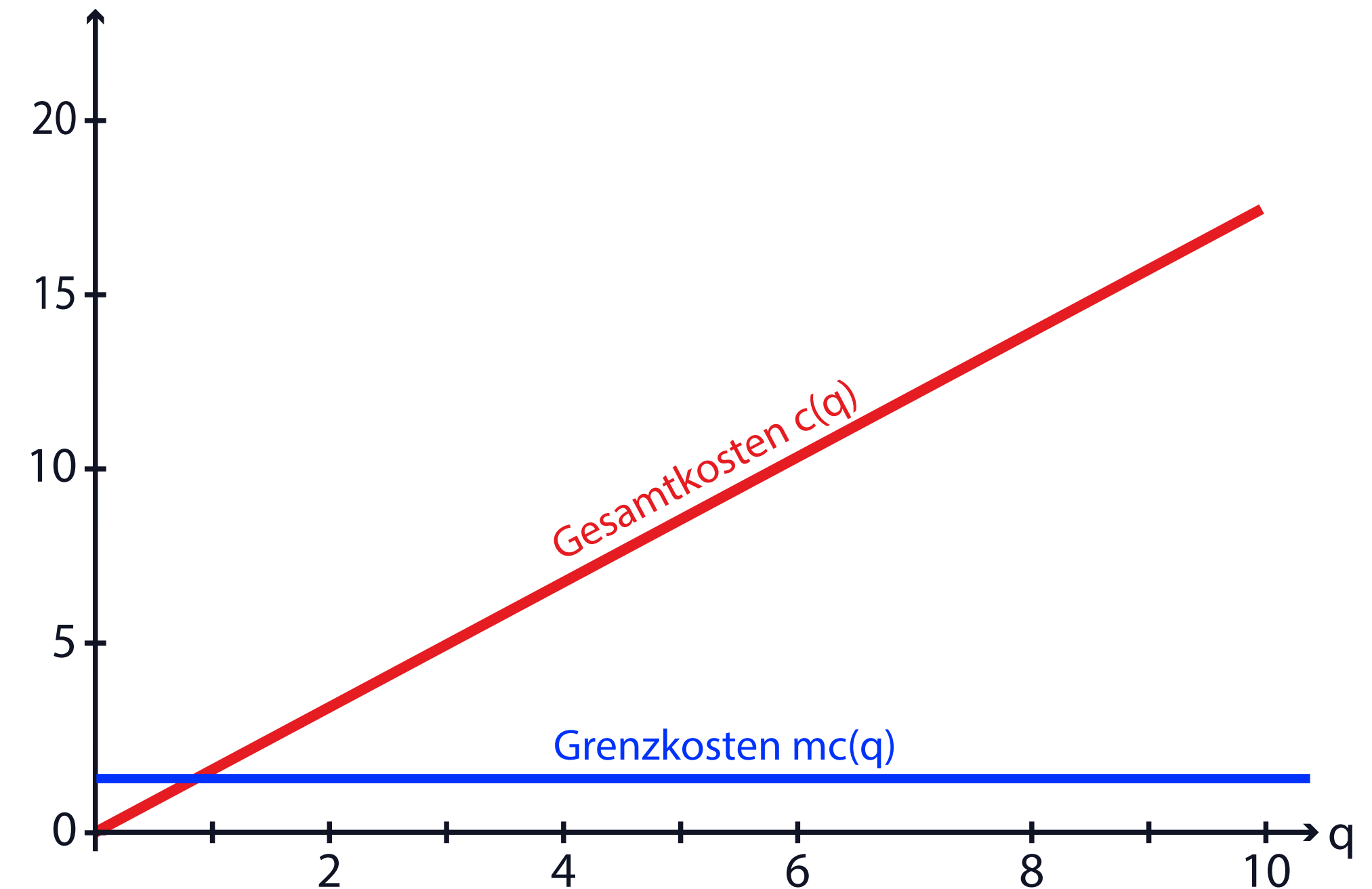
Optimaler Kapitaleinsatz

Setzen wir das Lohnniveau $w=1$ ein erhalten wir:

$$c(q) = q \cdot \sqrt[4]{3} + \frac{q}{\sqrt[4]{27}}$$

Wenn unsere Bäckerei die Faktoren K und L optimal einsetzt, hat sie eine lineare Kostenfunktion mit konstanten Grenzkosten!

Das ist kein Zufall. Allgemein gilt ...

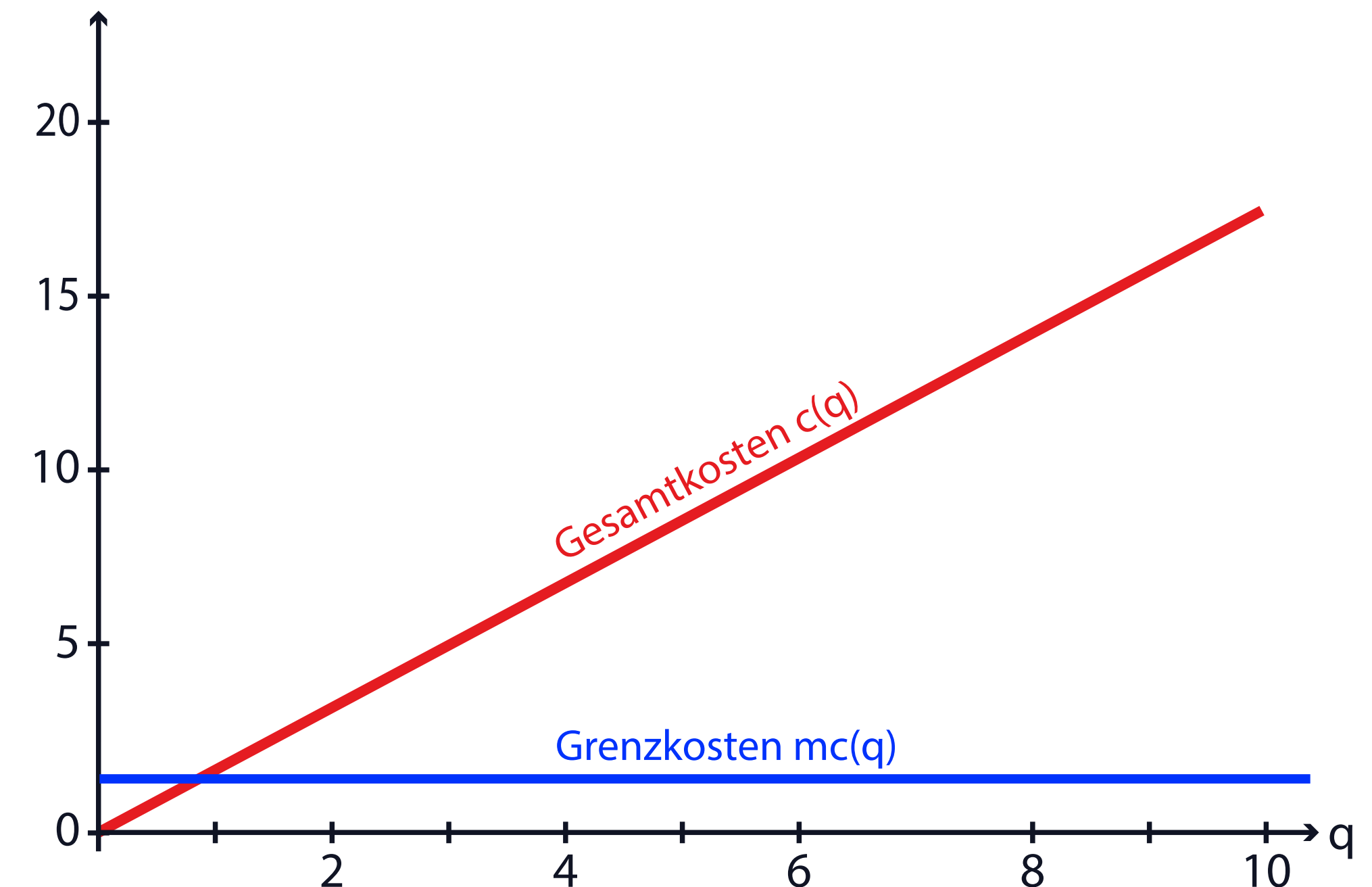


Optimaler Kapitaleinsatz

Unternehmen mit abnehmenden Skalenerträgen haben überlineare Kostenfunktionen und zunehmende Grenzkosten.

Unternehmen mit konstanten Skalenerträgen haben lineare Kostenfunktionen und konstante Grenzkosten.

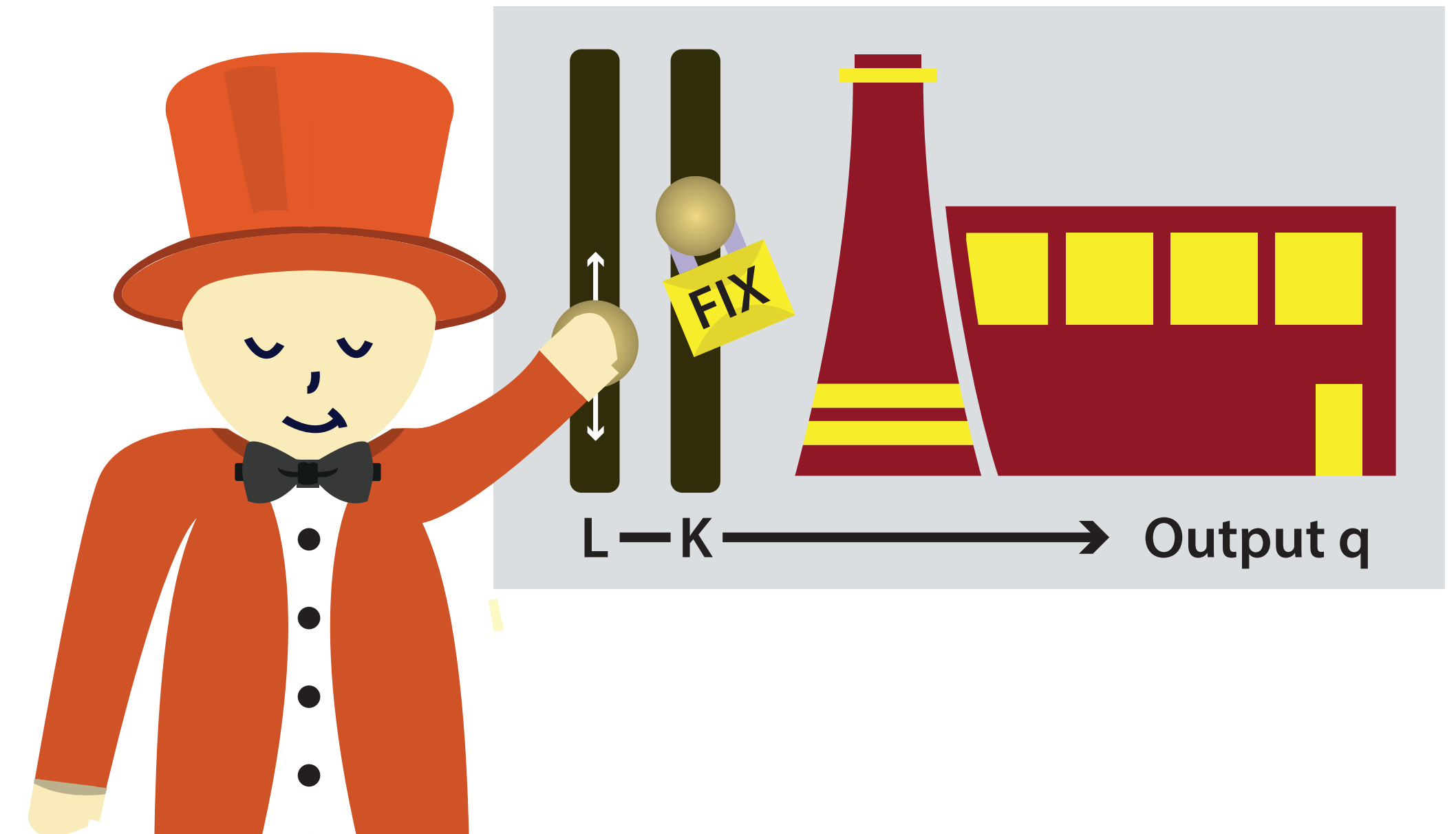
Unternehmen mit zunehmenden Skalenerträgen haben unterlineare Kostenfunktionen und abnehmende Grenzkosten.



Optimaler Kapitaleinsatz

Eine Schwachstelle hat unser Beispiel jedoch! Es funktioniert nur, wenn die Bäckerei eine feste, **exogen** (von außen) gegebene Zahl an Brezeln produzieren möchte.

Was ist jedoch, wenn die Bäckerei ihre Menge **endogen** wählt mit dem Ziel möglichst viel Gewinn zu machen?

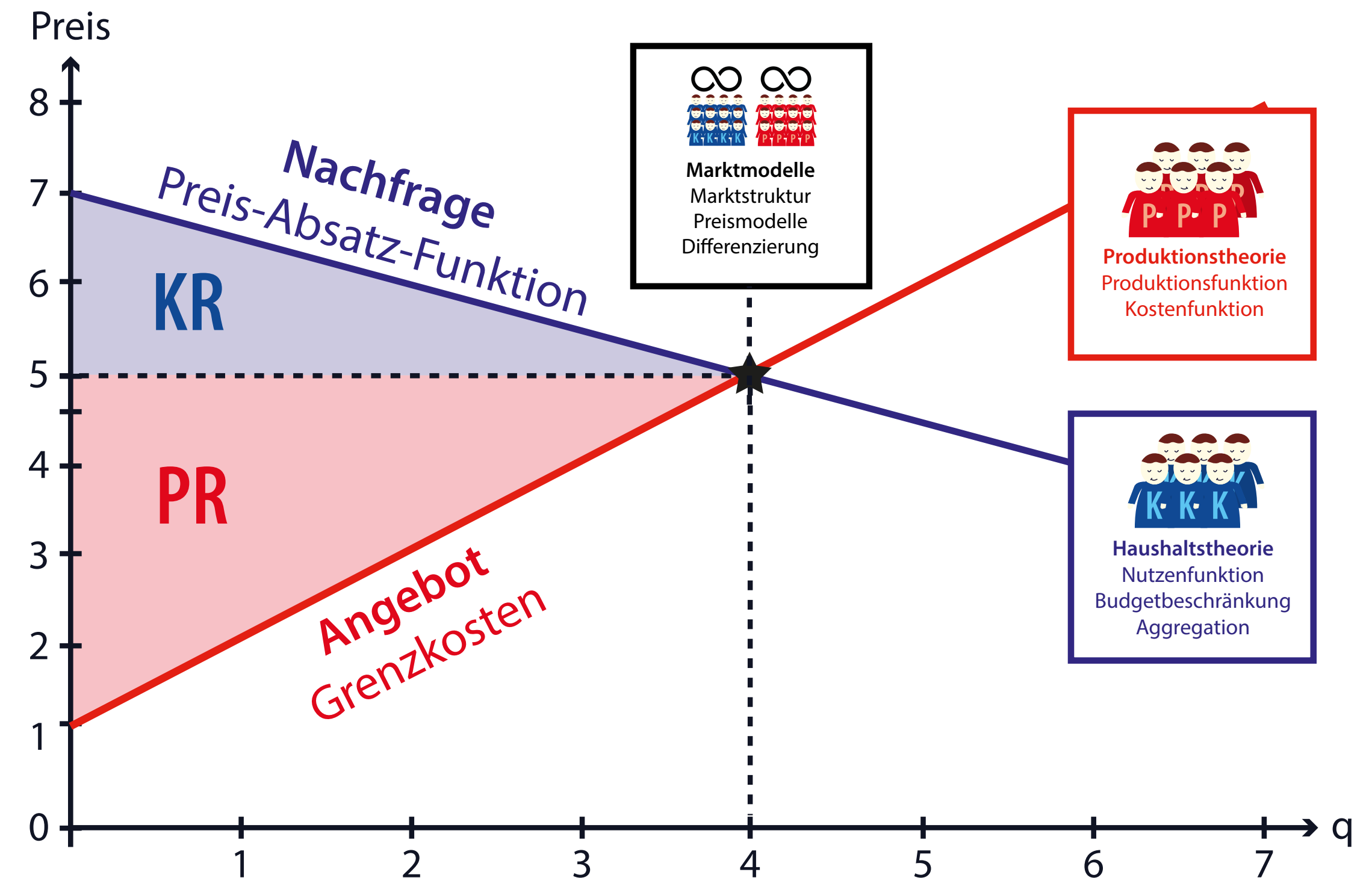


Kostenfunktion

Die Ableitung der Kostenfunktion (Grenzkosten) ist das „Angebot“ aus dem anfangs gezeigten Schaubild.

Sie gibt an, wie hoch der Preis sein muss, damit sich die Produktion der letzten produzierten Einheit gerade noch lohnt.

Beispiel: Damit das fünfte Stück produziert wird, müsste der Preis 6 sein!

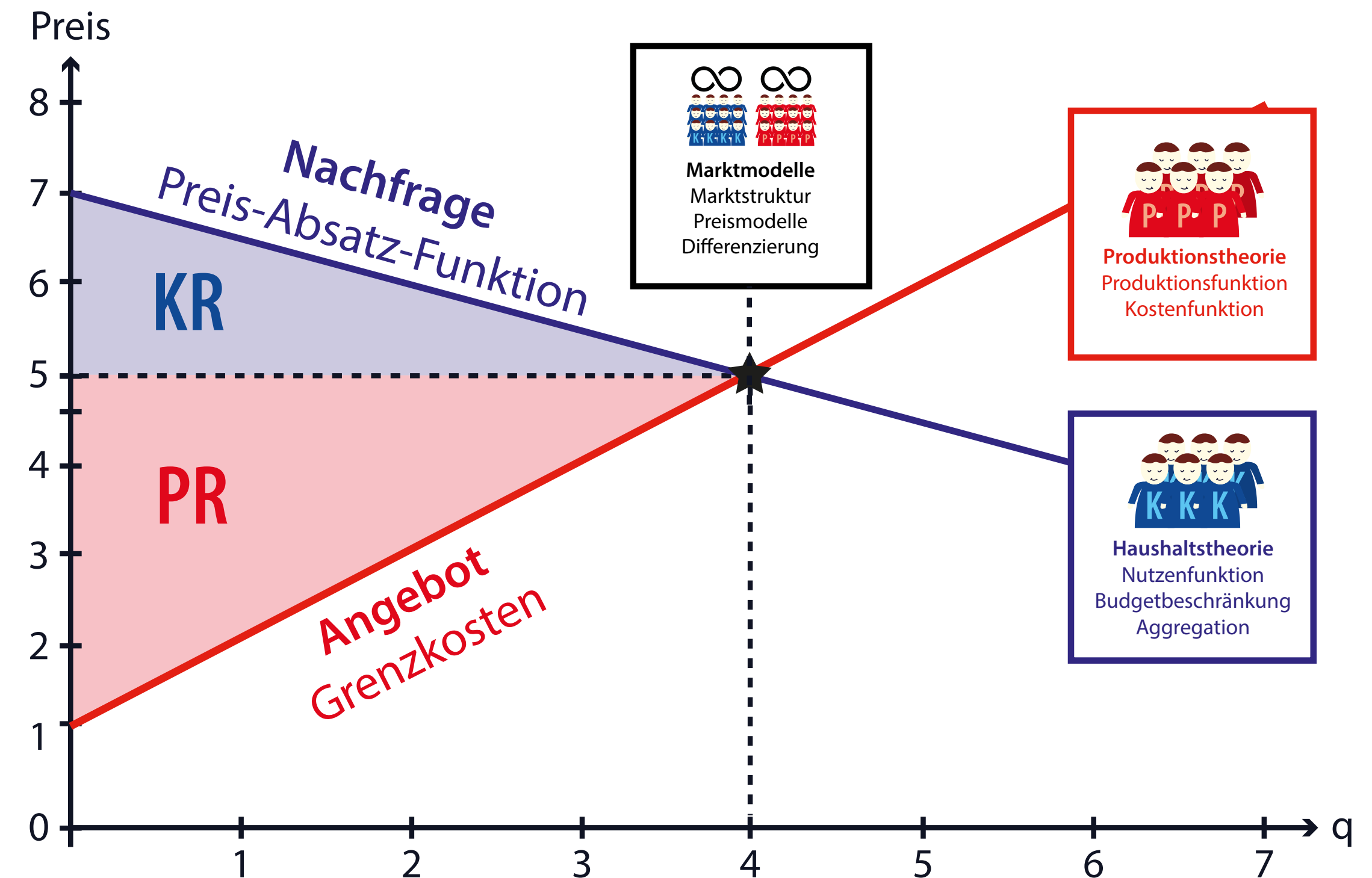


Kostenfunktion

Die Grenzkostenfunktion ist der Endpunkt der Produktionstheorie.

Aus der Kostenminimierung der Unternehmen gegeben der Produktionsfunktion erhalten wir die Kostenfunktion.

Ihre Ableitung, die Grenzkosten, ist das Angebot.

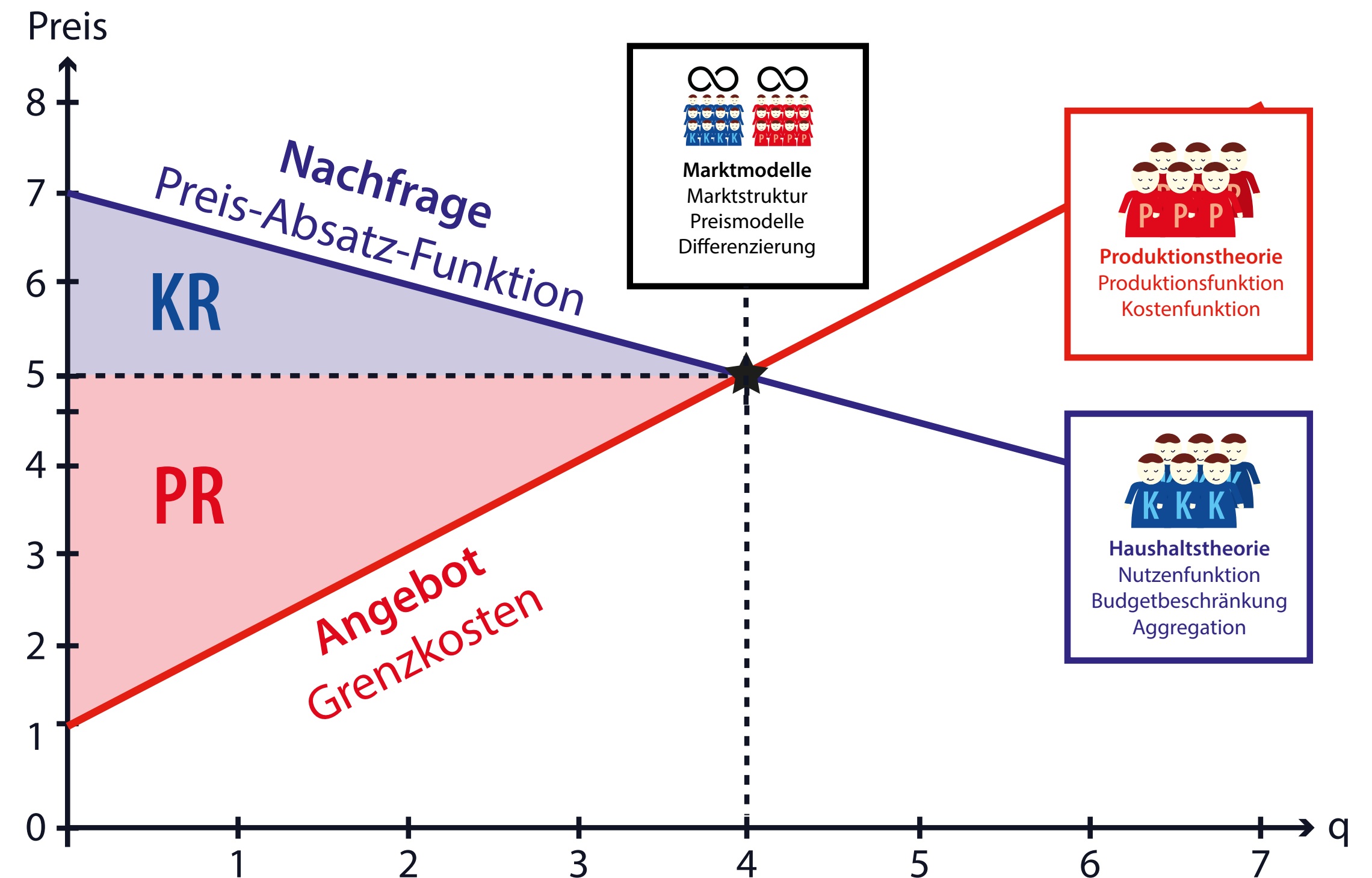


Marktmodelle

Wir haben jetzt alle Bausteine für Marktmodelle! Als Beispiel verwenden wir einen Markt für Dosenwurst mit den folgenden Gleichungen:

Preis-Absatz Funktion $p(Q) = 7 - 0.5Q$

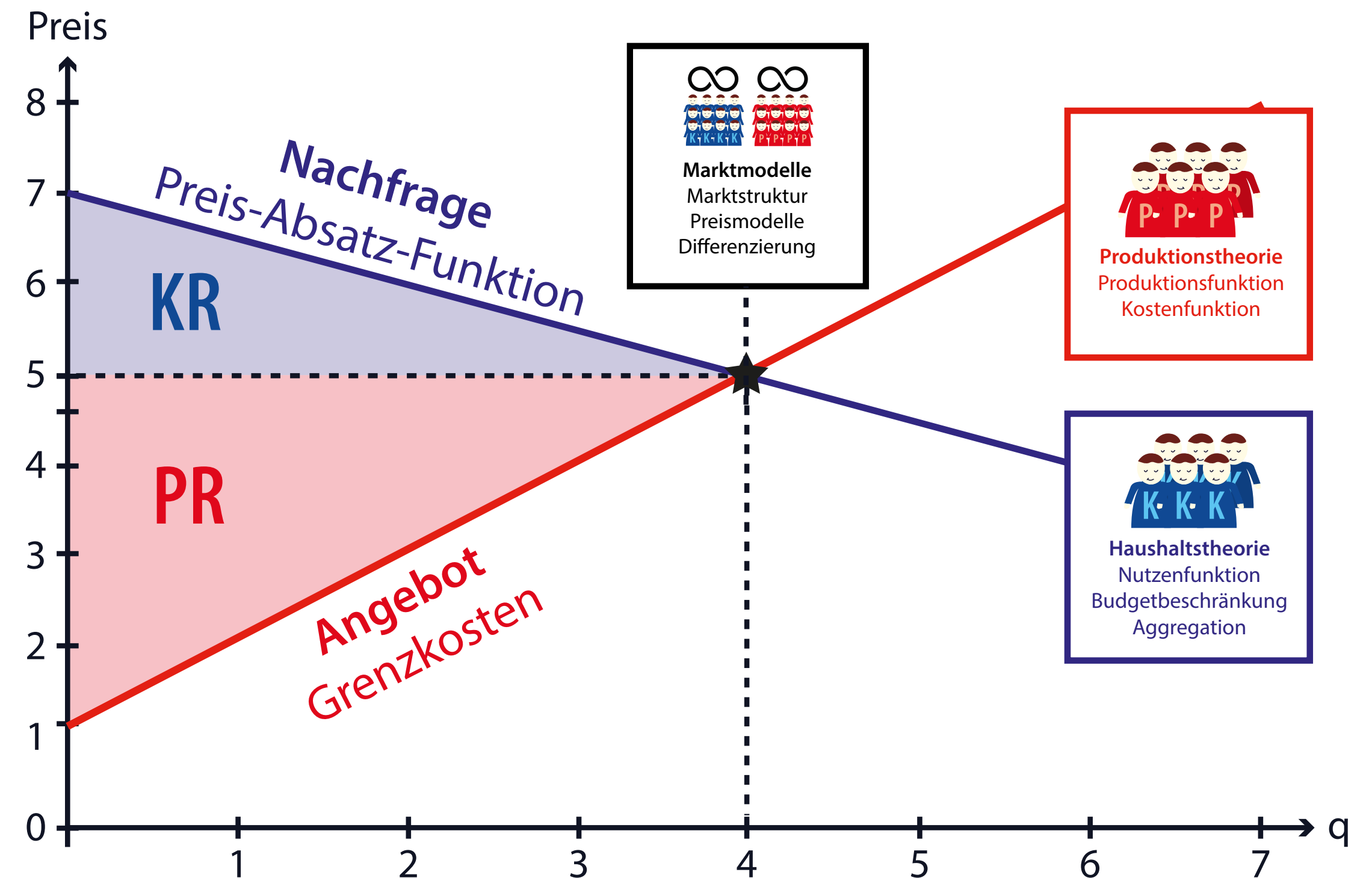
Kostenfunktion $MC(q) = 1 + q$



Marktmodelle

Was passiert, wenn Konsumenten und Produzenten aufeinandertreffen? Welche Mengen und Preise pendeln sich dabei ein?


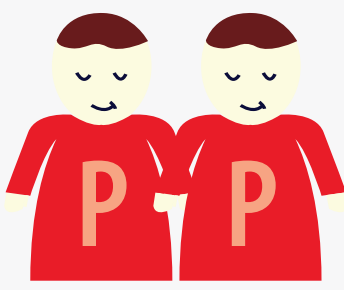


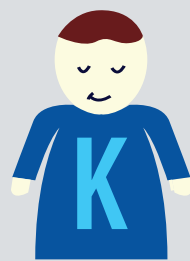
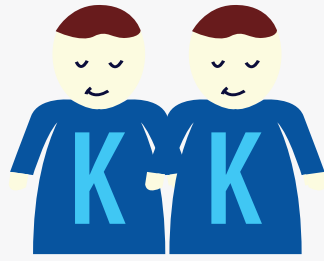
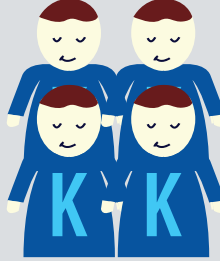
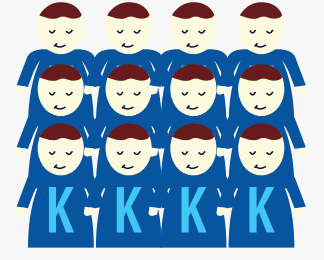
Der mit Stern markierte Schnittpunkt ist kein Naturgesetz! Ob dieses oder ein anderes Marktergebnis eintritt, hängt von einer Reihe von Faktoren ab ...



Vollkommener Wettbewerb

... am meisten jedoch davon, wie viele Konsumenten und Produzenten hinter Angebot und Nachfrage stehen!

Für die unterschiedlichen Kombinationen aus Anzahl Konsumenten und Anzahl Produzenten gibt es verschiedene Bezeichnungen.

VS				
	Bilaterales Monopol	Beschränktes Monopson	Beschränktes Monopson	Monopson
	Beschränktes Monopol	Bilaterales Duopol		Duopson
	Beschränktes Monopol		Bilaterales Oligopol	Oligopson
	Monopol	Duopol	Oligopol	Polypol Vollständiger Wettbewerb

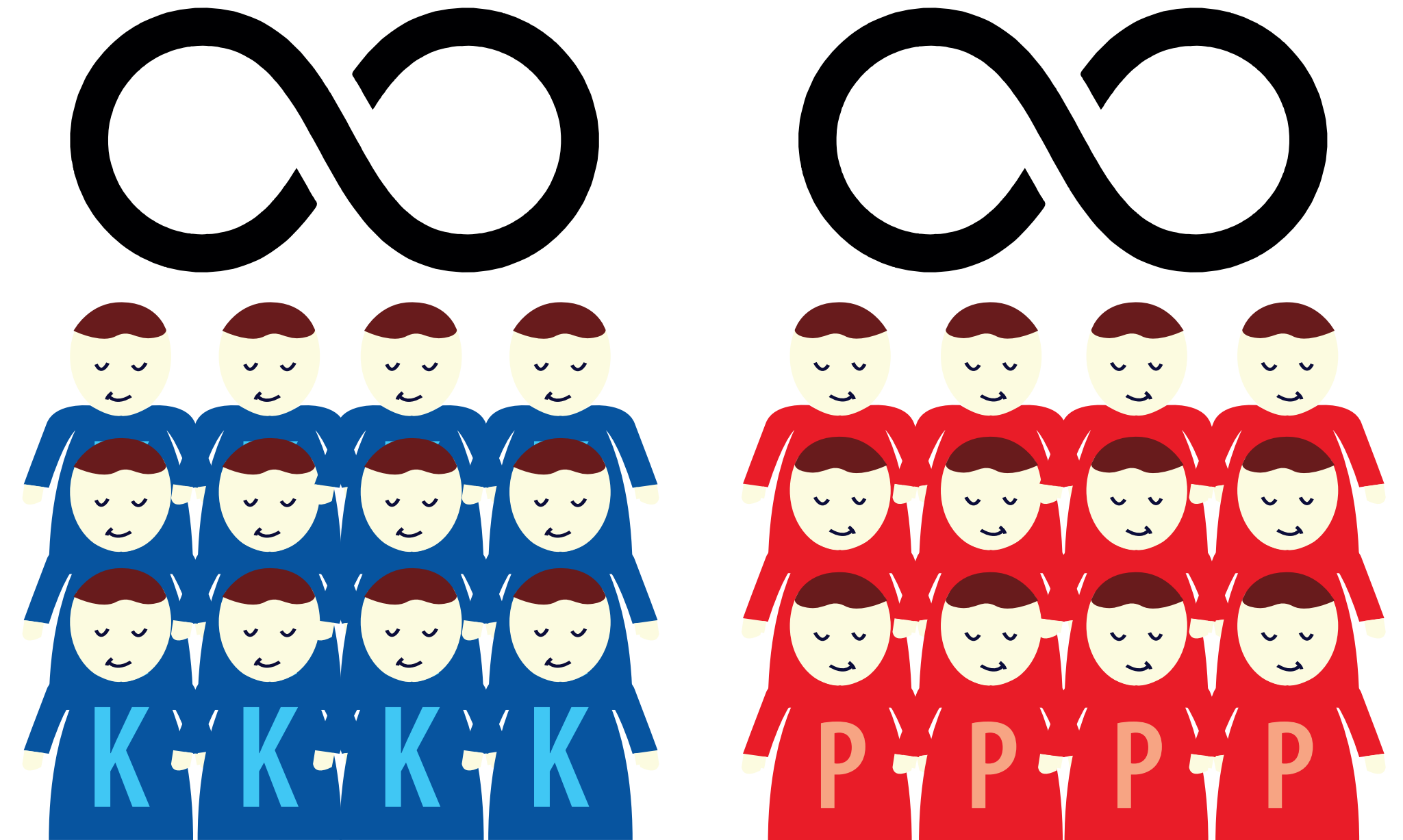


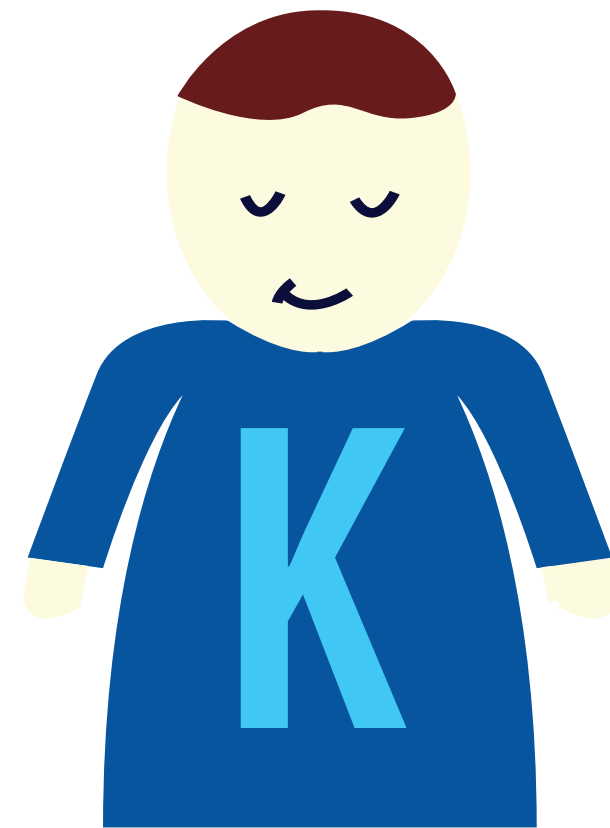
Vollkommener Wettbewerb

Wir nehmen an, dass es unendlich viele Konsumenten und unendlich viele Produzenten gibt.

Damit die Nachfrage und das Angebot damit auch nicht unendlich groß werden, nehmen wir an, dass diese unendlich klein sind.

Unendlich viele unendlich kleine irgendwas klingt weder anschaulich noch realistisch, aber ...

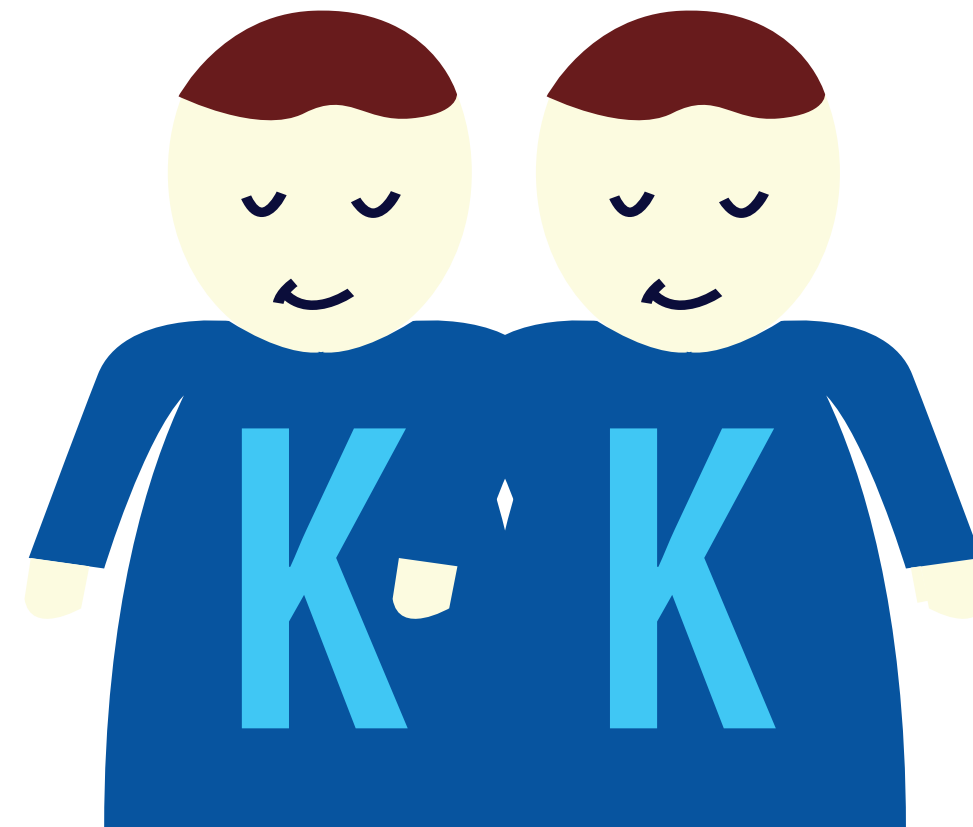
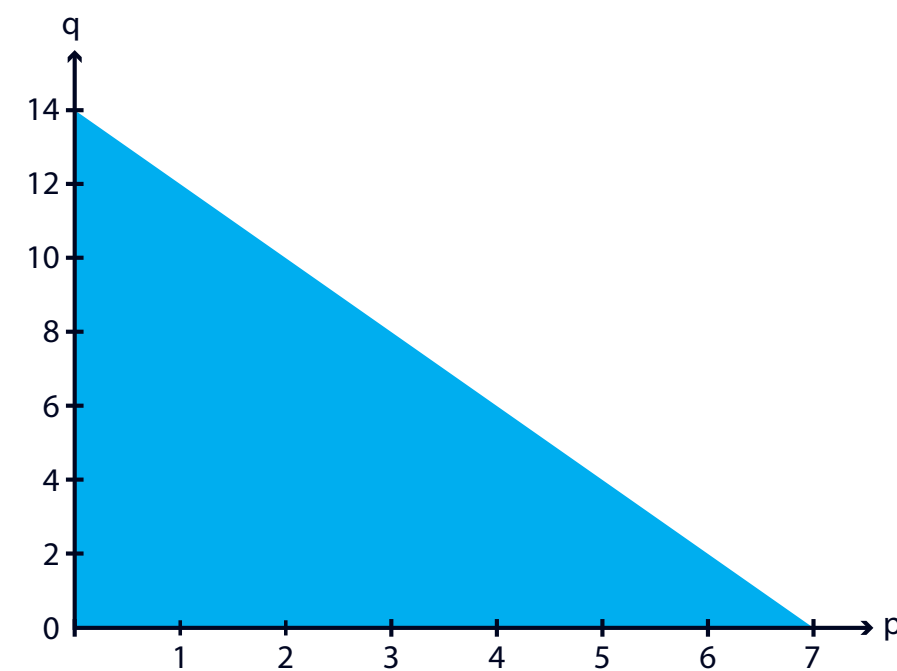




$$n = 1$$

$$q(p) = 14 - 2p$$

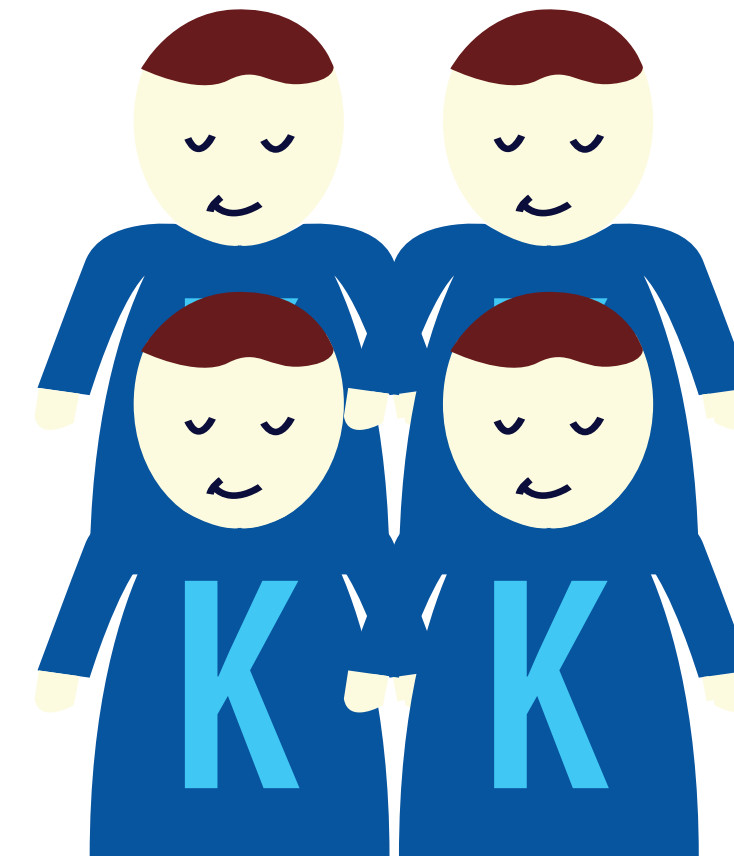
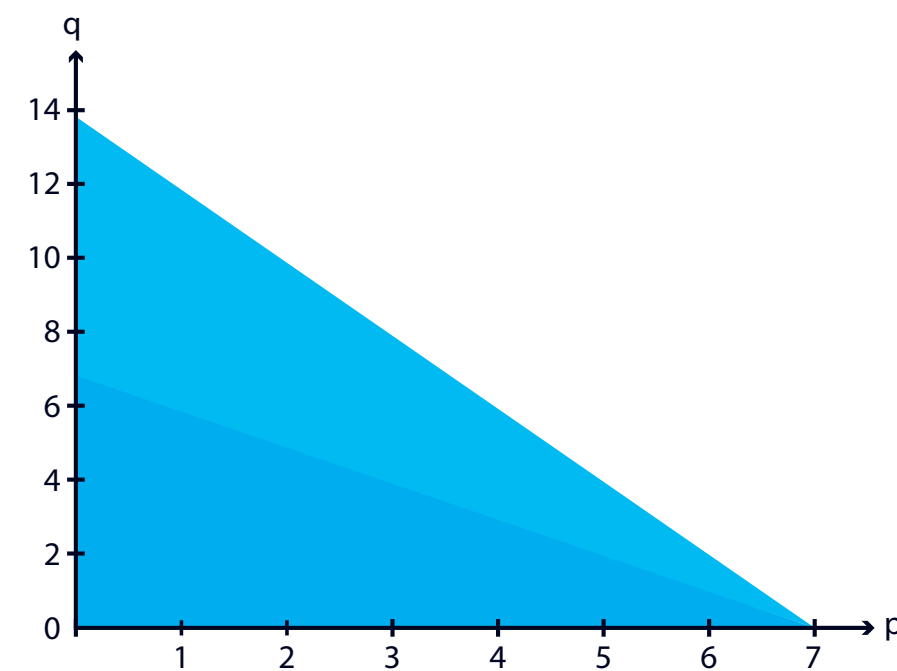
$$Q(p) = nq(p) = 14 - 2p$$



$$n = 2$$

$$q(p) = 7 - p$$

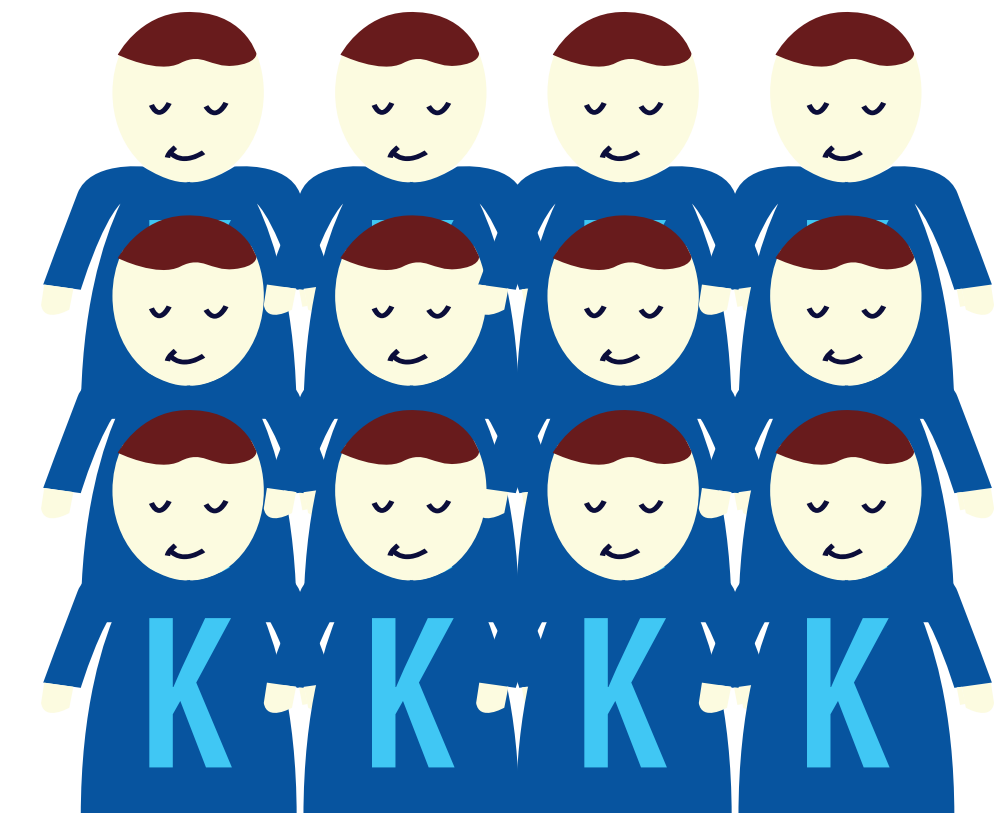
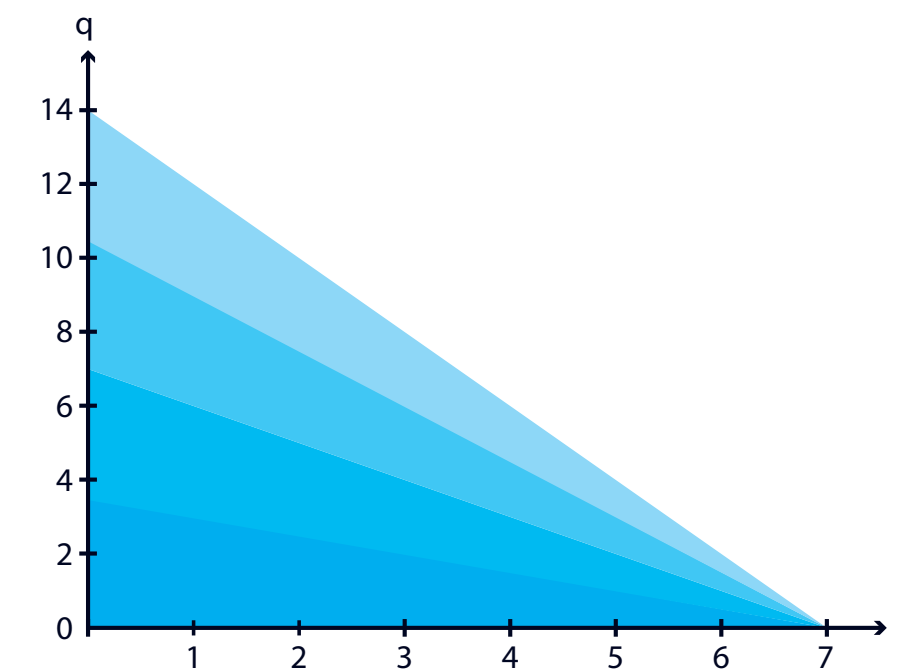
$$Q(p) = nq(p) = 14 - 2p$$



$$n = 4$$

$$q(p) = 3.5 - 0.5p$$

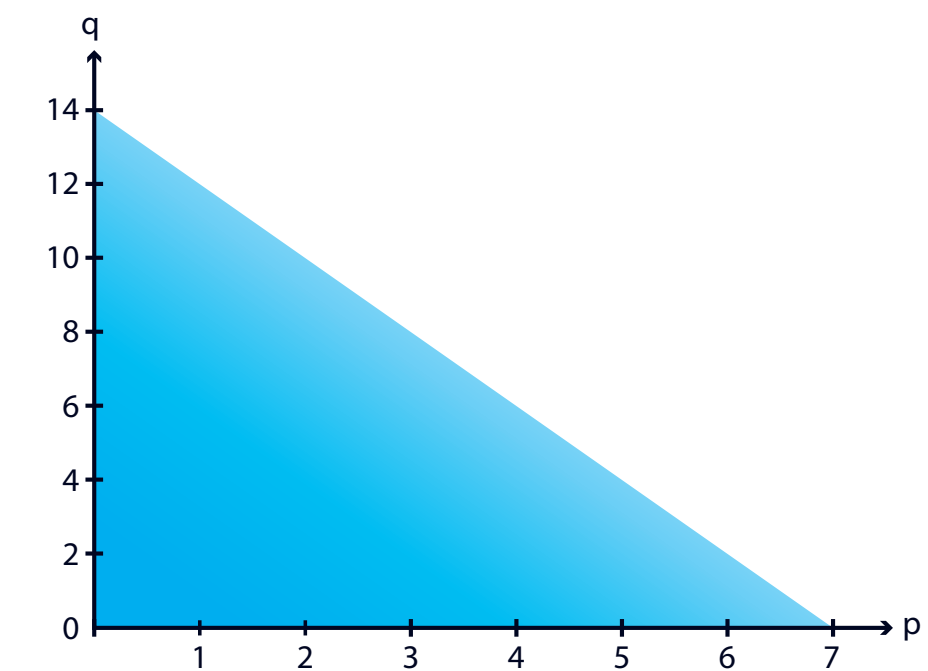
$$Q(p) = nq(p) = 14 - 2p$$



$$n = \infty$$

$$q(p) = (14 - 2p) / \infty$$

$$Q(p) = nq(p) = 14 - 2p$$

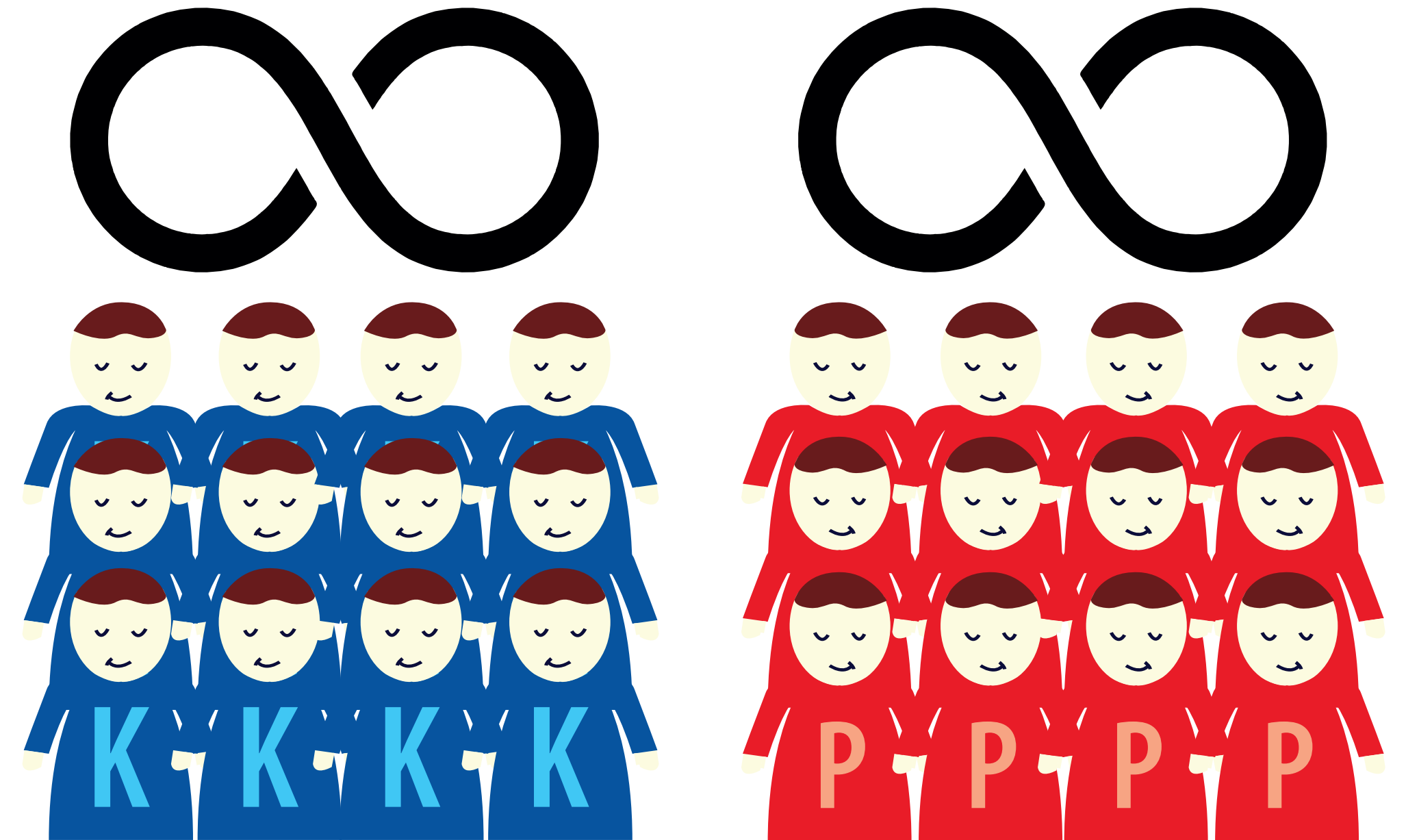


Vollkommener Wettbewerb

Durch die Aufteilung in unendlich kleine Konsumenten und Produzenten bleiben Gesamtnachfrage und Grenzkostenfunktion gleich.

Die einzelnen Konsumenten und Produzenten haben jedoch keinen Einfluss mehr auf das Marktgeschehen:

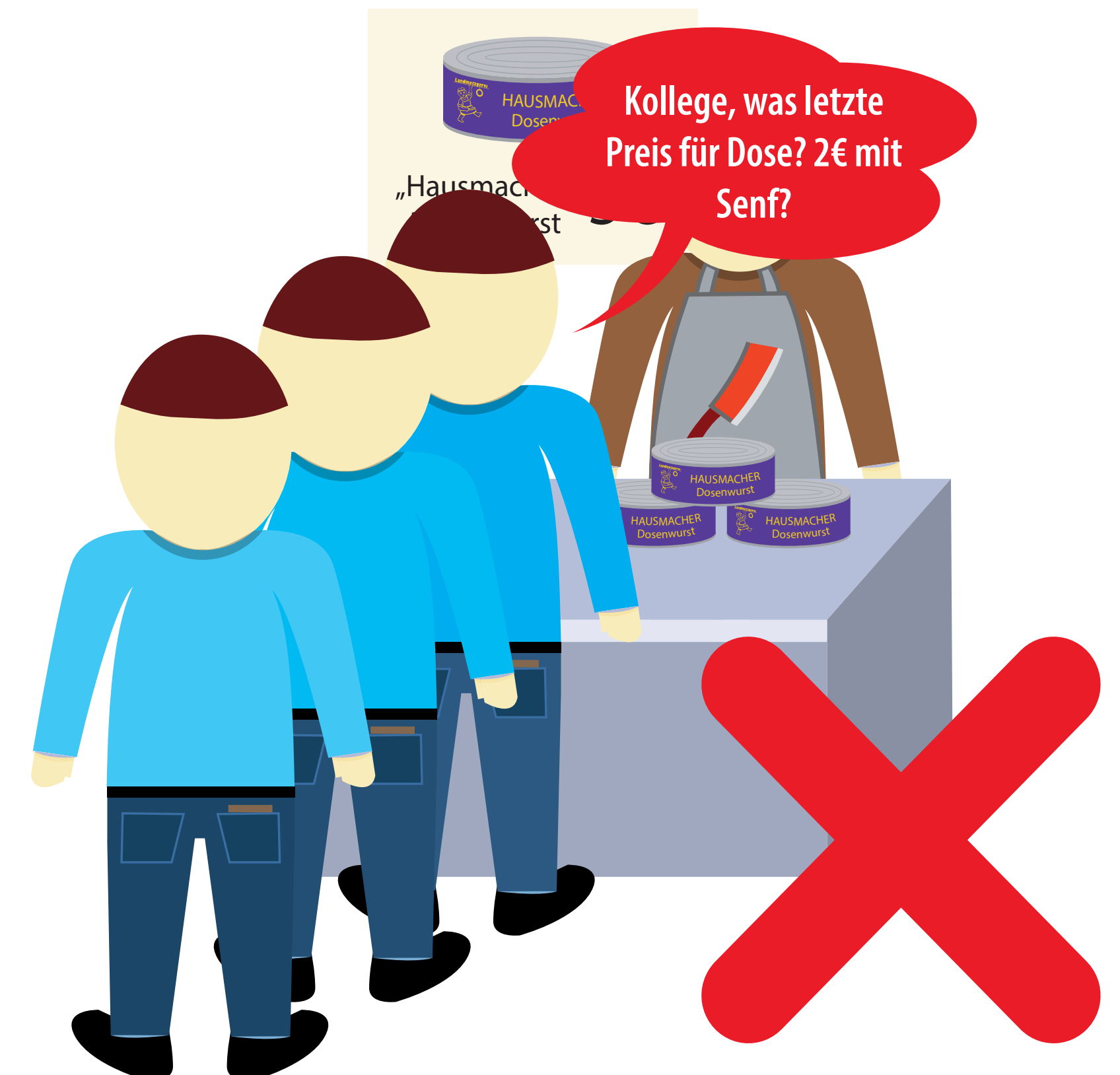
Sie haben keine Marktmacht und sind Preisnehmer!



Vollkommener Wettbewerb

Bei ihren Entscheidungen berücksichtigen die Konsumenten den Preis von Dosenwurst als gegeben.

Keiner der Konsumenten überlegt, ob er einen billigeren Preis aushandeln könnte, verbunden mit der Drohung in Zukunft zu einer anderen Metzgerei zu gehen.



Vollkommener Wettbewerb

Bei ihren Entscheidungen berücksichtigen die Konsumenten den Preis von Dosenwurst als gegeben.

Keiner der Konsumenten überlegt, ob er einen billigeren Preis aushandeln könnte, verbunden mit der Drohung in Zukunft zu einer anderen Metzgerei zu gehen.



Vollkommener Wettbewerb

Bei ihren Entscheidungen berücksichtigen die Produzenten den Preis von Dosenwurst als gegeben.

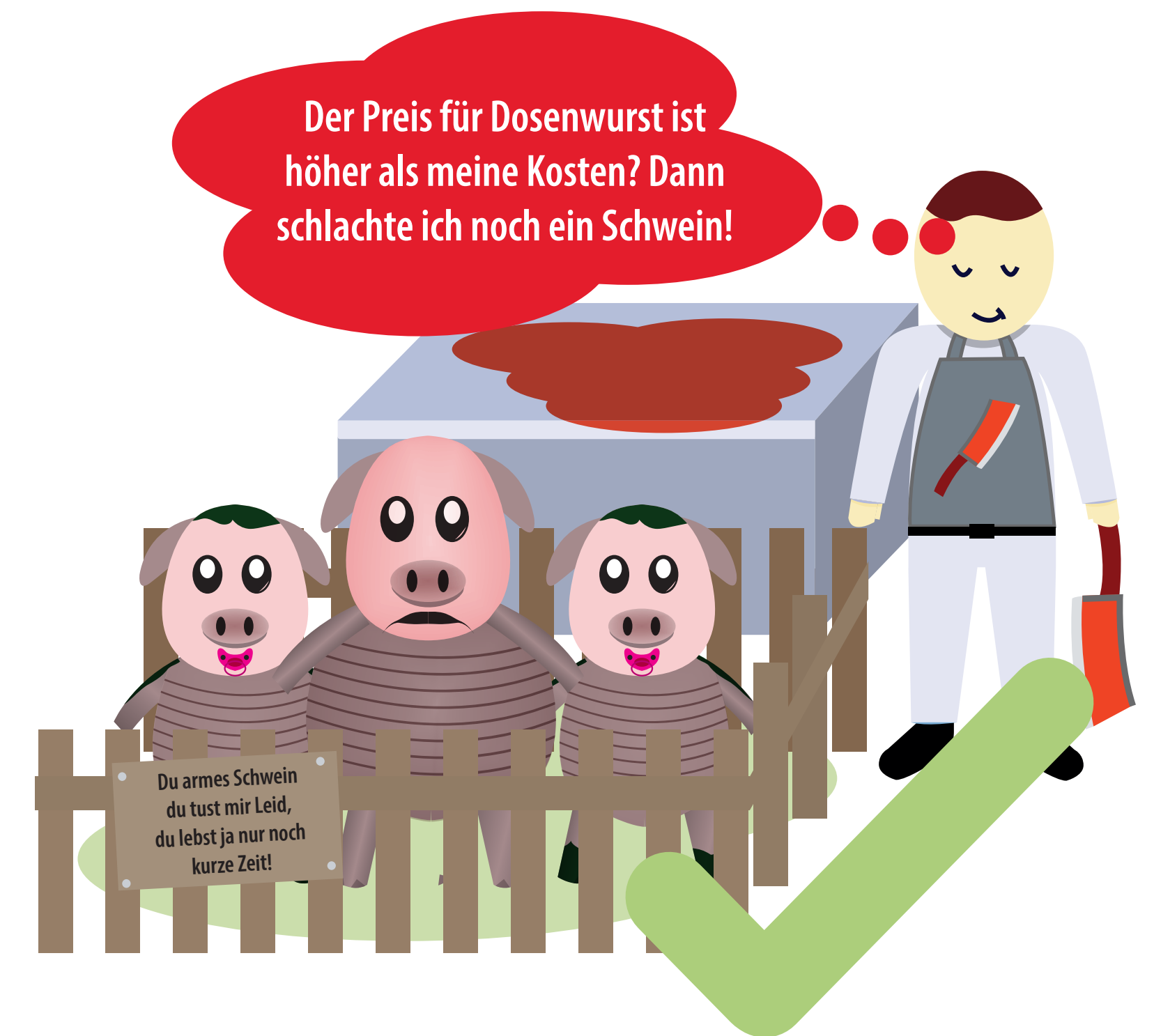
Keiner der kleinen Produzenten käme auf die Idee, den Preis hochzutreiben, indem er sein Angebot verknappt.



Vollkommener Wettbewerb

Bei ihren Entscheidungen berücksichtigen die Produzenten den Preis von Dosenwurst als gegeben.

Keiner der kleinen Produzenten käme auf die Idee, den Preis hochzutreiben, indem er sein Angebot verknappt.

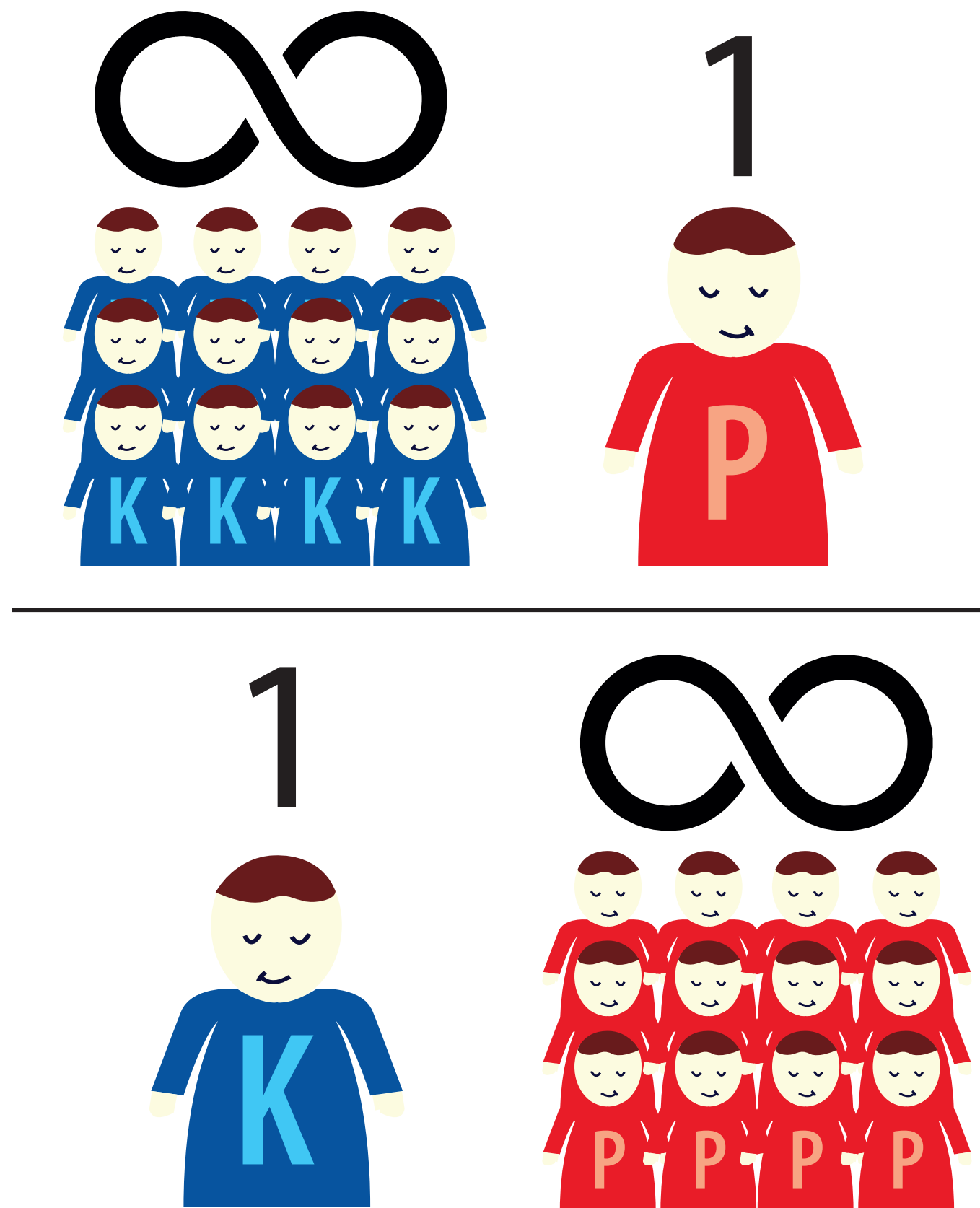


Vollkommener Wettbewerb

Gäbe es nur einen Produzenten oder nur einen Konsumenten, wären das durchaus valide Strategien.

Durch die große Masse an kleinen Konsumenten und kleinen Produzenten ist strategisches Denken außen vor.

Auch wenn Konsumenten und Produzenten Preise als gegeben hinnehmen, haben sie nach wie vor ihre Ziele ...



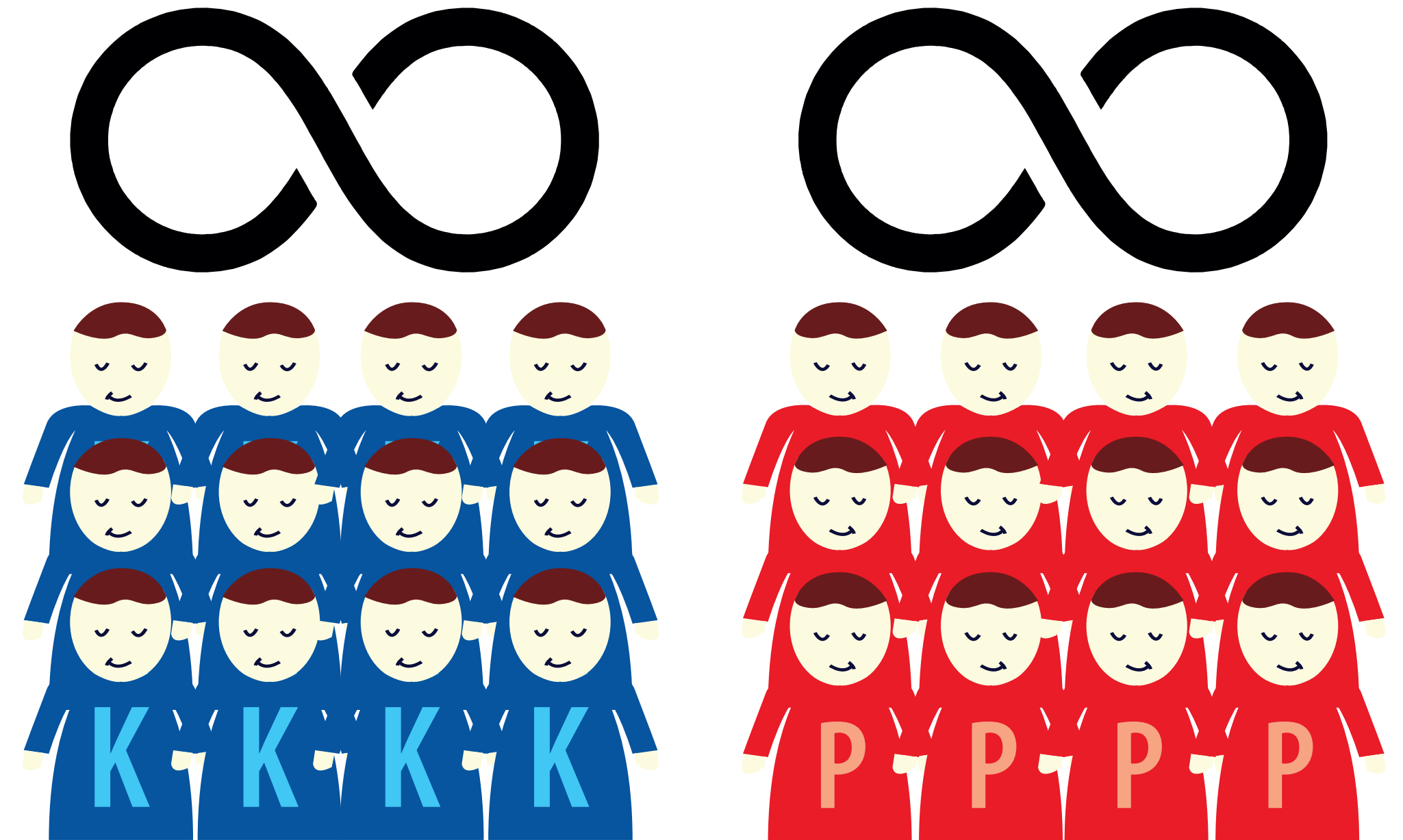
Vollkommener Wettbewerb

Die **Konsumenten** kaufen so lange Dosenwurst, bis ihre Zahlungsbereitschaft auf/unter den Preis fällt.

$$Q(p) = 14 - 2p \text{ bzw. } p = 7 - 0.5Q$$

Die **Produzenten** produzieren die Menge, welche ihren Gewinn maximiert.

$$\pi(q) = p \cdot q - c(q) \text{ wird maximal.}$$



Vollkommener Wettbewerb

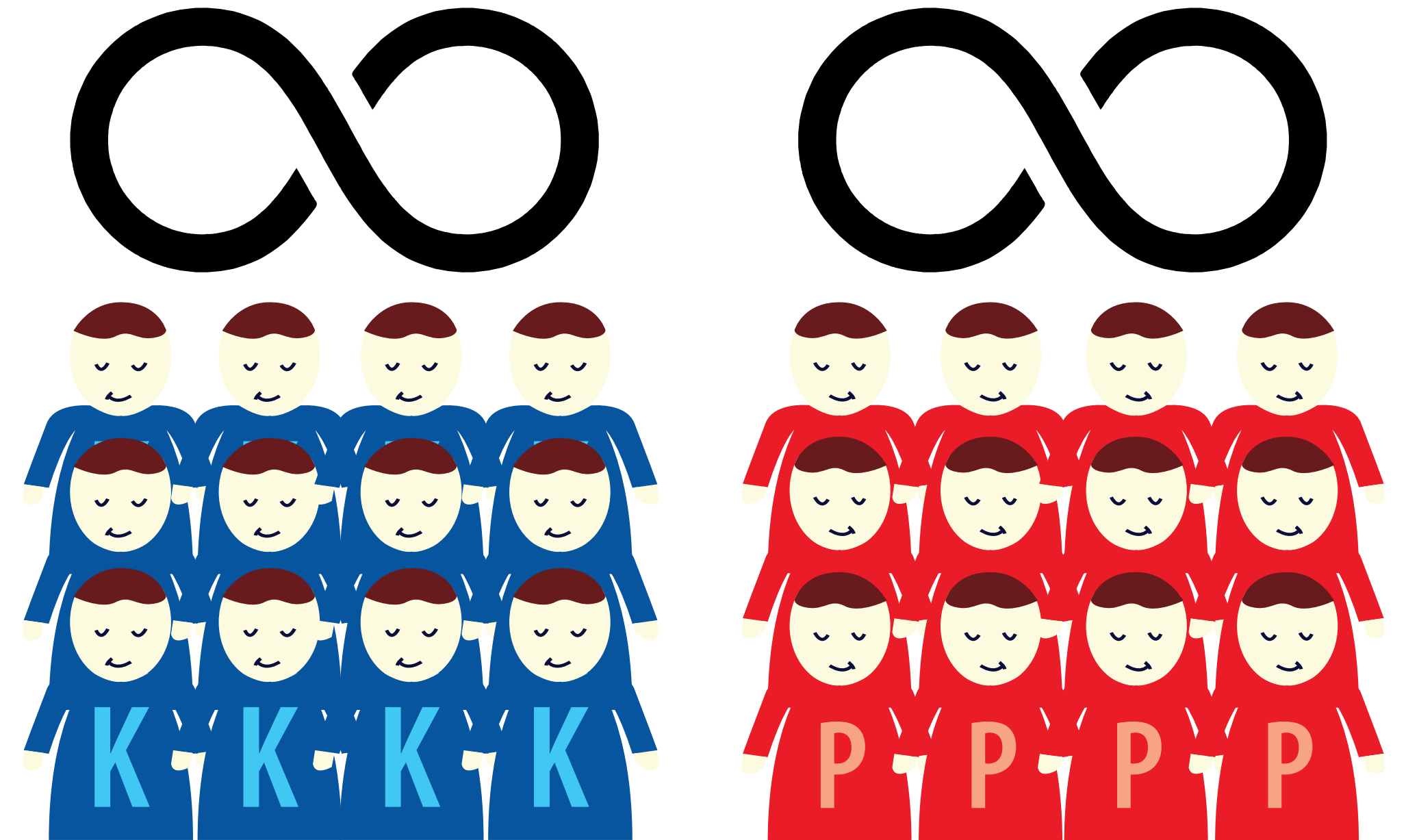
Schauen wir uns zuerst die Gewinnmaximierung unter Annahme eines fest vorgegebenen Preises an:

$$\pi(q) = p \cdot q - c(q)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = p - \frac{\partial c(q)}{\partial q} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow p - MC(q) = 0$$

$$\Leftrightarrow p = MC(q)$$



Vollkommener Wettbewerb

Der Preis muss den Grenzkosten entsprechen! Da er gleichzeitig auch zu unserer Preis-Absatz-Funktion $p(Q)$ passen muss, könnten wir diese mit den Grenzkosten gleichsetzen:

$$\begin{aligned} 7 - 0.5q &= 1 + q \\ \Leftrightarrow 6 - 0.5q &= q \\ \Leftrightarrow 6 &= 1.5q \\ \Leftrightarrow q^* &= 4 \end{aligned}$$

Gegebene Gleichungen

$$Q(p) = 14 - 2p$$

$$p(Q) = 7 - 0.5Q$$

$$C(Q) = Q + 0.5Q^2$$

$$MC(Q) = 1 + Q$$



Vollkommener Wettbewerb

Wir markieren die Menge im Marktgleichgewicht q^* mit einem Stern. Den dazugehörigen Preis p^* erhalten wir, indem wir unser q^* in die Preis-Absatz-Funktion einsetzen:

$$p(q) = 7 - 0.5q$$

$$p(4) = 7 - 0.5 \cdot 4 = 5$$

Es werden $q^*=4$ Wurstdosen zu einem Preis von $p^*=5$ gehandelt. Dies ist das Marktgleichgewicht bei vollkommenem Wettbewerb.

Gegebene Gleichungen

$$Q(p) = 14 - 2p$$

$$p(Q) = 7 - 0.5Q$$

$$C(Q) = Q + 0.5Q^2$$

$$MC(Q) = 1 + Q$$

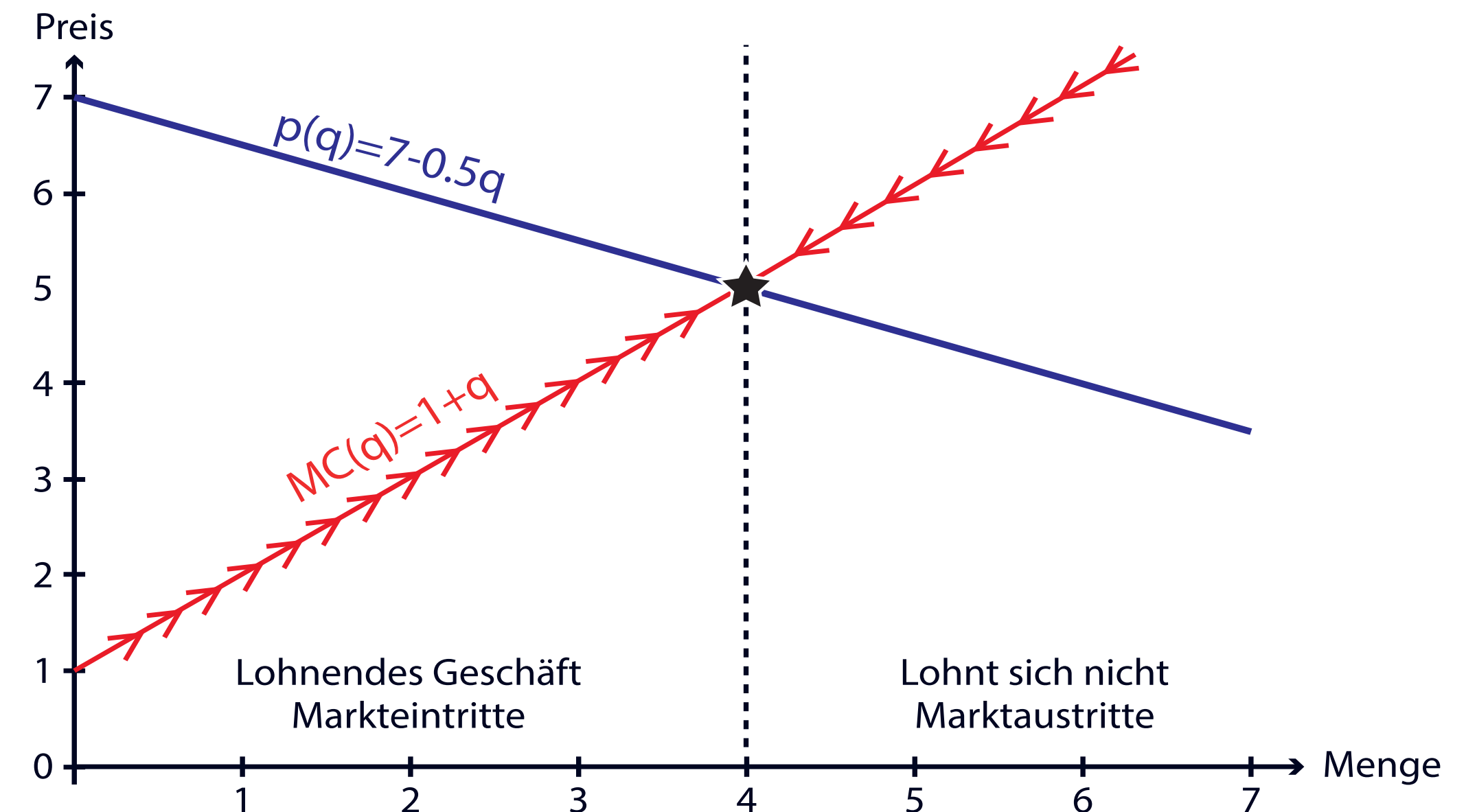


Vollkommener Wettbewerb

Wir können das Gleichgewicht in einem Preis-Menge-Schaubild veranschaulichen.

Auf der x-Achse haben wir die Menge und auf der y-Achse den Preis.

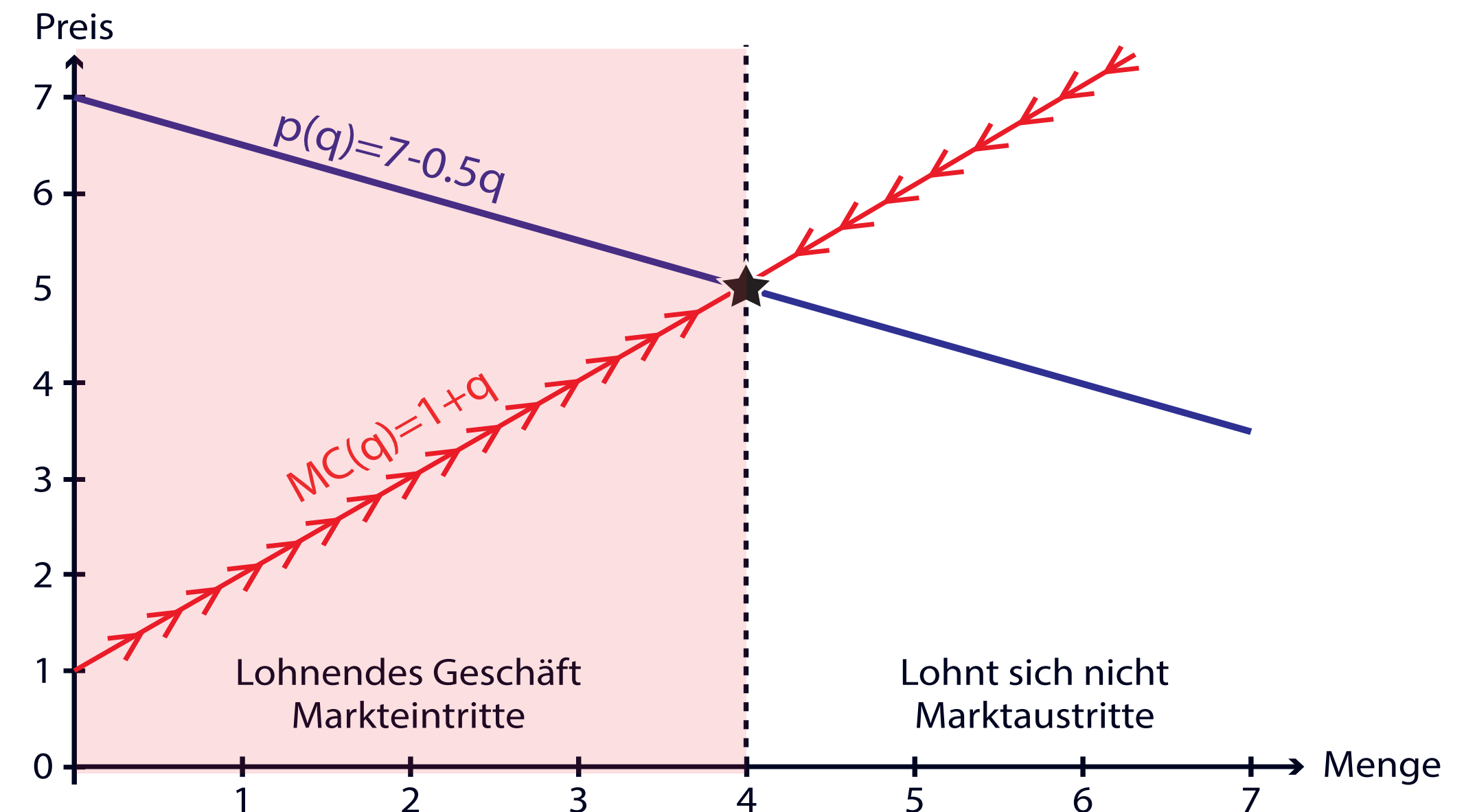
Dann zeichnen wir die inverse Nachfragefunktion und die Grenzkostenkurve ein und finden unser Gleichgewicht am Schnittpunkt dieser beiden Geraden.



Vollkommener Wettbewerb

Wäre die Menge kleiner, wäre die Zahlungsbereitschaft größer als die Kosten einer weiteren Produktion.

Der Einstieg in das Dosenwurstgeschäft würde sich lohnen. Dieser Zustand wäre kein Gleichgewicht, denn früher oder später würde jemand diese Marktchance nutzen.

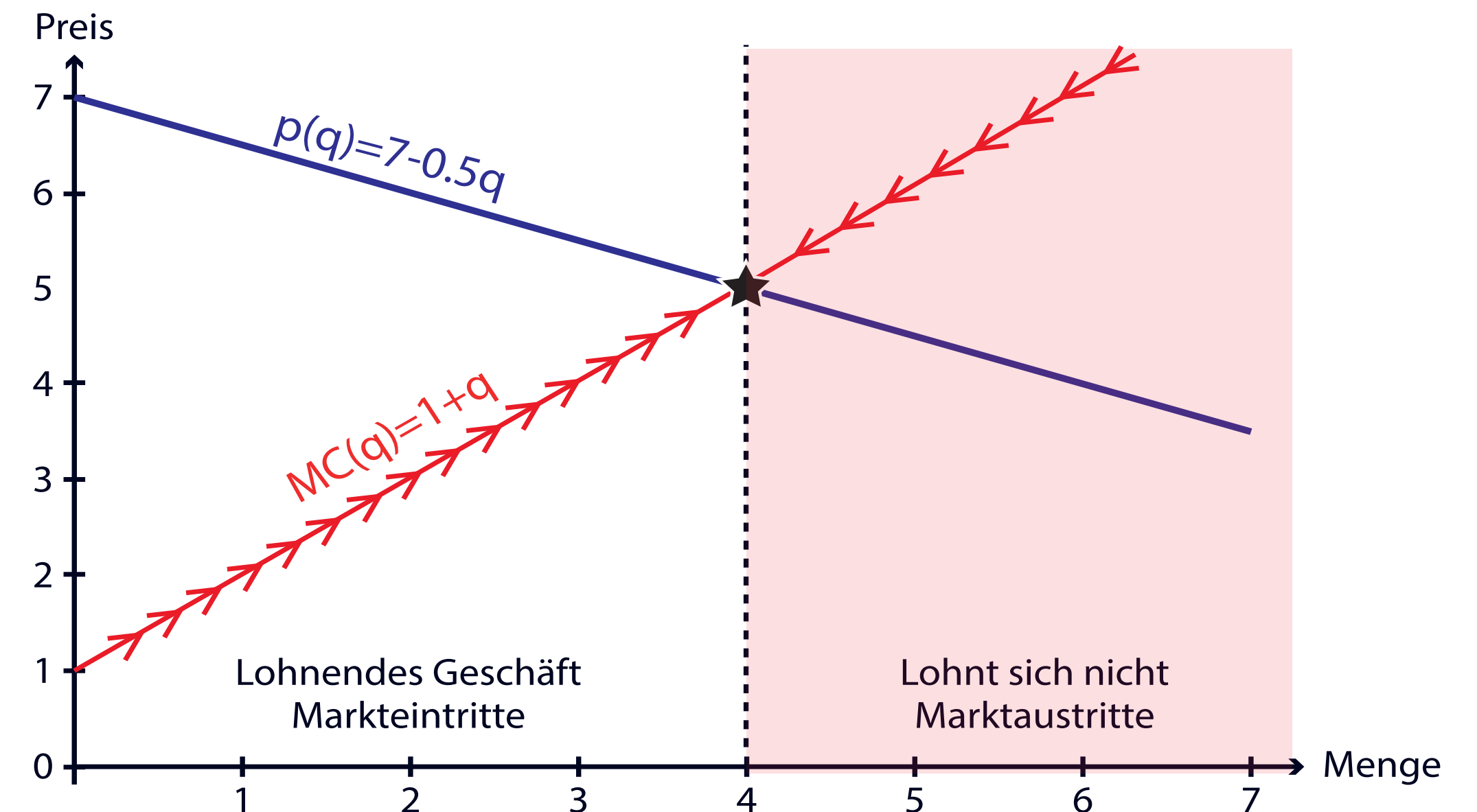


Vollkommener Wettbewerb

Wäre die Menge größer, wäre die Zahlungsbereitschaft kleiner als die Kosten einer weiteren Produktion.

Entweder müssten einige Hersteller ein Minusgeschäft machen oder aber ein Teil der Produktion würde nicht verkauft werden.

Auch das ist kein Gleichgewicht, denn es würde früher oder später zu Insolvenzen und Geschäftsaufgaben kommen.

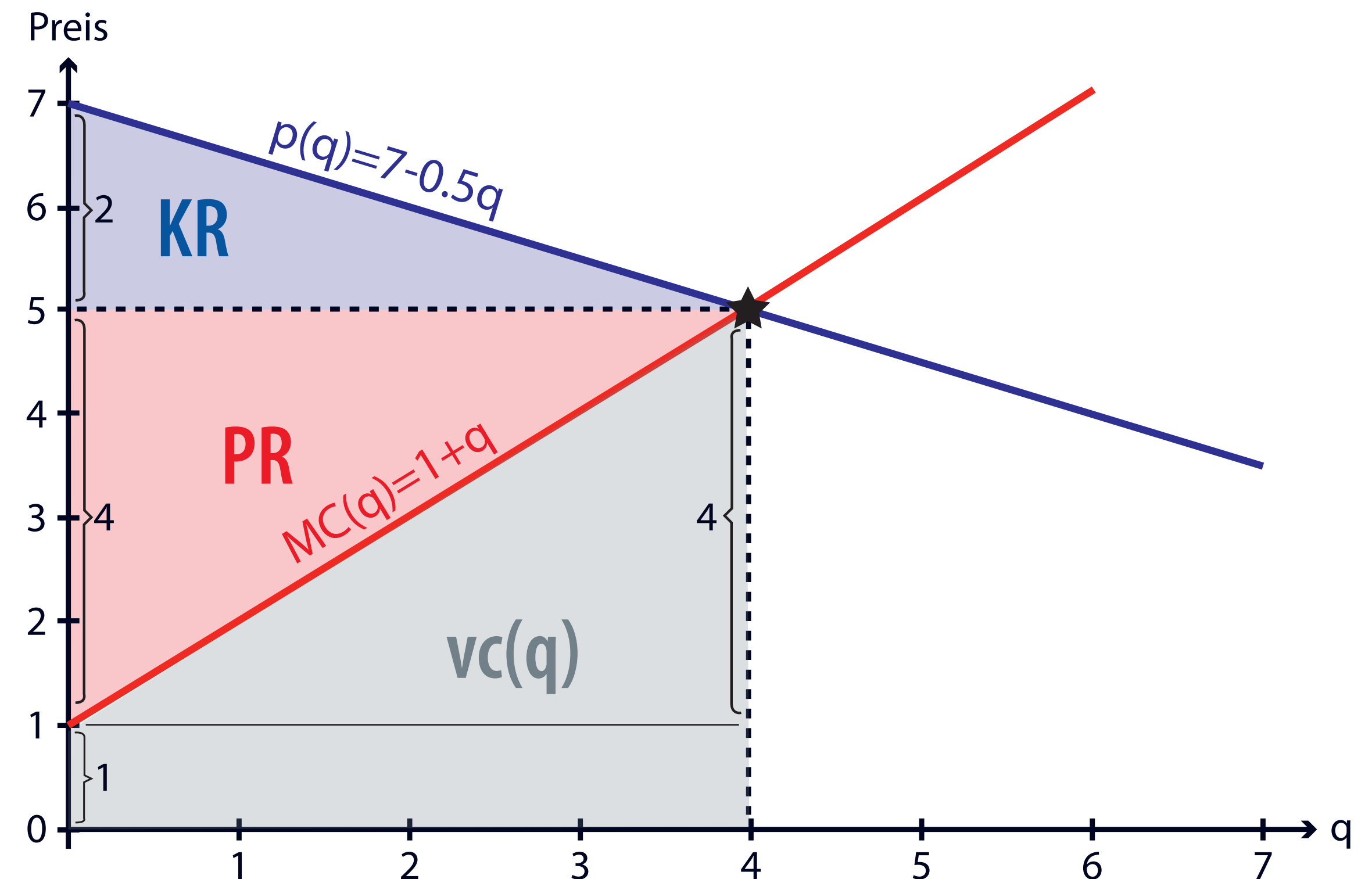


Renten & Wohlfahrt

Wie gut ist unser Marktgleichgewicht für die Konsumenten und Produzenten?

Für die Produzenten können wir den Umsatz und den Gewinn angeben. Der Umsatz entspricht der durch die gestrichelte Linie angedeuteten Fläche.

$$\text{Umsatz} = 4 \times 5 = 20$$



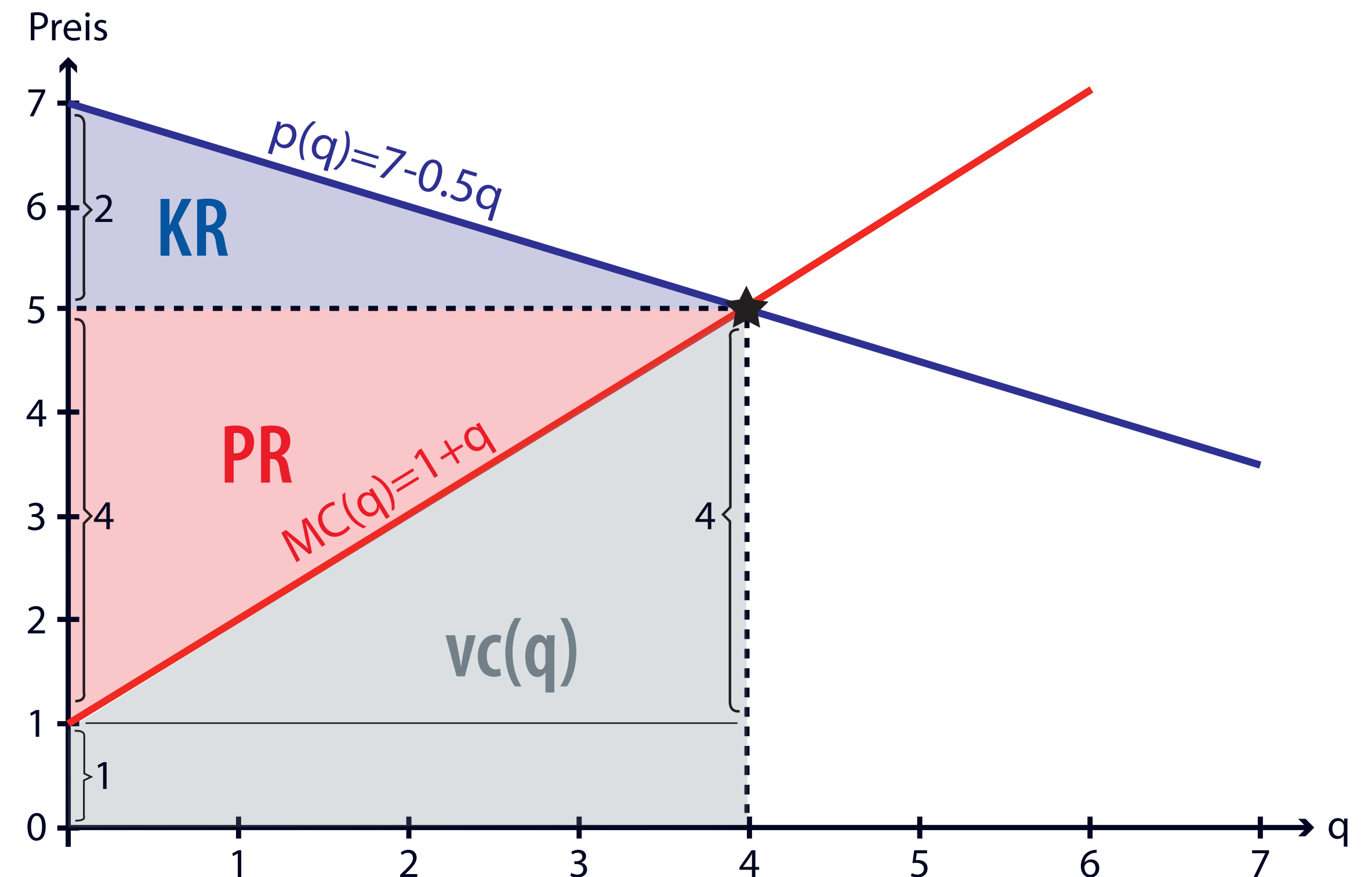
Renten & Wohlfahrt

Ziehen wir vom Umsatz die variablen Kosten ab, erhalten wir die **Produzentenrente PR**.

In unserem Fall entspricht Sie dem Gewinn π , da wir keine Fixkosten haben. Allgemein ist die Produzentenrente definiert als ...

$$PR = \text{Umsatz} - \text{Variable Kosten}$$

...und ist damit ein Deckungsbeitrag, den wir messen oder berechnen können.

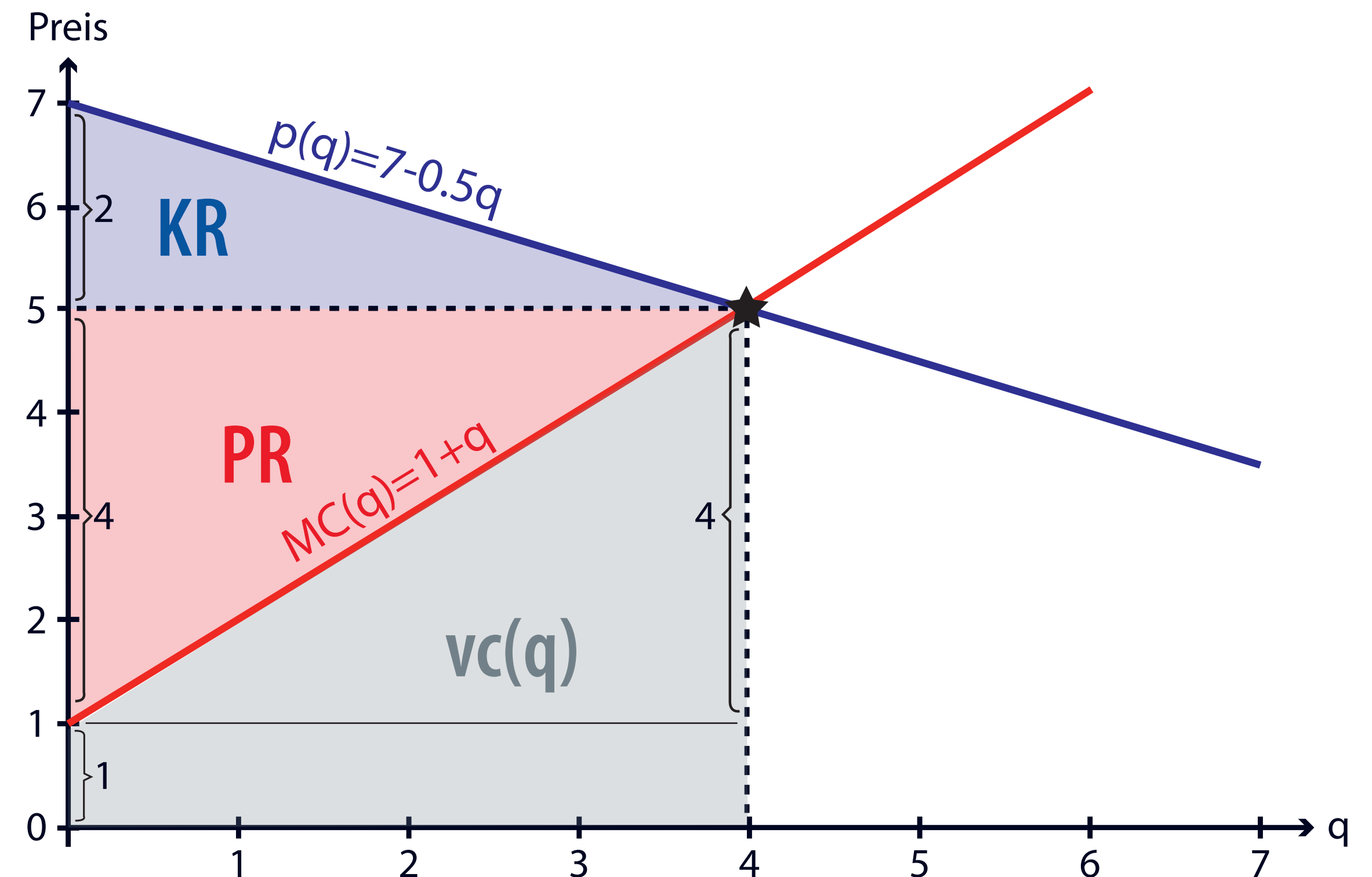


Renten & Wohlfahrt

Bei der Messung verwenden wir entweder die Gleichung für Dreiecksflächen ...

$$\Delta\text{-Fläche} = 0.5 \times \text{Höhe} \times \text{Länge}$$

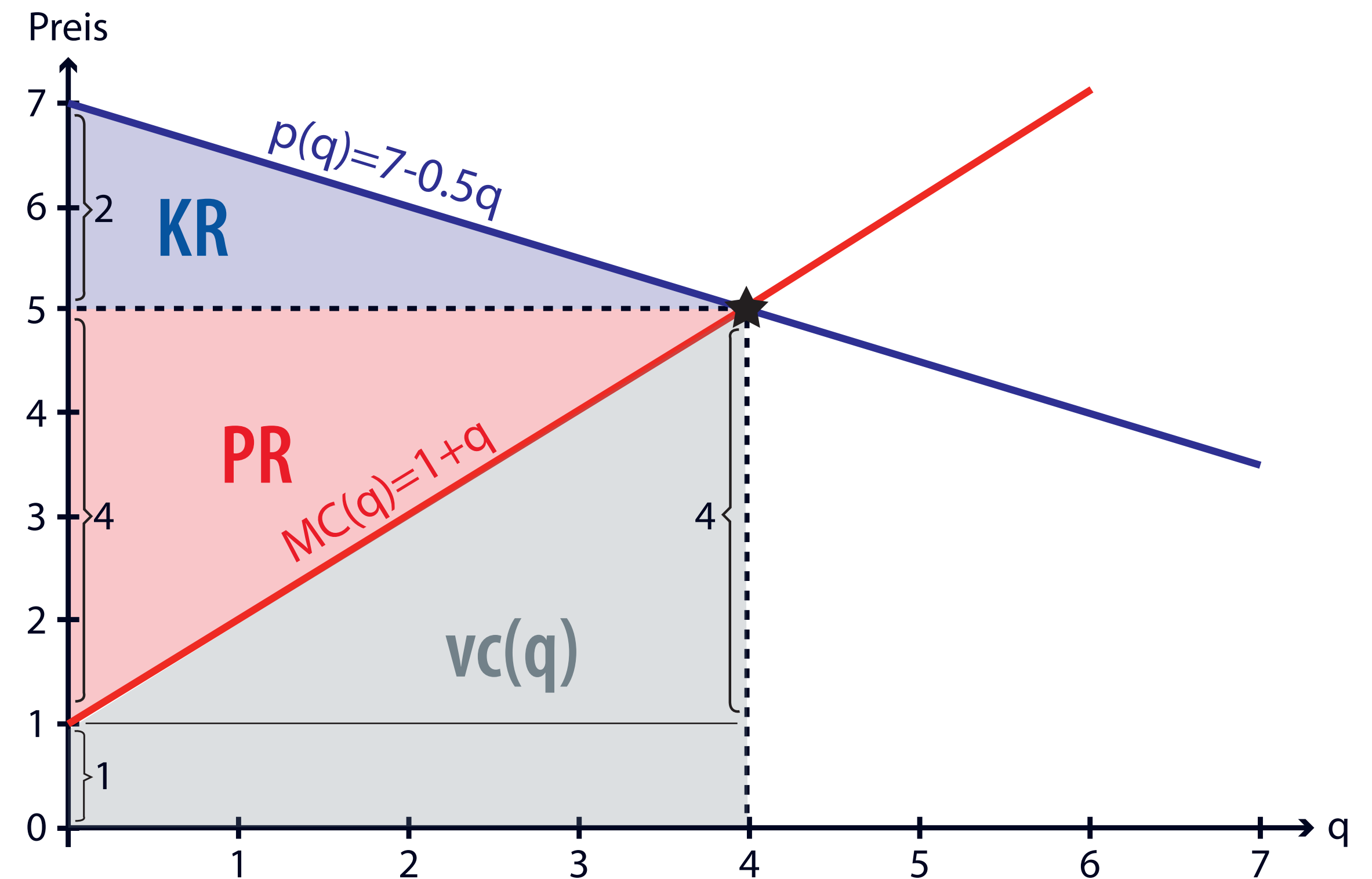
$$PR = 0.5 \times 4 \times 4 = 8$$



Renten & Wohlfahrt

... oder Integrale:

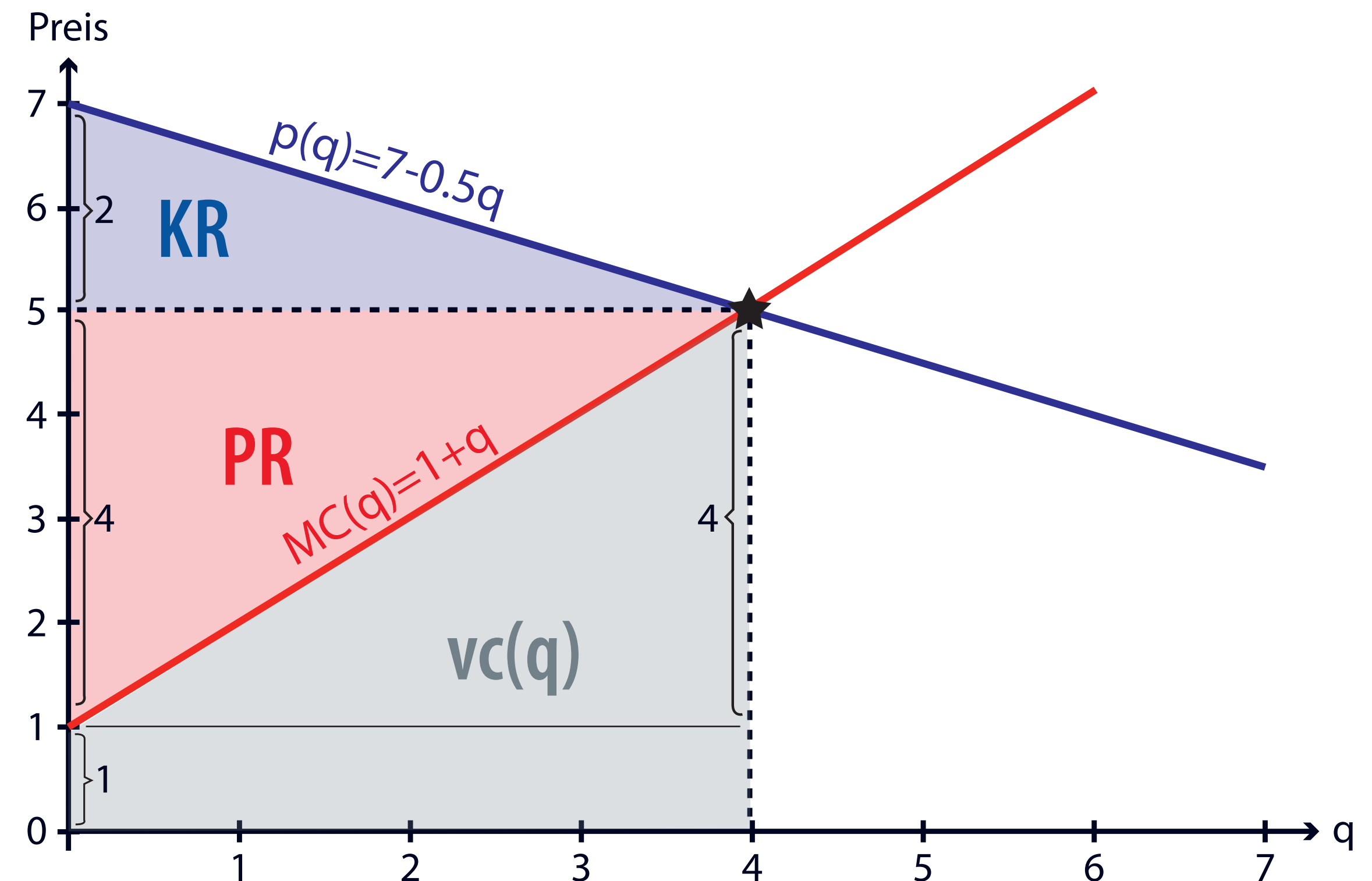
$$\begin{aligned}
 PR &= q \cdot p(q) - \int_0^q MC(q) dq = 4 \cdot 5 - \int_0^4 1+q dq \\
 &= 20 - \left[q + 0.5q^2 \right]_0^4 \\
 &= 20 - [4 + 0.5 \cdot 16] - [0 + 0.5 \cdot 0] \\
 &= 20 - 4 - 8 - 0 - 0 = 8
 \end{aligned}$$



Renten & Wohlfahrt

Die Konsumenten gehen auch nicht leer aus, denn sie bekommen Dosenwurst zu einem Preis, der unter ihrer Zahlungsbereitschaft liegt.

Die Differenz aus Zahlungsbereitschaft und Preis, die sich bis zu $q=4$ ansammelt bezeichnet man analog zur Produzentenrente als **Konsumentenrente KR**.

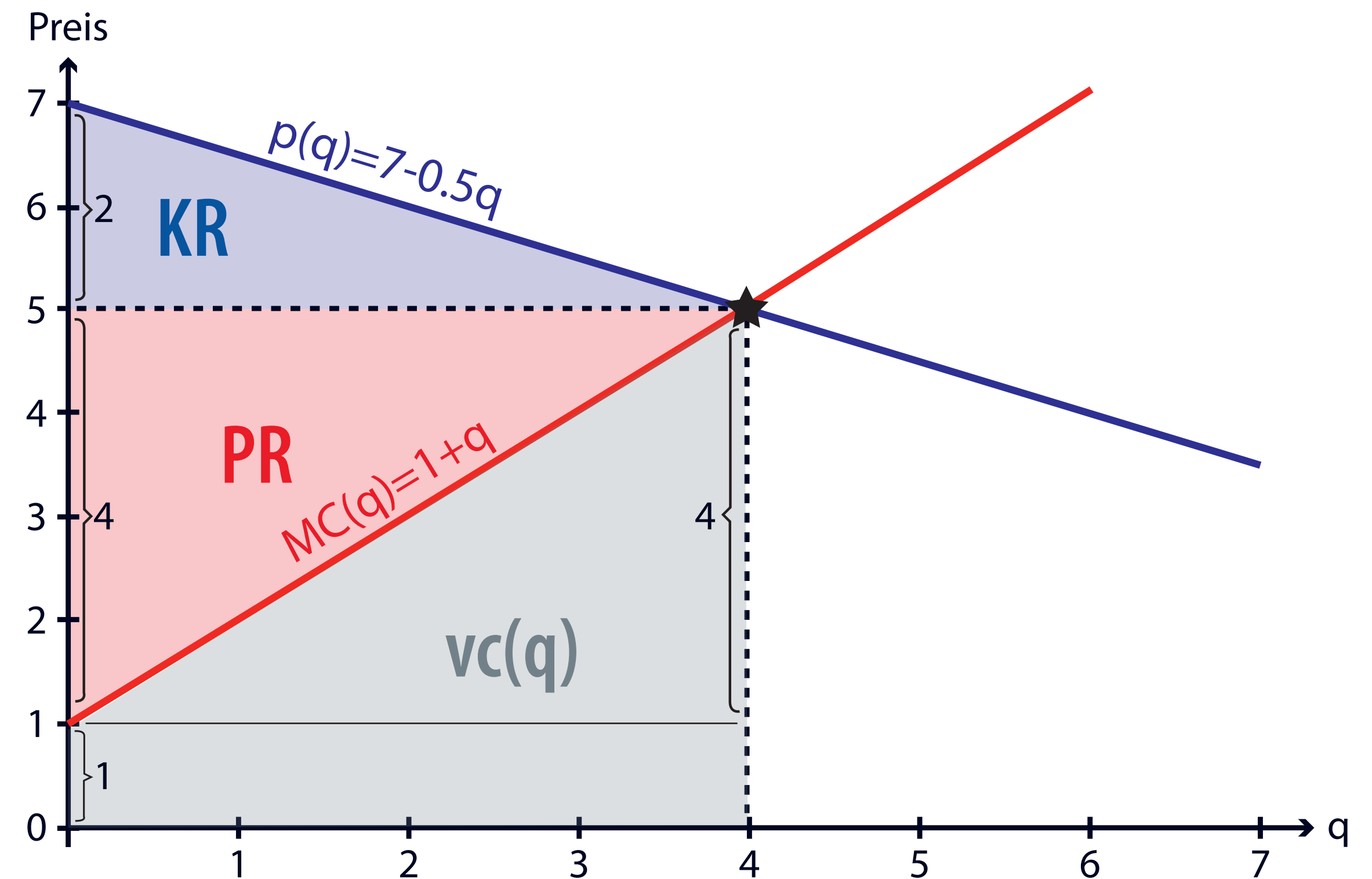


Renten & Wohlfahrt

Auch diese kann man entweder als Dreiecksfläche messen über ein Integral ausrechnen.

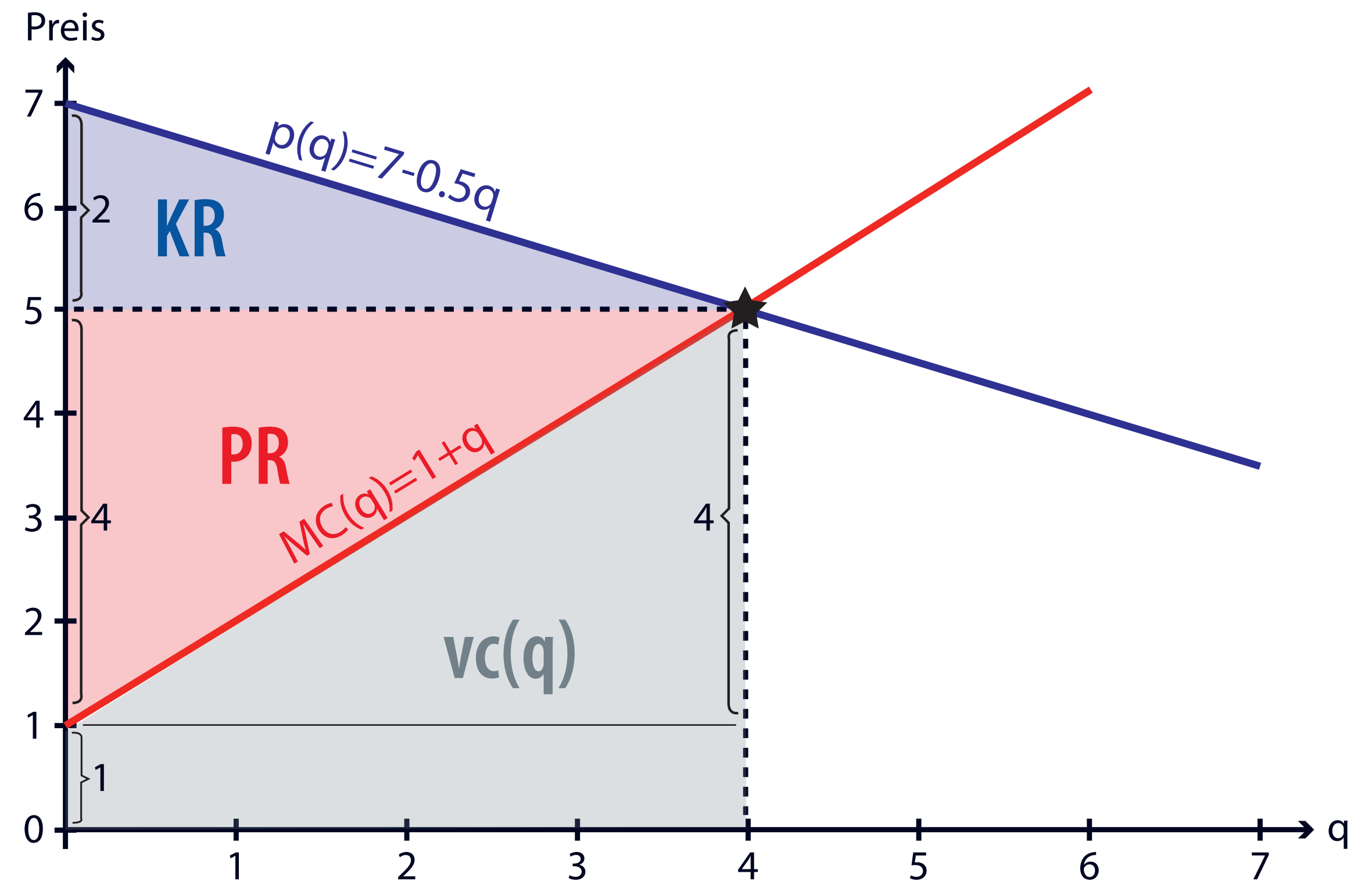
$$\Delta\text{-Fläche} = 0.5 \times \text{Höhe} \times \text{Länge}$$

$$KR = 0.5 \times 2 \times 4 = 4$$



Renten & Wohlfahrt

$$\begin{aligned}
 KR &= \int_0^4 p(Q) dq - q \cdot p(q) = \int_0^4 7 - 0.5Q dQ - 4 \cdot 5 \\
 &= \left[7Q - 0.25Q^2 \right]_0^4 - 20 \\
 &= [28 - 4] - [0 + 0] - 20 \\
 &= 28 - 4 - 20 = 4
 \end{aligned}$$

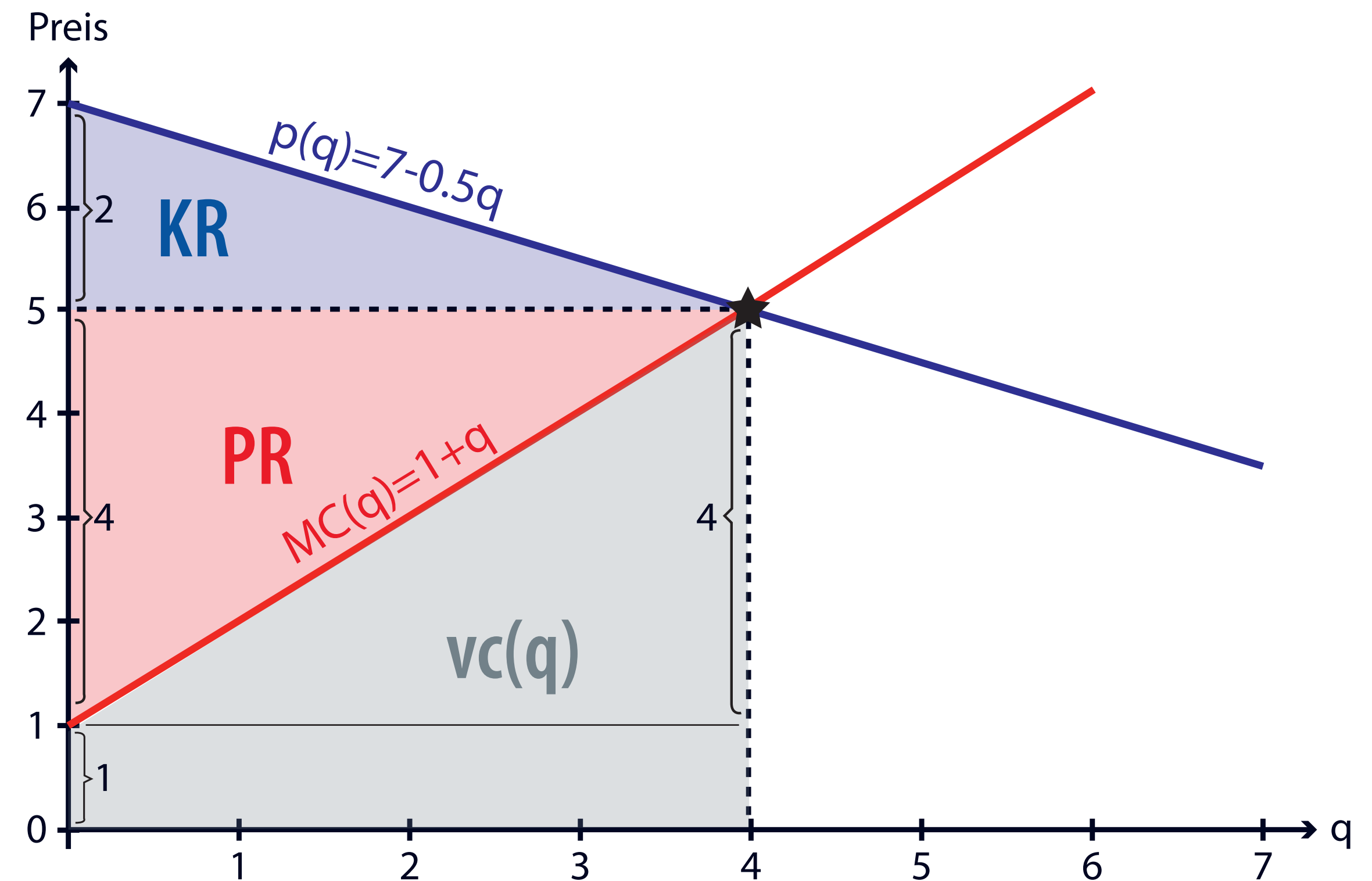


Renten & Wohlfahrt

Die **Wohlfahrt** W misst wie gut es der Gesellschaft in unserem Modell als Ganzes geht.

In dieser Vorlesung werden wir diese als Summe aus Konsumenten- und Produzentenrente definieren:

$$W = KR + PR$$

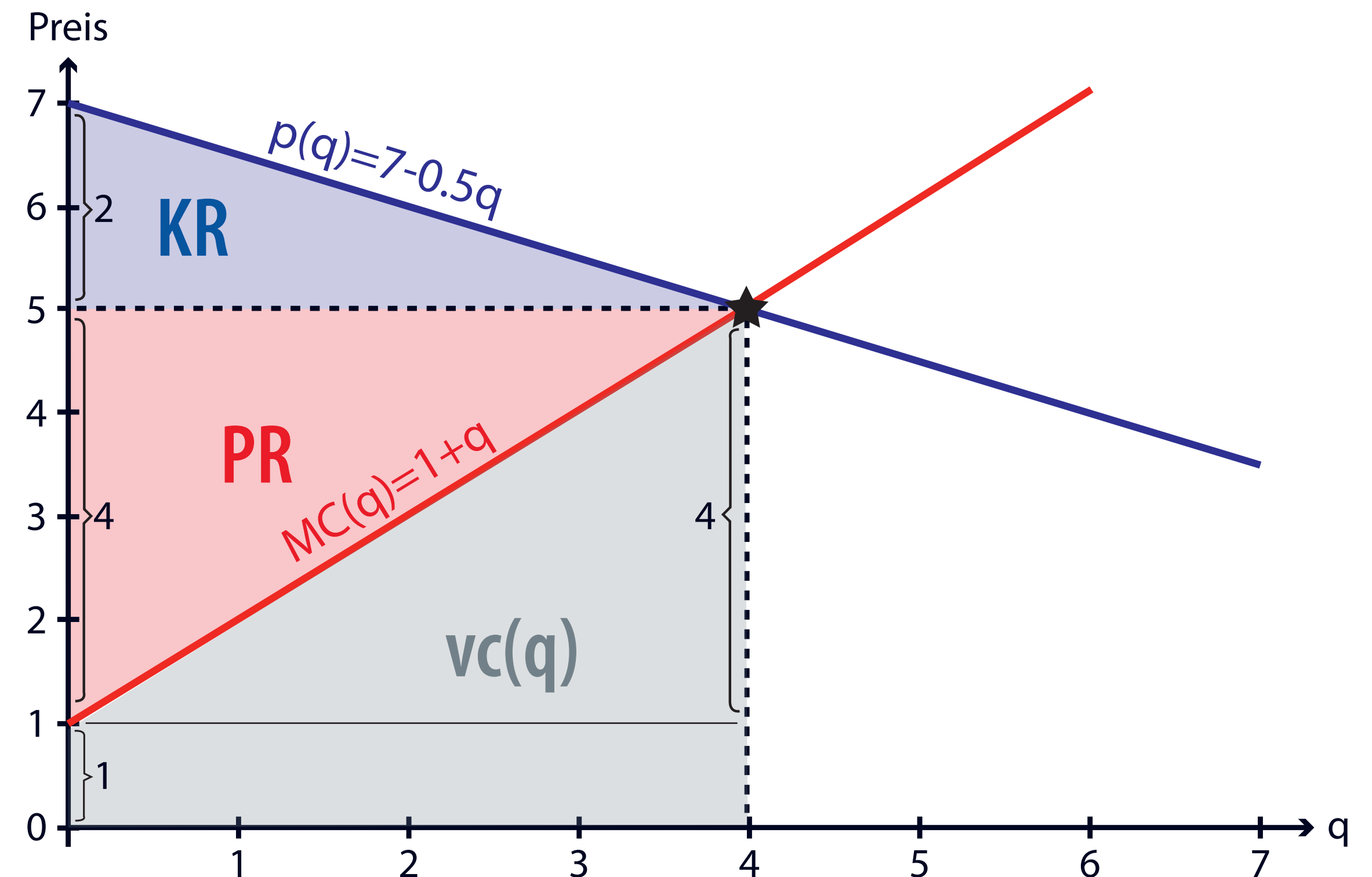


Renten & Wohlfahrt

Wir verwenden den Wert der Wohlfahrt im vollkommenen Wettbewerb als Referenz für unsere zukünftigen Modelle.

Der hier erreichte Wert ist nämlich der maximale Wert, der gegeben der Kosten- und Nachfragefunktion erzielt werden kann:

Wohlfahrtsoptimum



Monopol


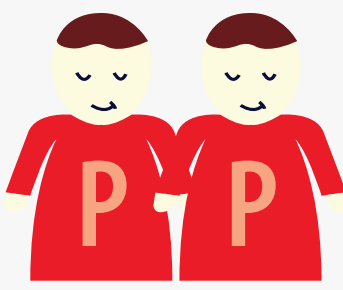


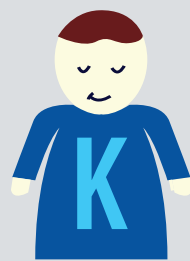
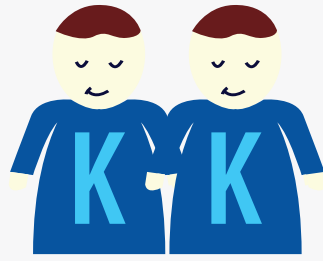

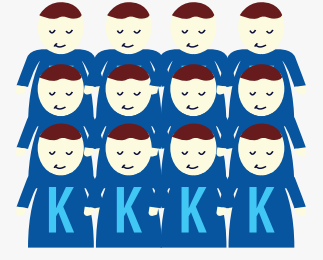
Wir bleiben bei unserem Dosenwurstbeispiel mit den folgenden Funktionen:

Nachfragefunktion $q(p)=14-2p$

Preis-Absatz Funktion $p(q)=7-0.5q$

Kostenfunktion $c(q)=q+0.5q^2$

Grenzkostenfunktion $MC(q)=1+q$


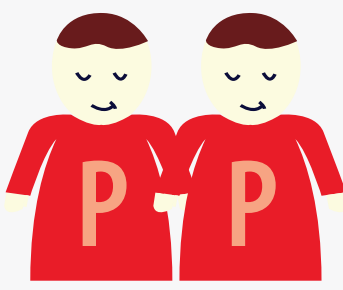


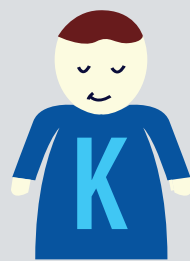
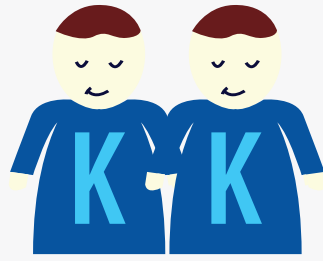

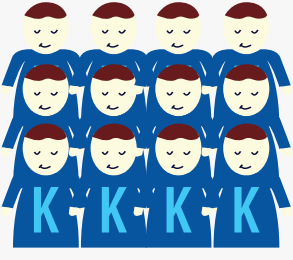
VS				
	Bilaterales Monopol	Beschränktes Monopson	Beschränktes Monopson	Monopson
	Beschränktes Monopol	Bilaterales Duopol		Duopson
	Beschränktes Monopol		Bilaterales Oligopol	Oligopson
	Monopol	Duopol	Oligopol	Polypol Vollständiger Wettbewerb



Monopol

Im Unterschied zum vorherigen Marktmodell geben wir nun den Produzenten Marktmacht.

Wir betrachten ein Monopol, bei dem unendlich viele unendliche kleine Konsumenten auf einen großen marktmächtigen Produzenten treffen!

VS				
	Bilaterales Monopol	Beschränktes Monopson	Beschränktes Monopson	Monopson
	Beschränktes Monopol	Bilaterales Duopol		Duopson
	Beschränktes Monopol		Bilaterales Oligopol	Oligopson
	Monopol	Duopol	Oligopol	Polypol Vollständiger Wettbewerb

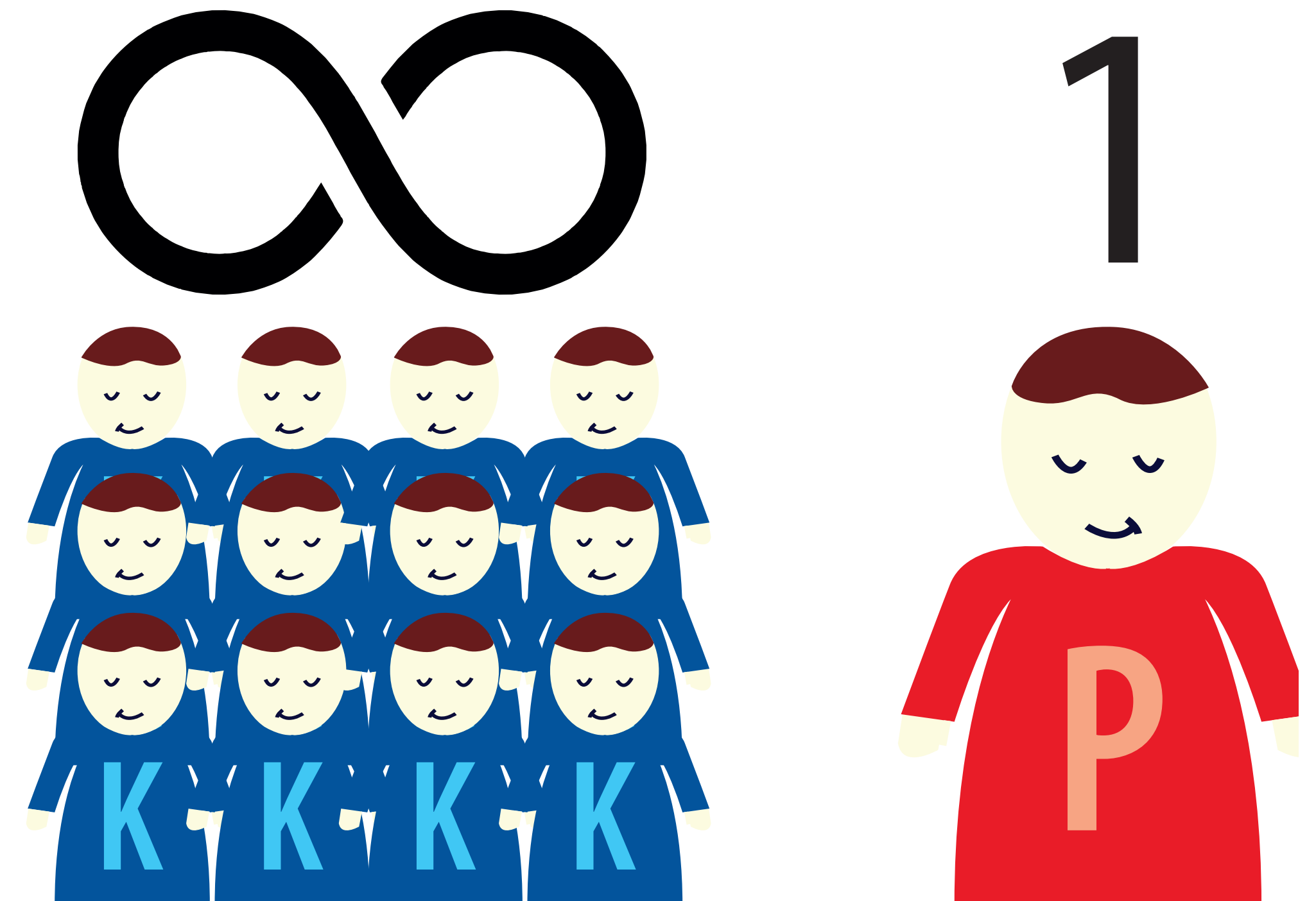


Monopol

Im Gegensatz zu den vielen kleinen Produzenten steuert der Monopolist mit seiner Produktion den Preis: Er kann sich überlegen, ob er ...

...nur ein knappes Angebot bietet und mit geringen Stückzahlen hohe Margen generiert.

...den Markt flutet und die geringeren Margen durch die schiere Masse an Verkäufen wett macht.

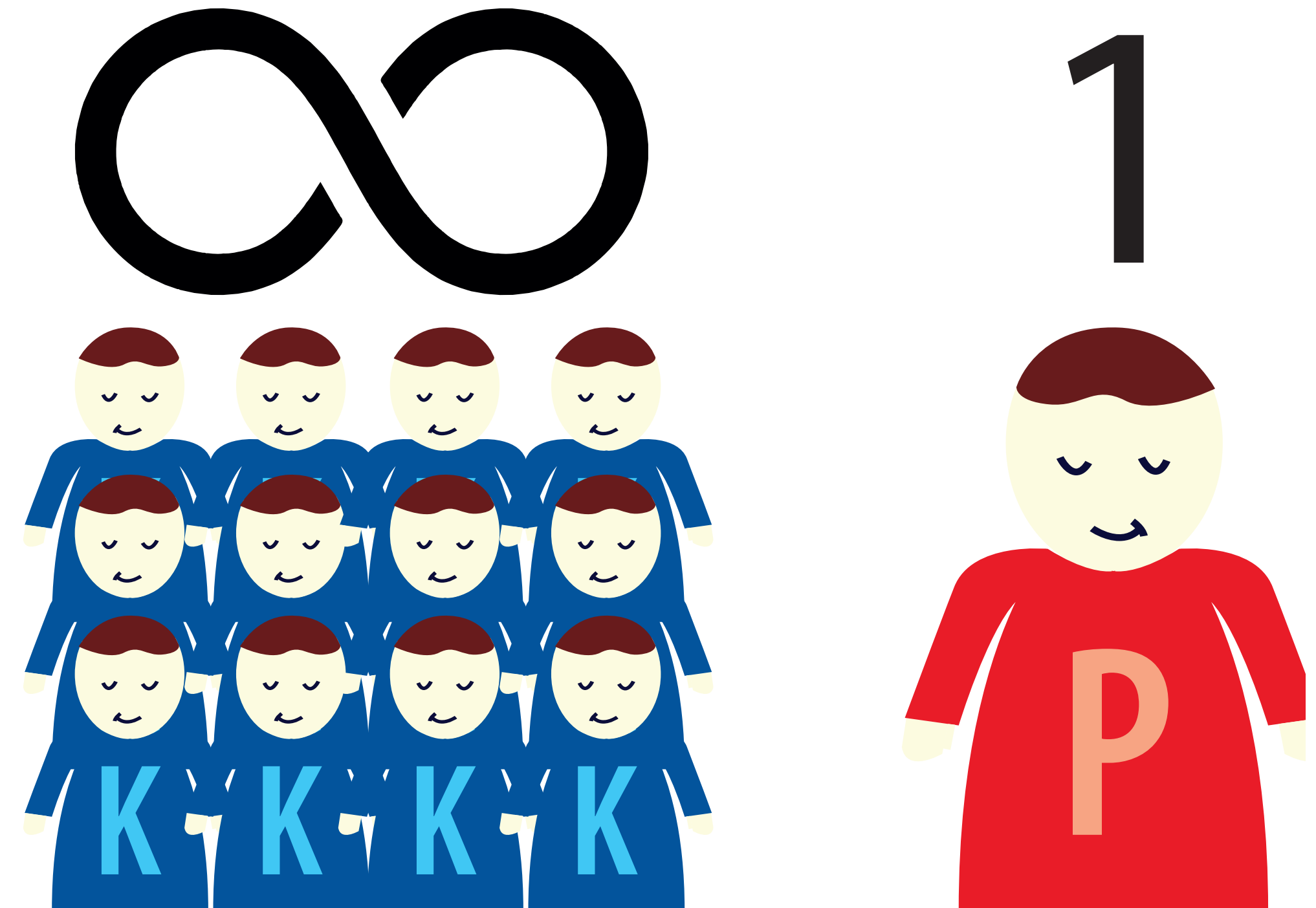


Monopol

Er entscheidet sich für die Preisstrategie, die seinen Gewinn maximiert. Seine Gewinnfunktion sieht auf den ersten Blick gleich aus:

$$\begin{aligned}\pi(q) &= \text{Umsatz} - \text{Kosten} \\ &= p(q) \cdot q - c(q) \\ &= p(q) \cdot q - q - 0.5q^2\end{aligned}$$

Der entscheidende Unterschied versteckt sich im Preis p . Dieser ist jetzt nicht mehr fest, sondern durch die Preis-Absatz-Funktion gegeben.



Monopol

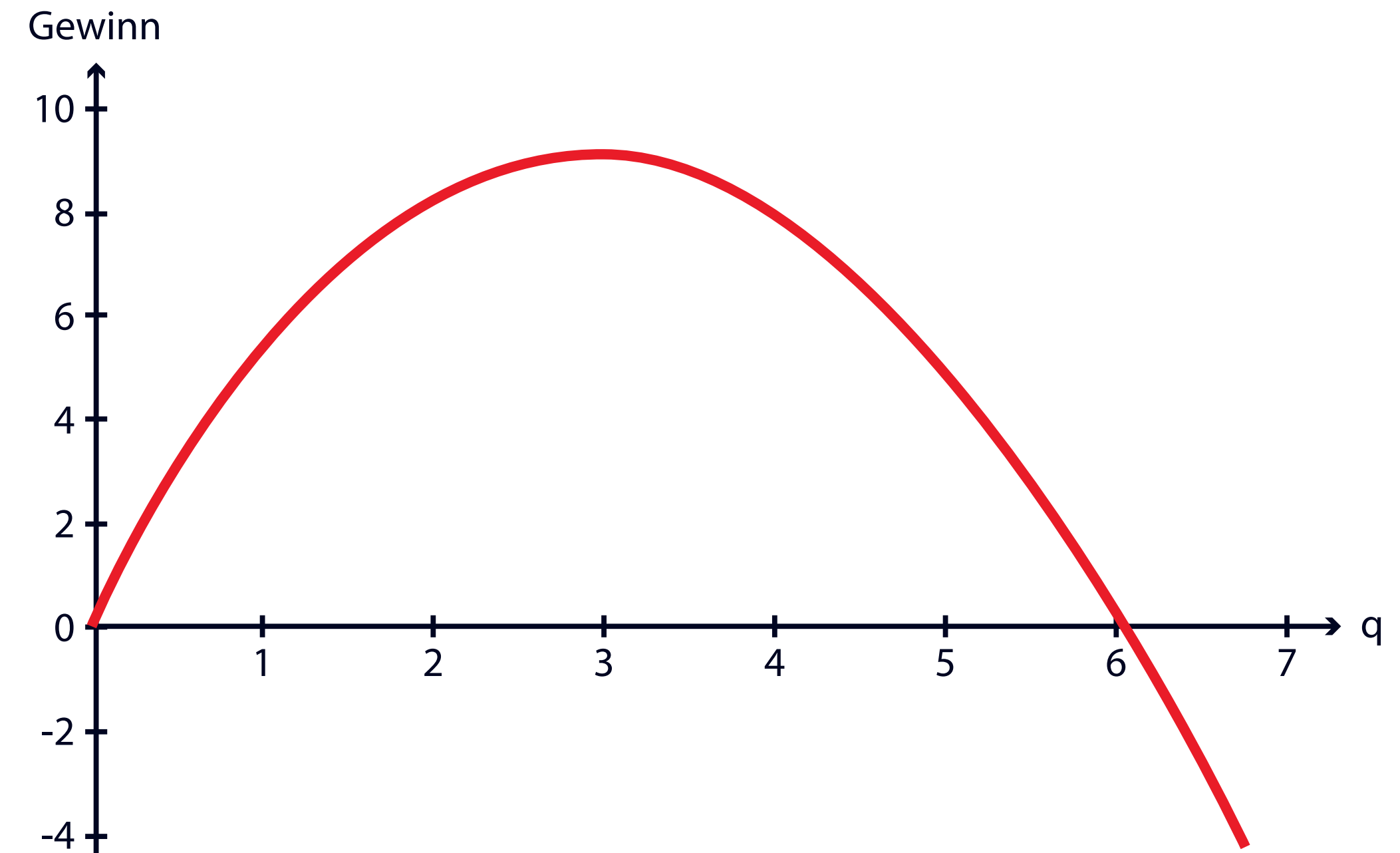
Der Monopolist muss diesen Zusammenhang bei seiner Gewinnmaximierung beachten! Wir setzen die Preis-Absatz-Funktion in die Gewinnfunktion ein und koppeln den Verkaufspreis mit der verkauften Menge:

$$\pi(q) = p(q)q - q - 0.5q^2 \quad \text{mit} \quad p(q) = 7 - 0.5q$$

$$\pi(q) = (7 - 0.5q)q - q - 0.5q^2$$

$$\pi(q) = 7q - 0.5q^2 - q - 0.5q^2$$

$$\pi(q) = -q^2 + 6q$$



Monopol

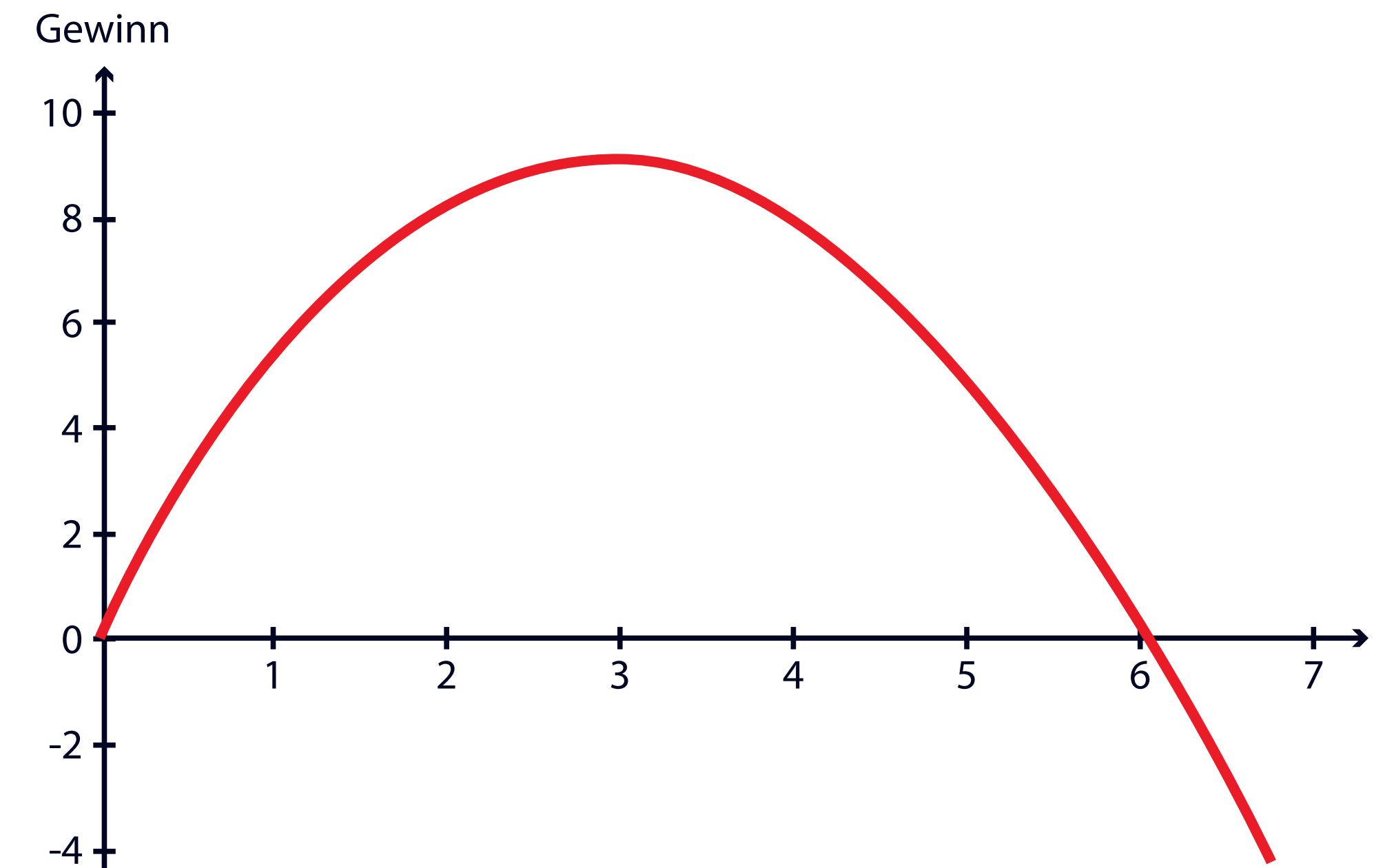
Wir erinnern uns an das Einsetzen der Preis-Absatz-Funktion in die Gewinnfunktion.

$$\pi(q) = p(q)q - q - 0.5q^2 \quad \text{mit} \quad p(q) = 7 - 0.5q$$

$$\pi(q) = (7 - 0.5q)q - q - 0.5q^2$$

$$\pi(q) = 7q - 0.5q^2 - q - 0.5q^2$$

$$\pi(q) = -q^2 + 6q$$



Monopol

Um die optimale Produktionsmenge zu finden, leiten wir die Gewinnfunktion nach der Menge ab und setzen die Ableitung gleich 0.

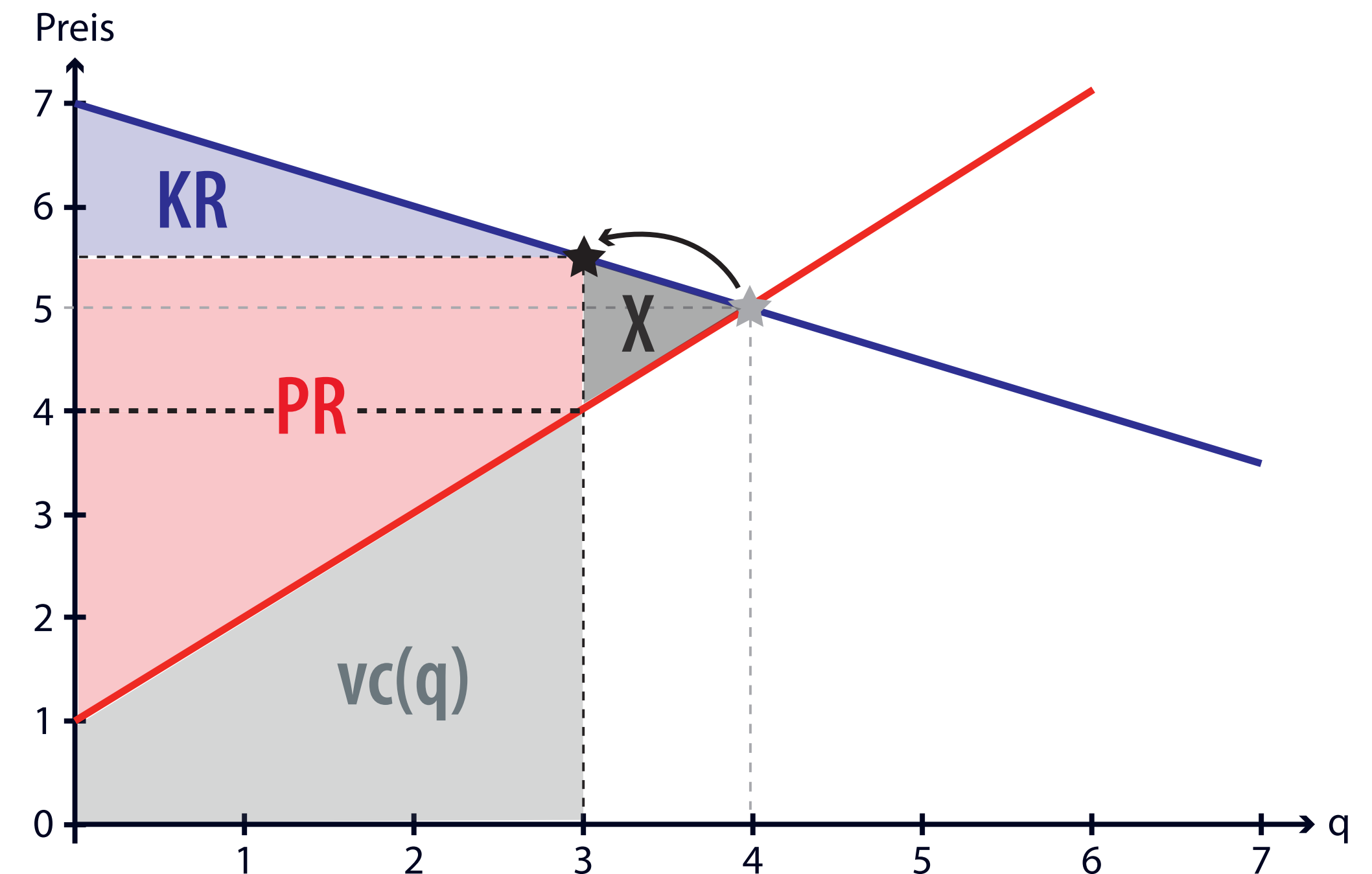
$$\pi(q) = -q^2 + 6q$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = -2q + 6 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow -2q = -6$$

$$\Leftrightarrow q^* = 3$$

$$\Rightarrow p^* = p(q^*) = 5.5$$

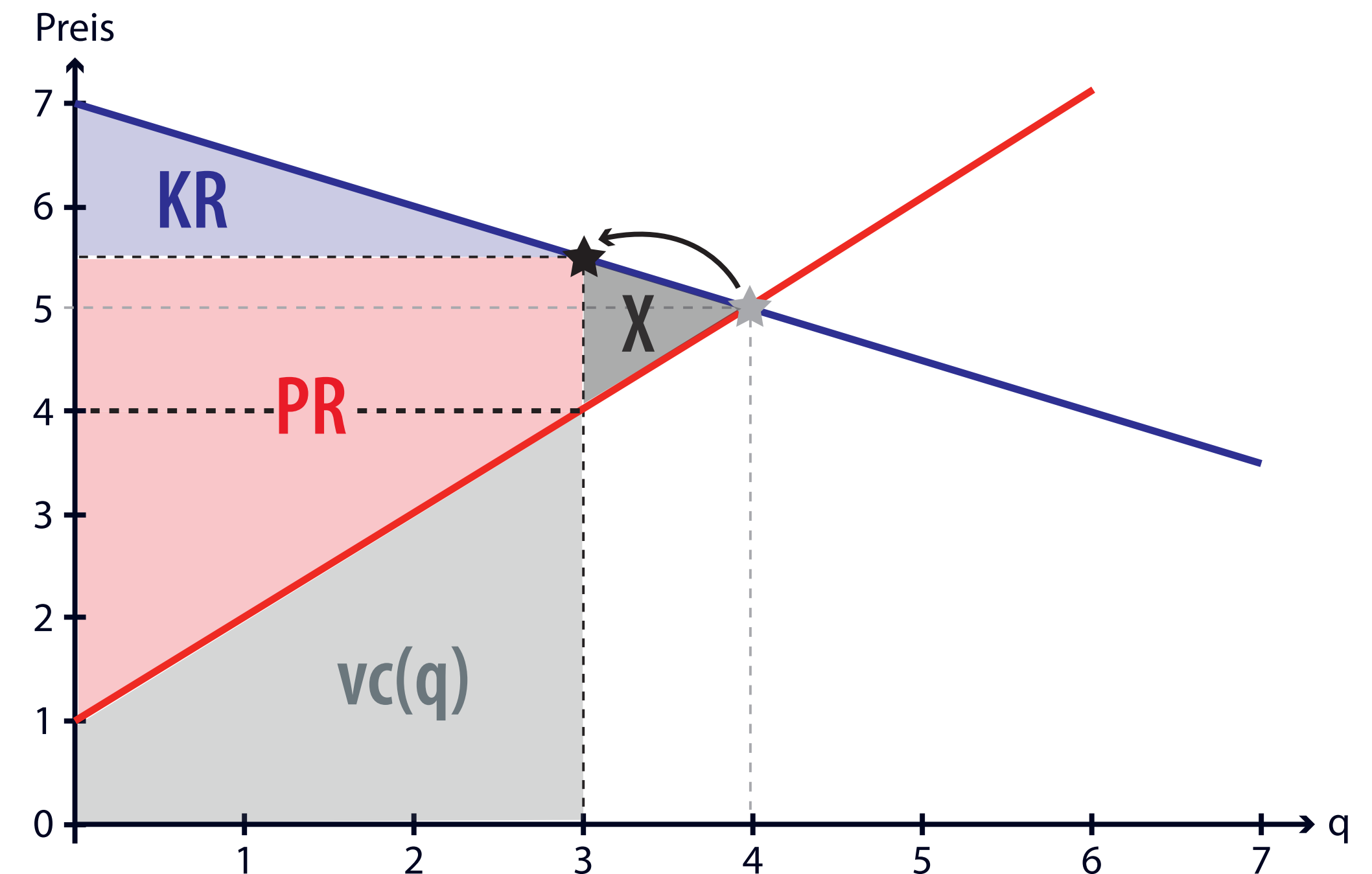


Monopol

Für den Monopolisten ist eine Verknappung der Menge optimal. Statt der Menge $q=4$ im vollkommenen Wettbewerb, erhalten wir nun $q=3$.

Durch die kleinere Menge steigt der Preis auf 5.5.

Der Umsatz des Monopolisten sinkt zwar von 20 auf 16.5, aber sein Gewinn steigt!



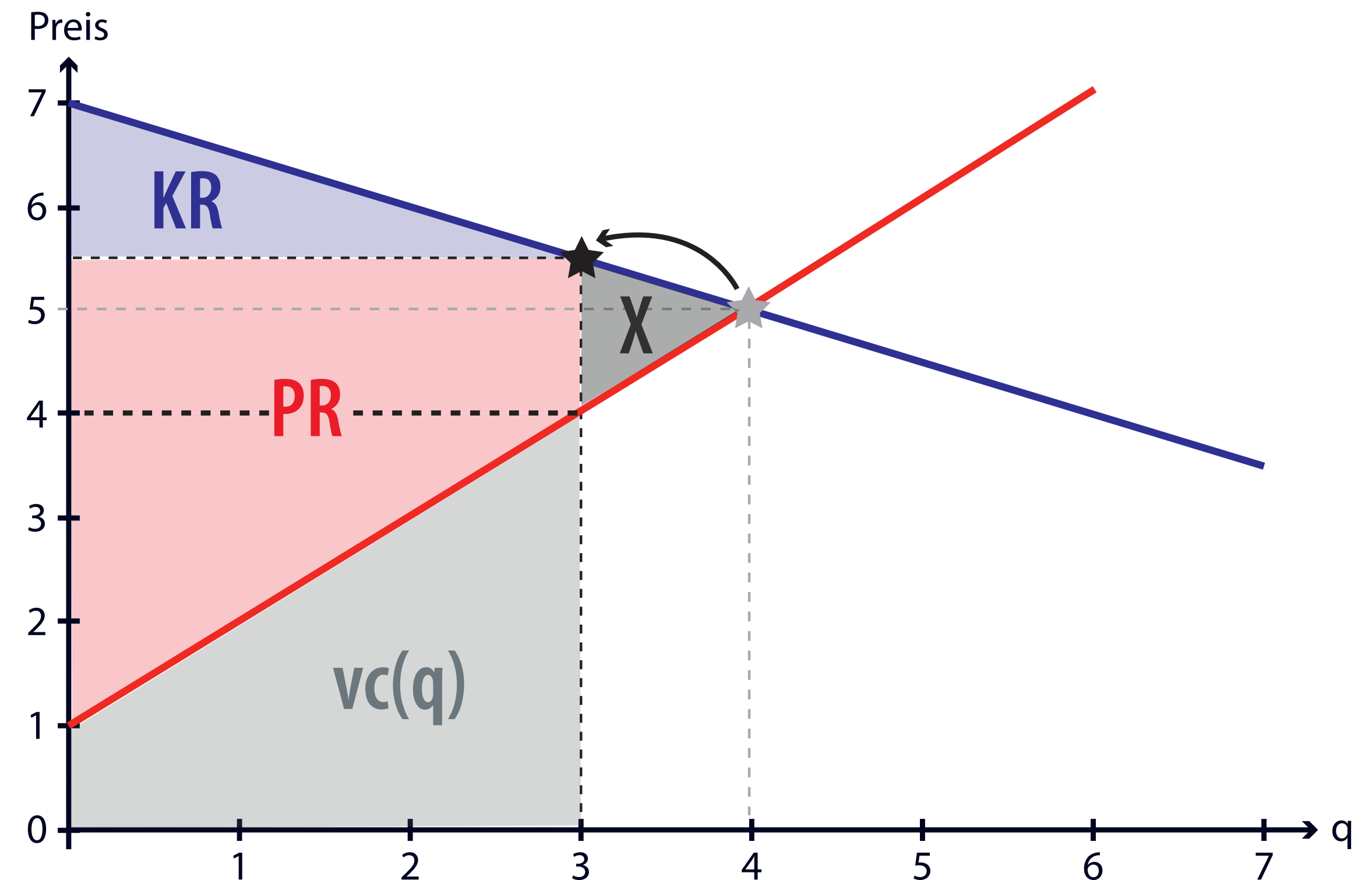
Renten & Wohlfahrt

Mit dem Gewinn steigt auch die Produzentenrente:

$$\Delta\text{-Fläche} = 0.5 \times 3 \times 3 = 4.5$$

$$\text{Rechteck} = 1.5 \times 3 = 4.5$$

$$\text{PR} = 4.5 + 4.5 = 9 \text{ (+1)}$$



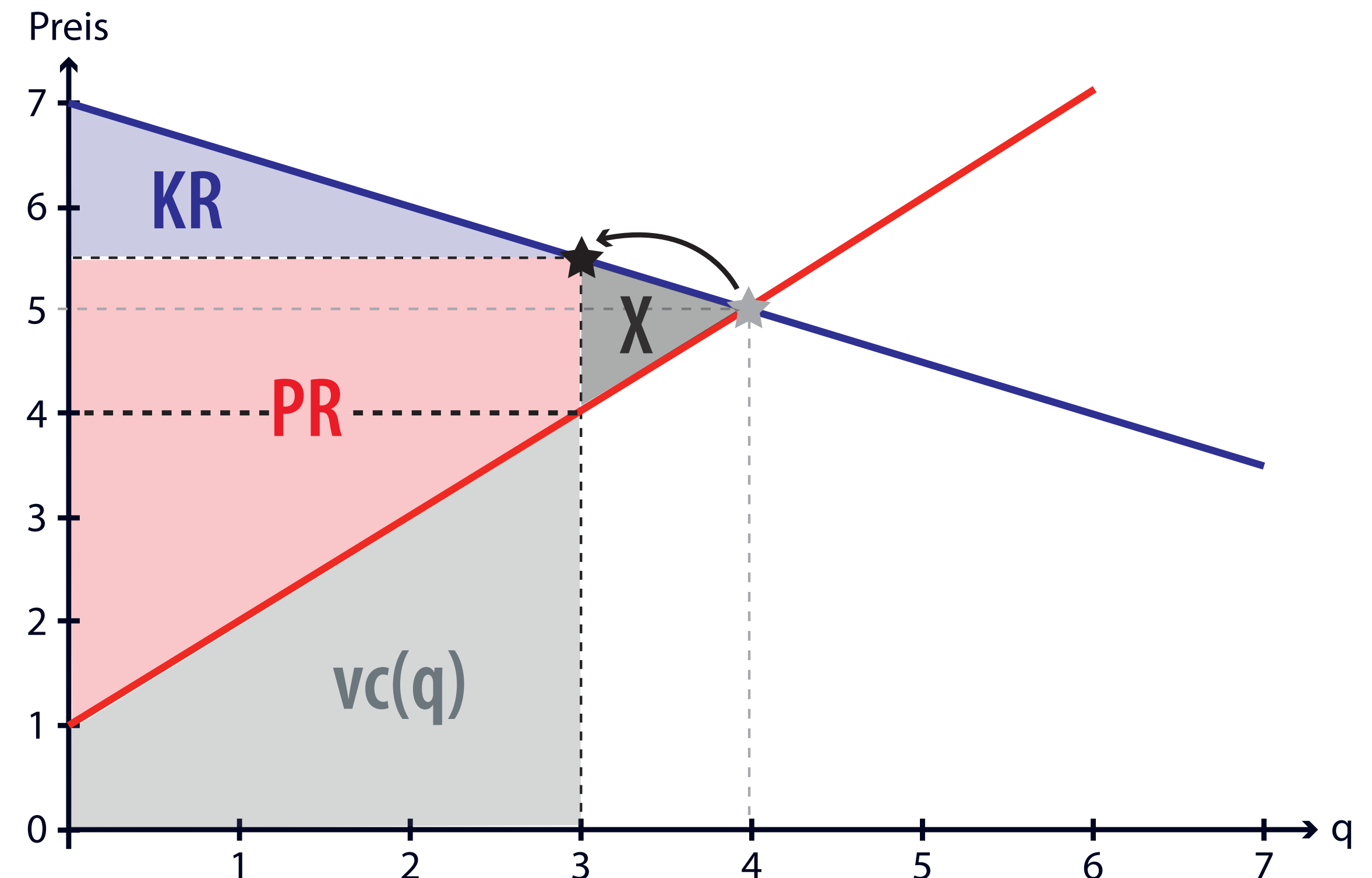
Renten & Wohlfahrt

Durch die geringere Menge gibt es weniger Konsumenten, die eine Konsumentenrente erzielen, d. h., etwas billiger erwerben können als sie bereit wären zu zahlen.

Die Konsumentenrente sinkt von 4 auf 2.25

$\Delta\text{-Fläche} = 0.5 \times \text{Höhe} \times \text{Länge}$

$$KR = 0.5 \times 1.5 \times 3 = 2.25 \text{ (-1.75)}$$



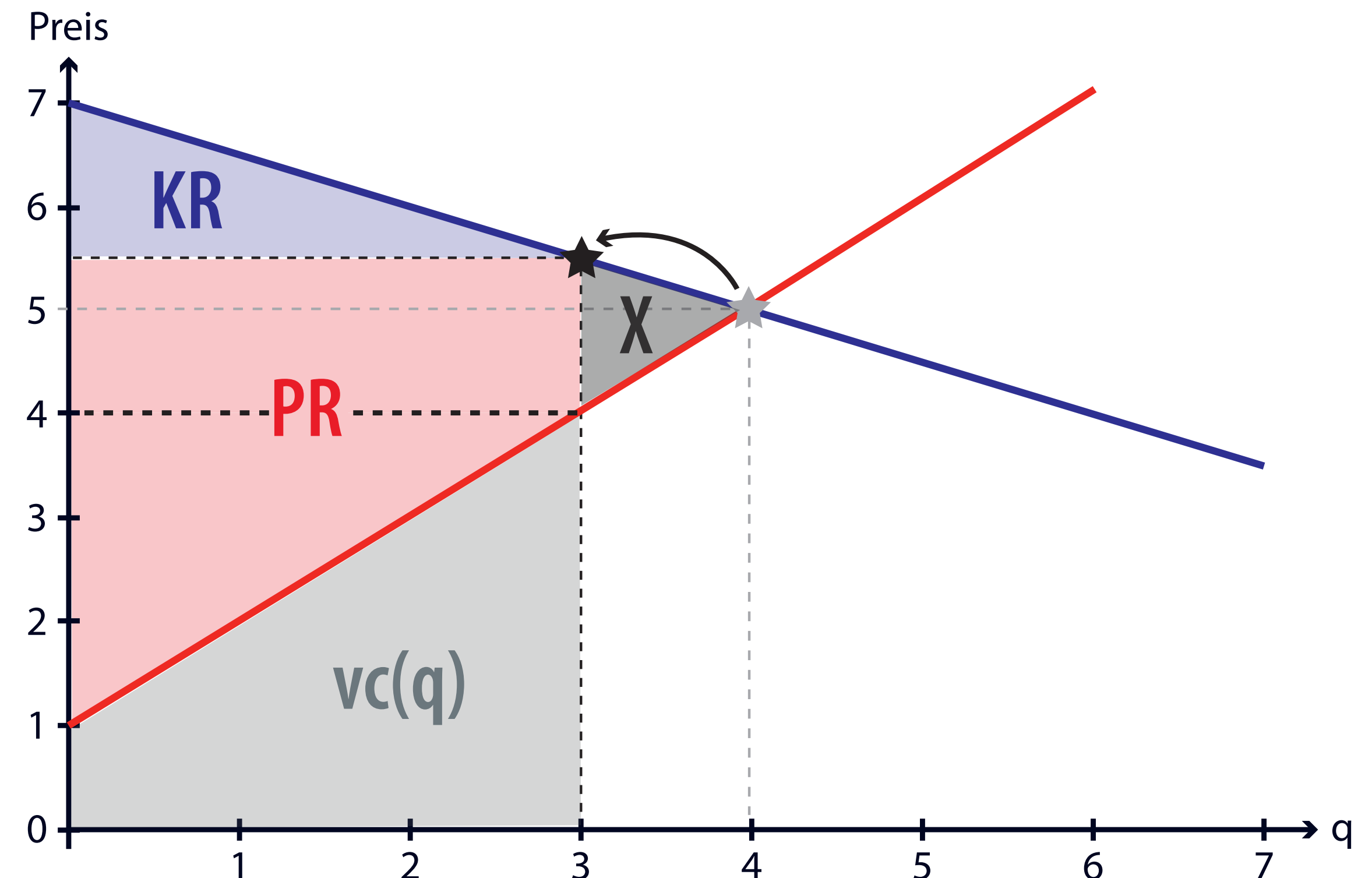
Renten & Wohlfahrt

Im Vergleich zum vollkommenen Wettbewerb entsteht ein Wohlfahrtsverlust. Im Schaubild können wir diesen in der Fläche X sehen. Insgesamt sinkt die Wohlfahrt um 0.75.

$$KR = 0.5 \times 1.5 \times 3 = 2.25 \text{ } (-1.75)$$

$$PR = 4.5 + 4.5 = 9 \text{ } (+1)$$

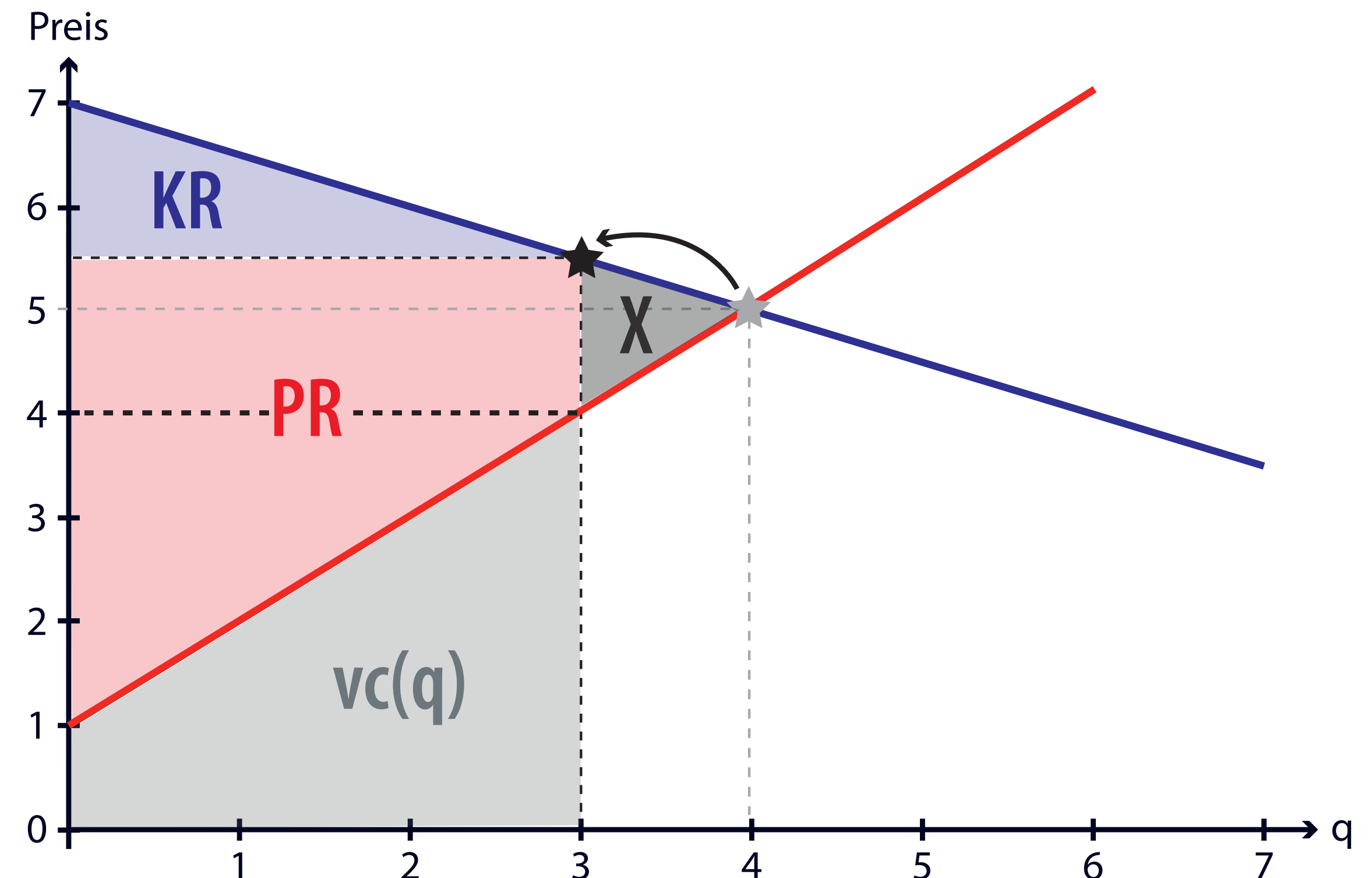
$$W = 2.25 + 9 = 11.25 \text{ } (-0.75)$$



Renten & Wohlfahrt

In unserem Modell ist das Monopol schlecht für die Gesamtgesellschaft.

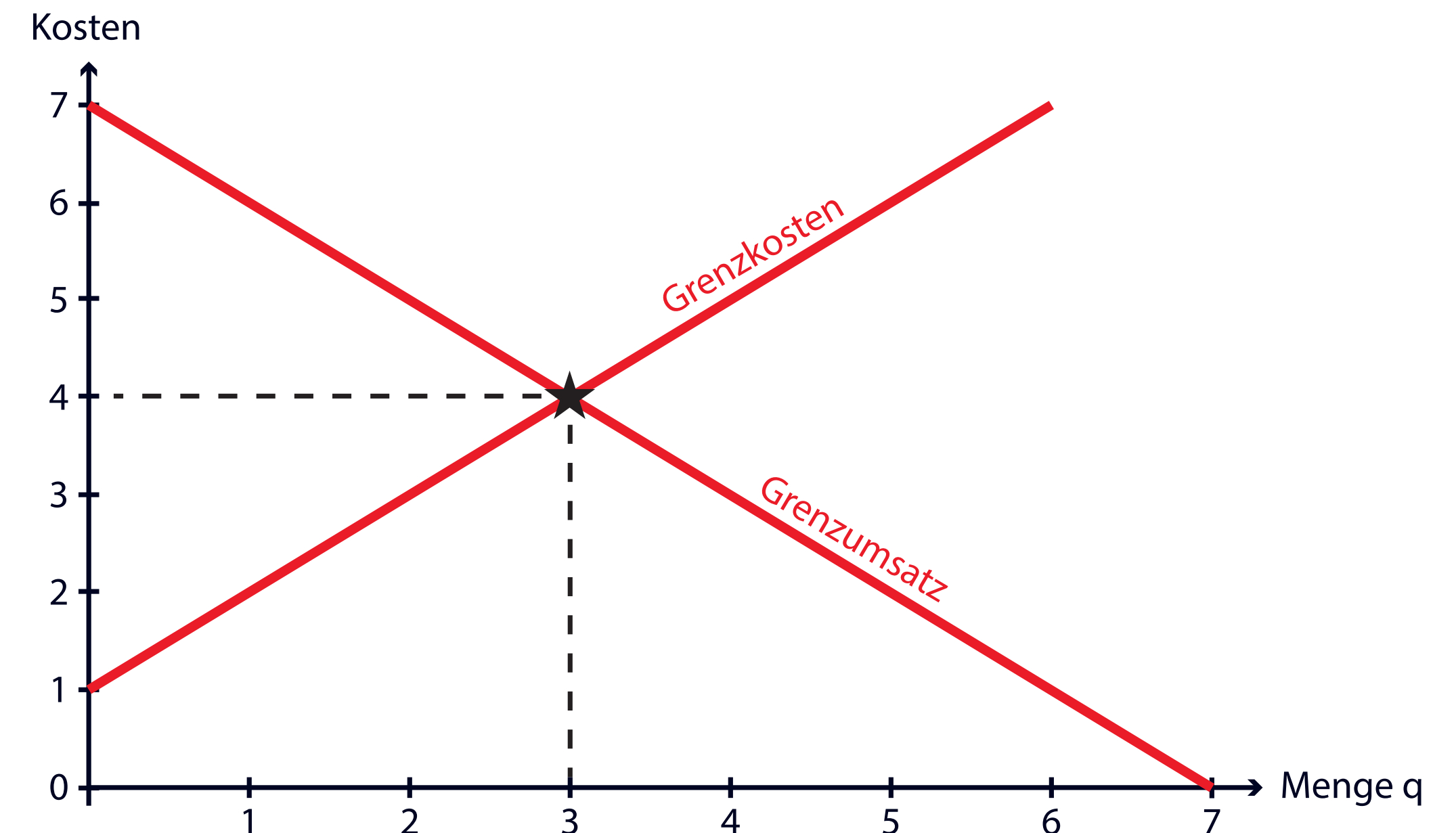
In der Realität sind Monopole häufig ebenfalls schädlich: Sie treiben Preise in die Höhe, verknappen das Angebot an Gütern unnötig und können Innovation und Unternehmensgründungen ausbremsen.



Alternativer Lösungsweg

Es gibt übrigens einen alternativen Rechenweg für das Monopol im Optimum. Statt eine Gewinnfunktion aufzustellen, betrachten wir Umsatz und Kosten getrennt:

$$\begin{aligned} r(q) &= p(q) \cdot q & p(q) &= 7 - 0.5q & c(q) &= q + 0.5q^2 \\ &= (7 - 0.5q)q \\ &= 7q - 0.5q^2 \end{aligned}$$



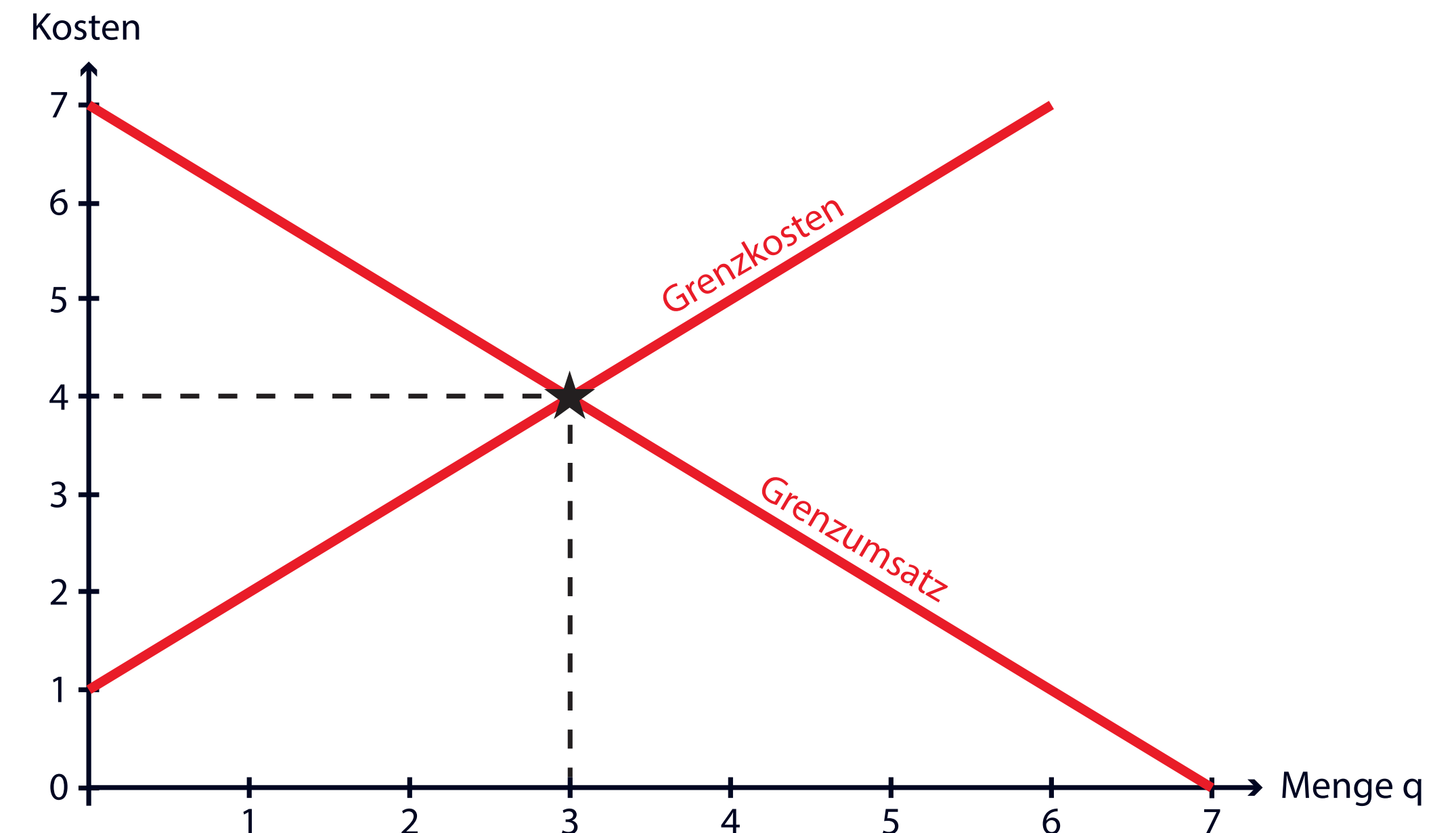
Alternativer Lösungsweg

Wir leiten sowohl den Umsatz als auch die Kosten nach der Menge ab und setzen die entstehenden Terme gleich:

$$r(q) = 7q - 0.5q^2 \quad c(q) = q + 0.5q^2$$

$$\frac{\partial r}{\partial q} = 7 - q \quad \frac{\partial c}{\partial q} = 1 + q$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial q} &\stackrel{!}{=} \frac{\partial c}{\partial q} \Leftrightarrow 7 - q = 1 + q \\ &\Rightarrow q^* = 3 \end{aligned}$$



Marktmodelle

Wir merken uns folgende Regeln:

Vollkommener Wettbewerb

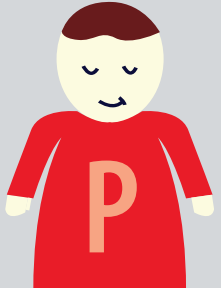
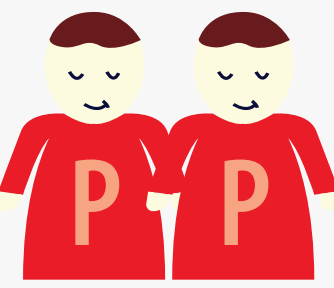


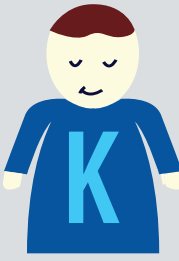
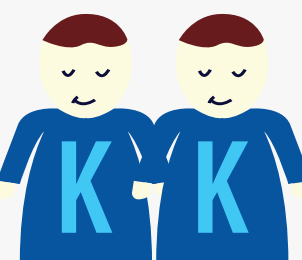
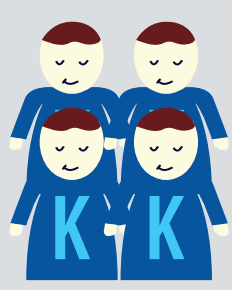
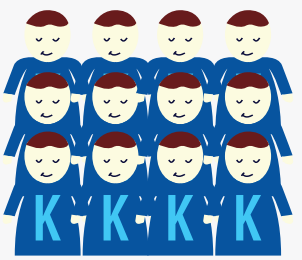
Preis gleich Grenzkosten

Wohlfahrtsoptimum

Monopol

Grenzumsatz gleich Grenzkosten

Kein Optimum

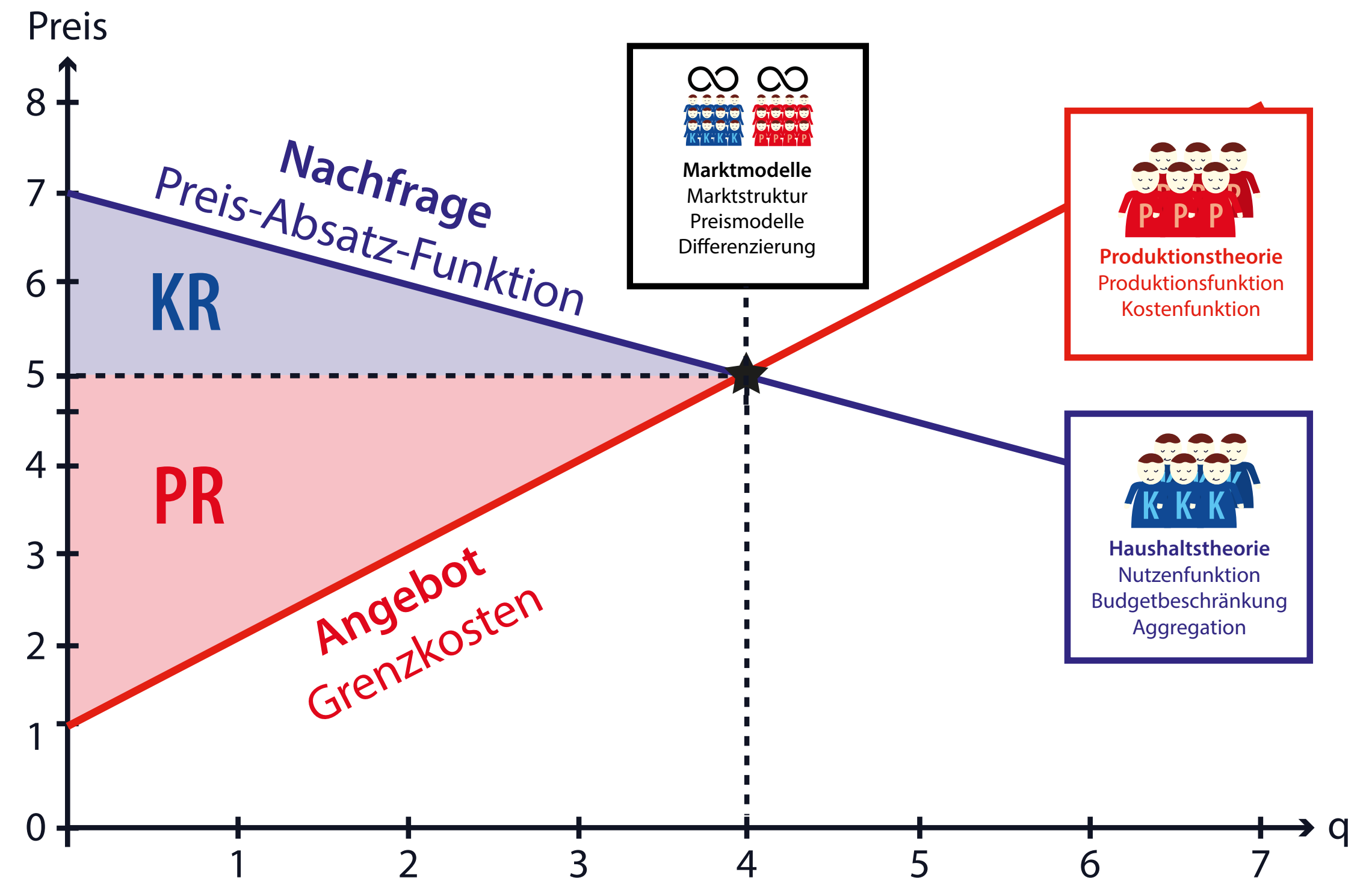
VS				
	Bilaterales Monopol	Beschränktes Monopson	Beschränktes Monopson	Monopson
	Beschränktes Monopol	Bilaterales Duopol		Duopson
	Beschränktes Monopol		Bilaterales Oligopol	Oligopson
	Monopol	Duopol	Oligopol	Polypol Vollständiger Wettbewerb



Marktmodelle

Jetzt kennen wir zwei grundlegende Marktmodelle und verstehen wie Angebot und Nachfrage zusammenspielen.

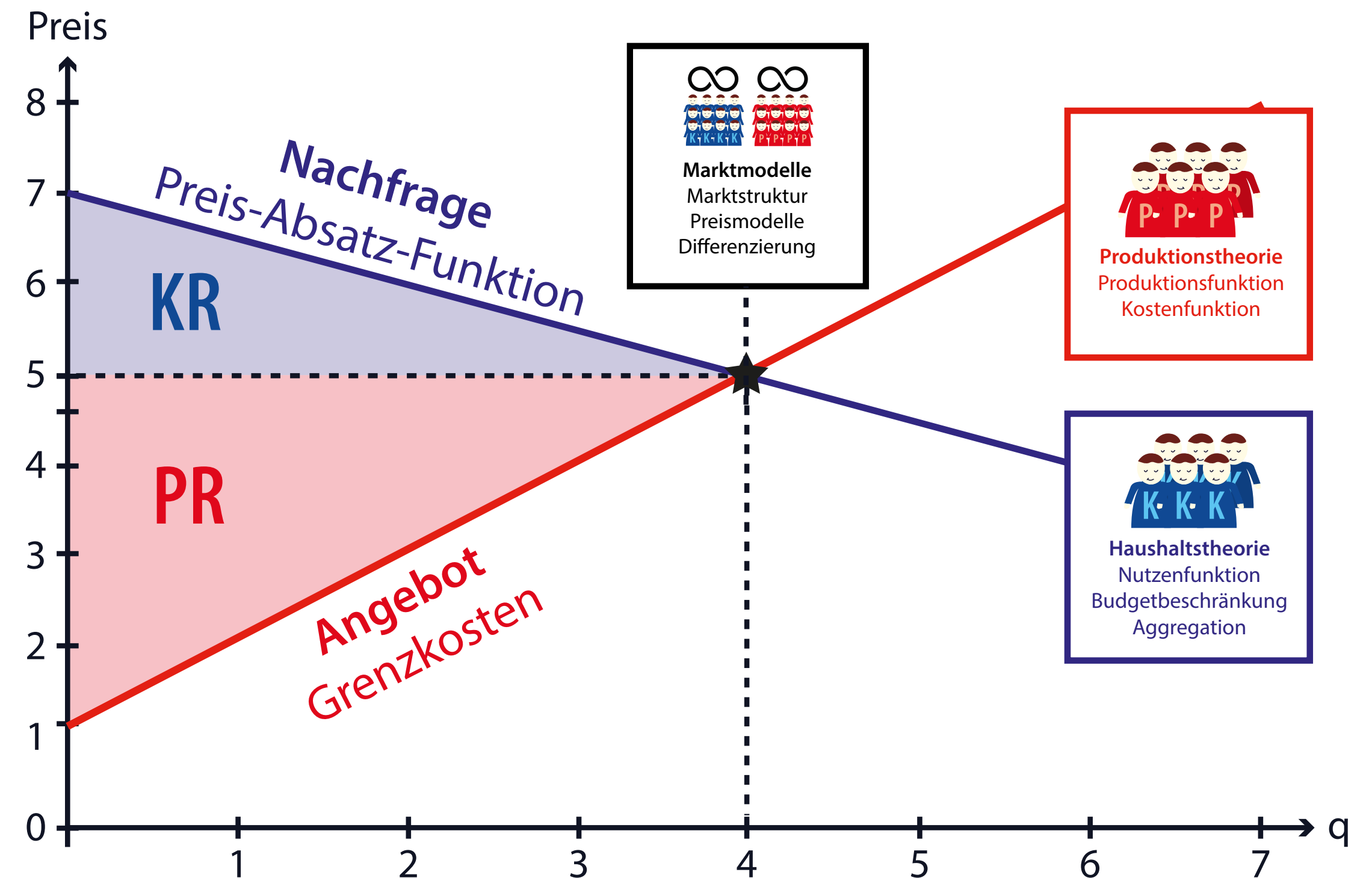
Jetzt können wir uns Fragen wie externe Ereignisse oder politische Eingriffe das Marktergebnis beeinflussen.



Marktmodelle

Jetzt kennen wir zwei grundlegende Marktmodelle und verstehen wie Angebot und Nachfrage zusammenspielen.

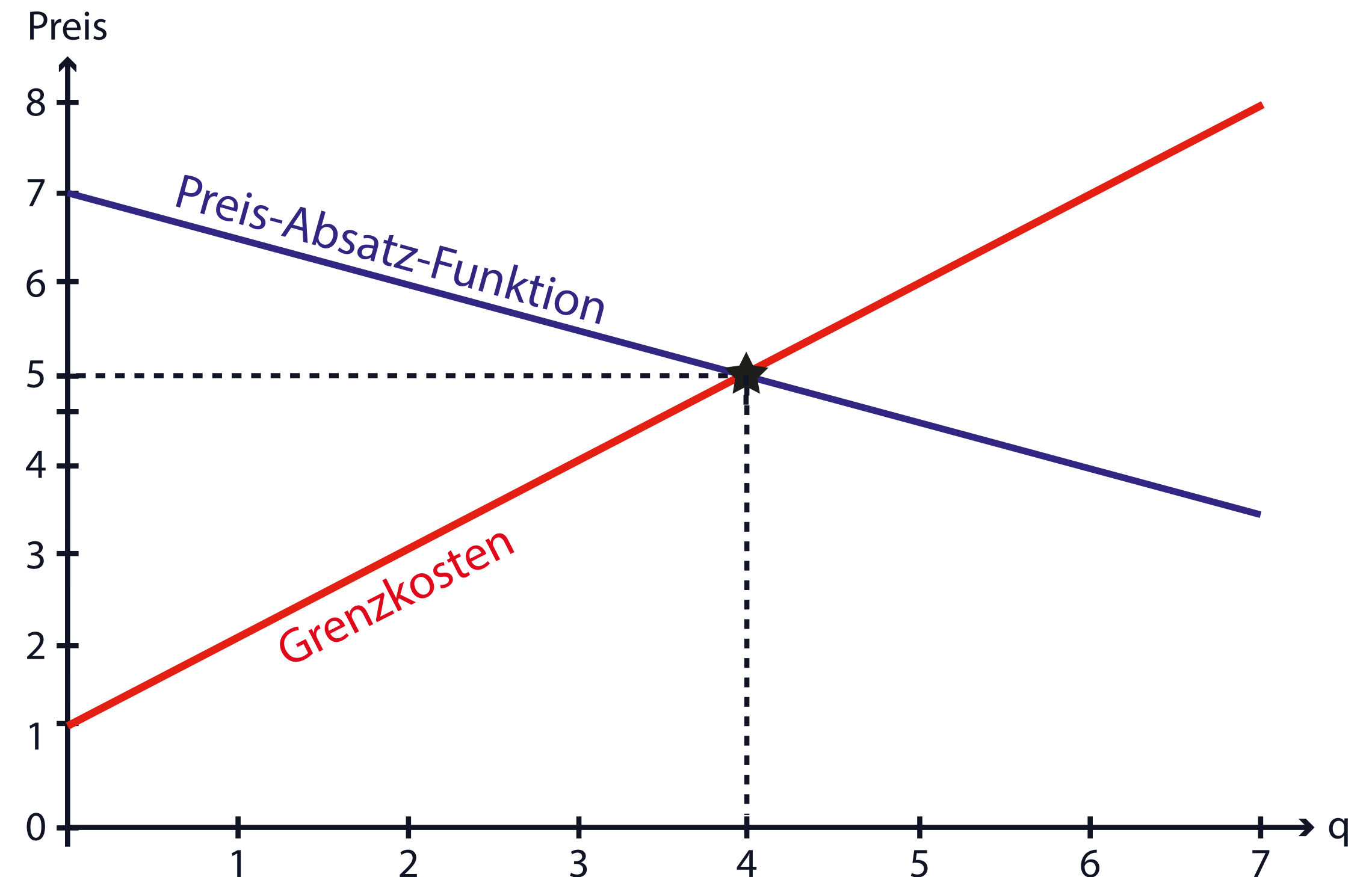
Jetzt können wir uns Fragen wie externe Ereignisse oder politische Eingriffe das Marktergebnis beeinflussen.



Gleichgewichtsanalyse

Angebots- und Nachfrageschocks sind Ereignisse, die das Angebot oder die Nachfrage signifikant beeinflussen.

Wir untersuchen die Auswirkung der Schocks mit einer Gleichgewichtsanalyse und verwenden dabei den vollkommenen Wettbewerb als Referenzmodell.

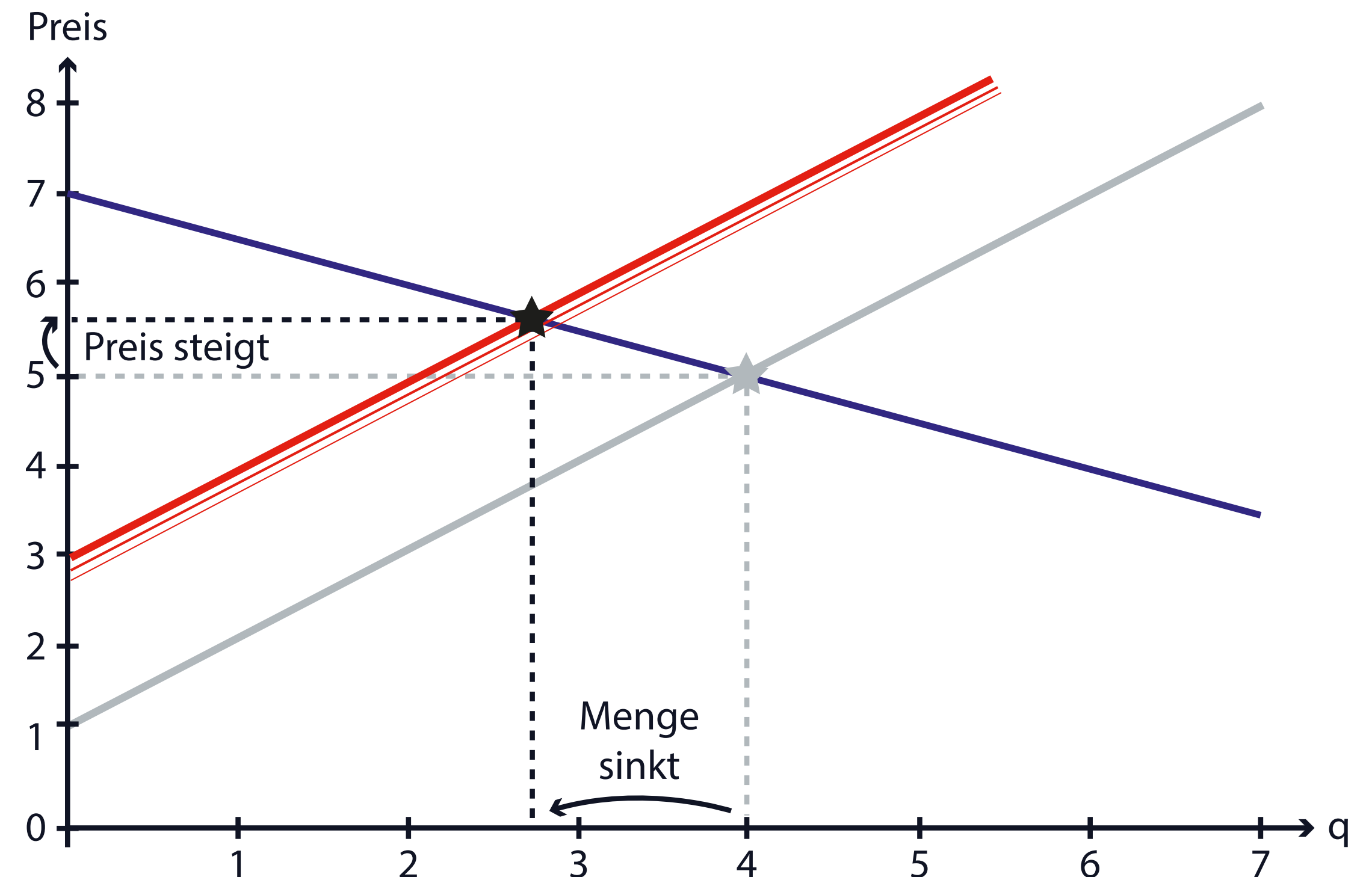


Gleichgewichtsanalyse

Negativer Angebotsschock Eine Verschärfung der Tierschutzgesetze macht die Produktion von Dosenwurst teurer.

Die Grenzkosten steigen und damit auch der Preis, bei dem sich eine bestimmte Produktionsmenge lohnt.

Die Menge fällt und der Preis steigt.

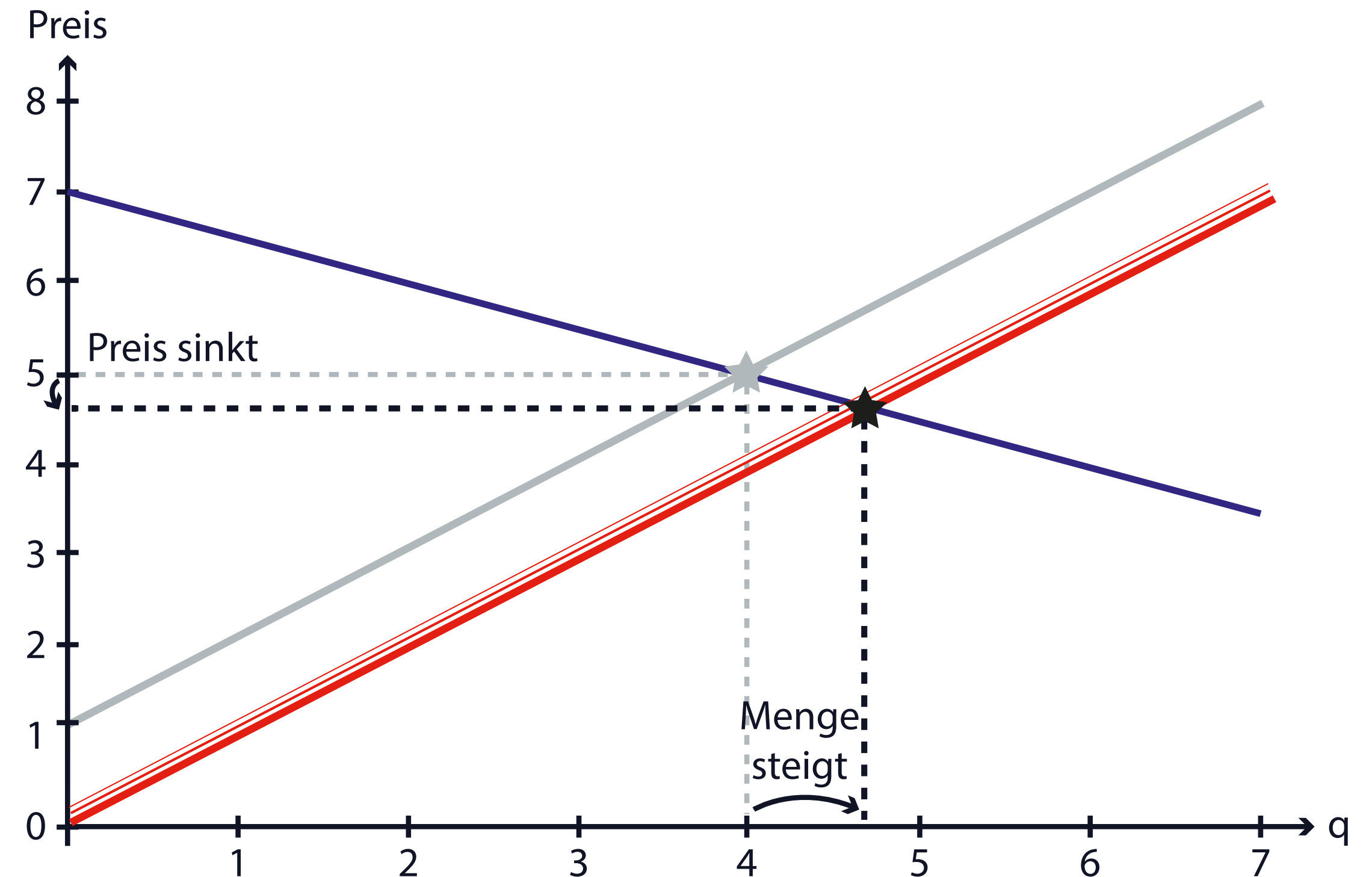


Gleichgewichtsanalyse

Positiver Angebotsschock Fortschritte in der Mast machen die Dosenwurstproduktion günstiger.

Die Grenzkosten sinken und damit auch der Preis, bei dem sich eine bestimmte Produktionsmenge lohnt.

Die Menge steigt und der Preis fällt.

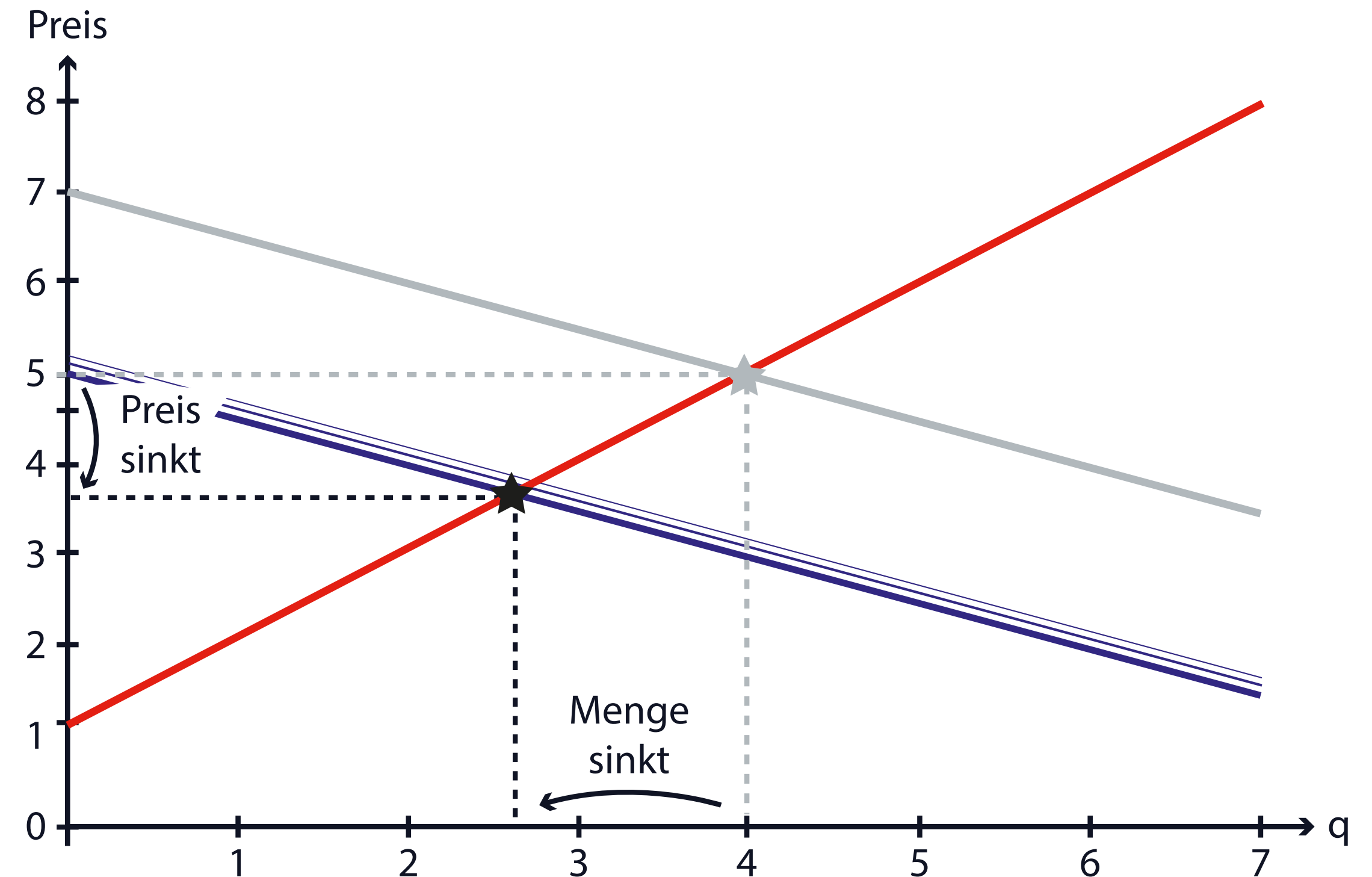


Gleichgewichtsanalyse

Negativer Nachfrageschock Ein Lebensmittelkan-
dal sorgt für einen massiven Anstieg an fleischarmer
und fleischloser Ernährung.

Die bei einem bestimmten Preis nachgefragte Men-
ge fällt. Die PAF verschiebt sich nach links unten.

Die Menge fällt und der Preis fällt.

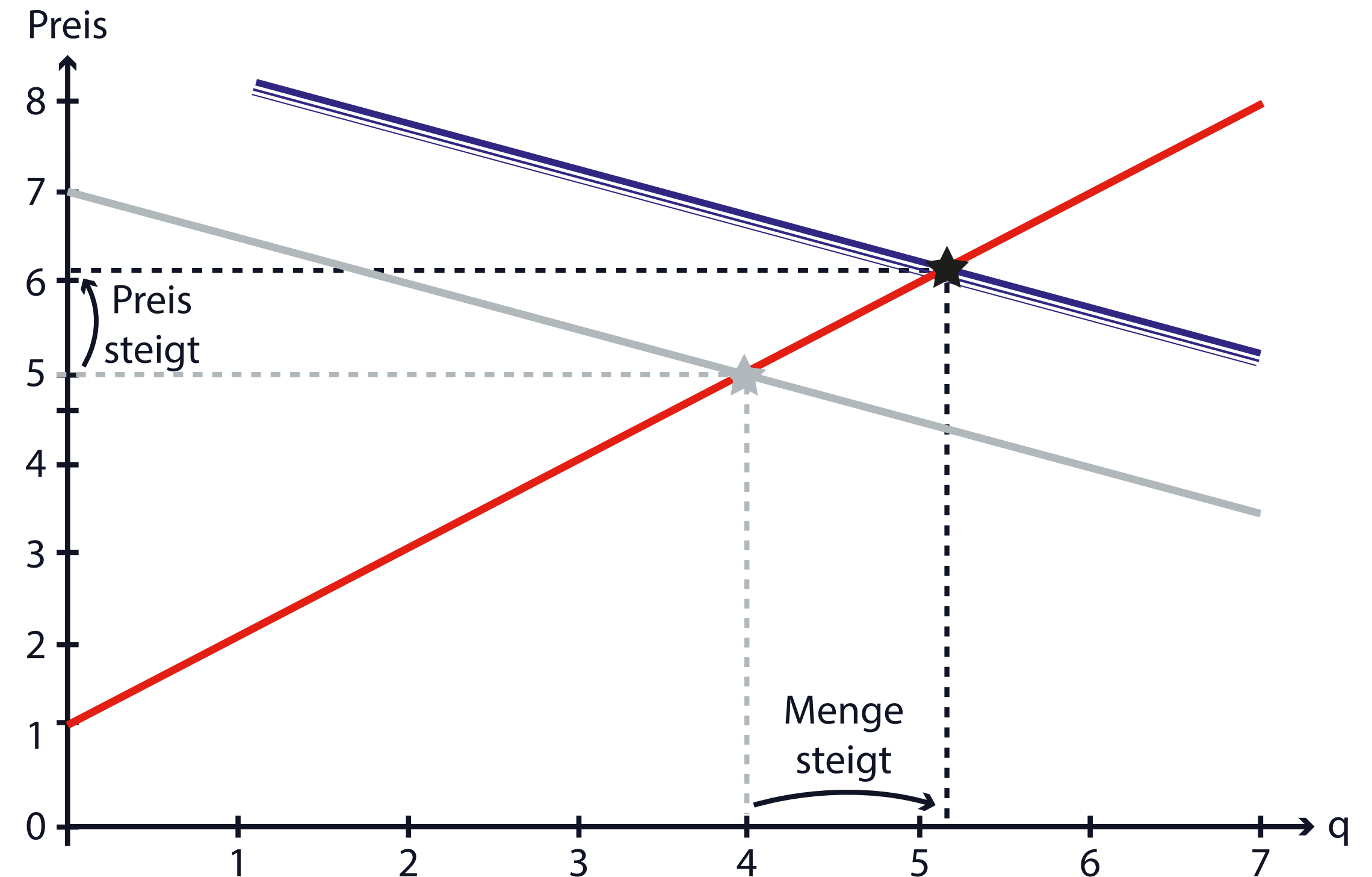


Gleichgewichtsanalyse

Positiver Nachfrageschock Die EU empfiehlt, einen Lebensmittelvorrat anzulegen, zudem auch Konserven gehören. Jeder will Dosenwurst.

Die bei einem bestimmten Preis nachgefragte Menge steigt. Die PAF verschiebt sich nach rechts oben.

Die Menge steigt und der Preis steigt.



Gleichgewichtsanalyse

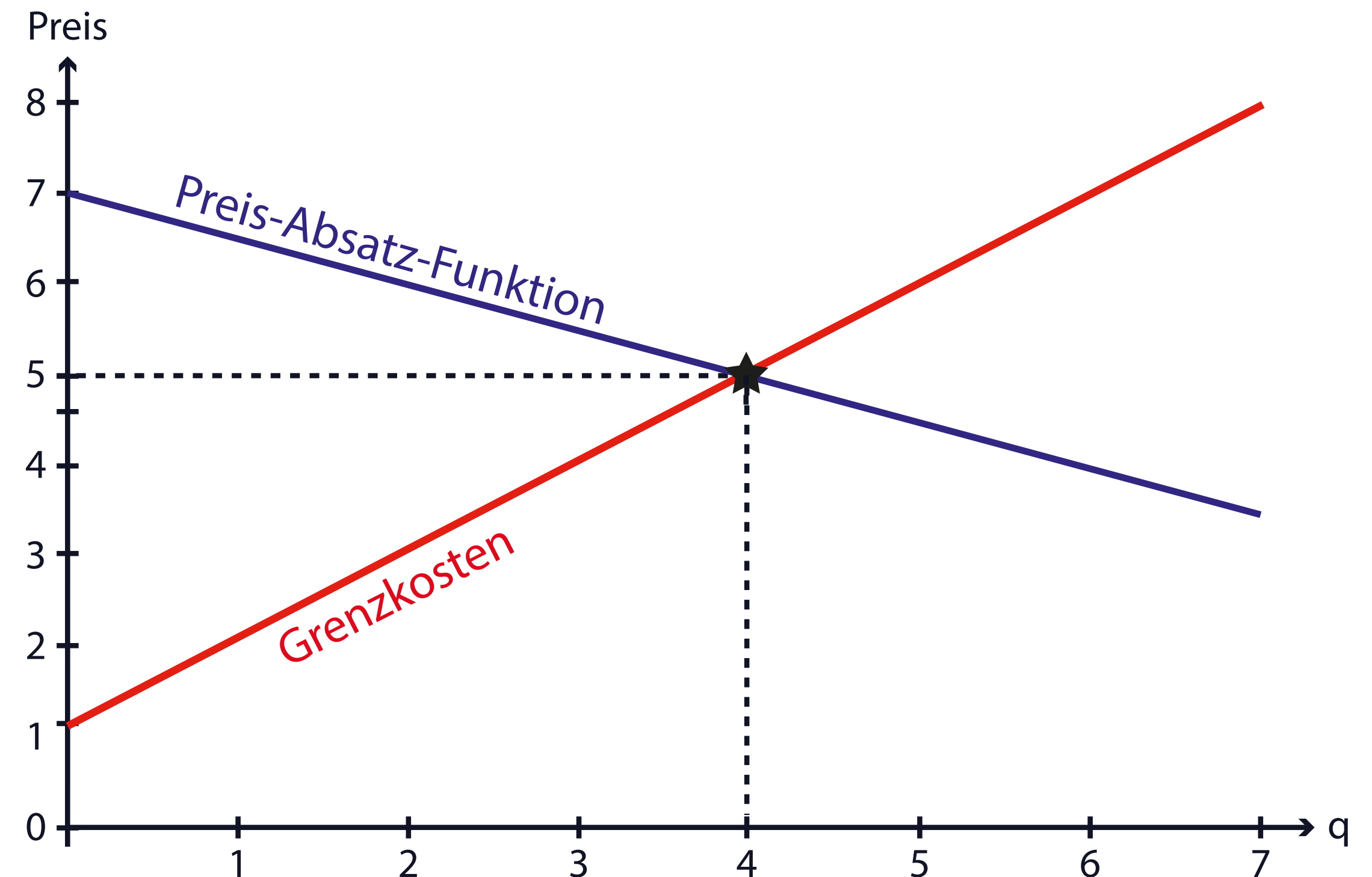
Zusammengefasst:

Angebot $\uparrow \Rightarrow$ Menge $\uparrow \wedge$ Preis \downarrow

Angebot $\downarrow \Rightarrow$ Menge $\downarrow \wedge$ Preis \uparrow

Nachfrage $\uparrow \Rightarrow$ Menge $\uparrow \wedge$ Preis \uparrow

Nachfrage $\downarrow \Rightarrow$ Menge $\downarrow \wedge$ Preis \downarrow



Besteuerung

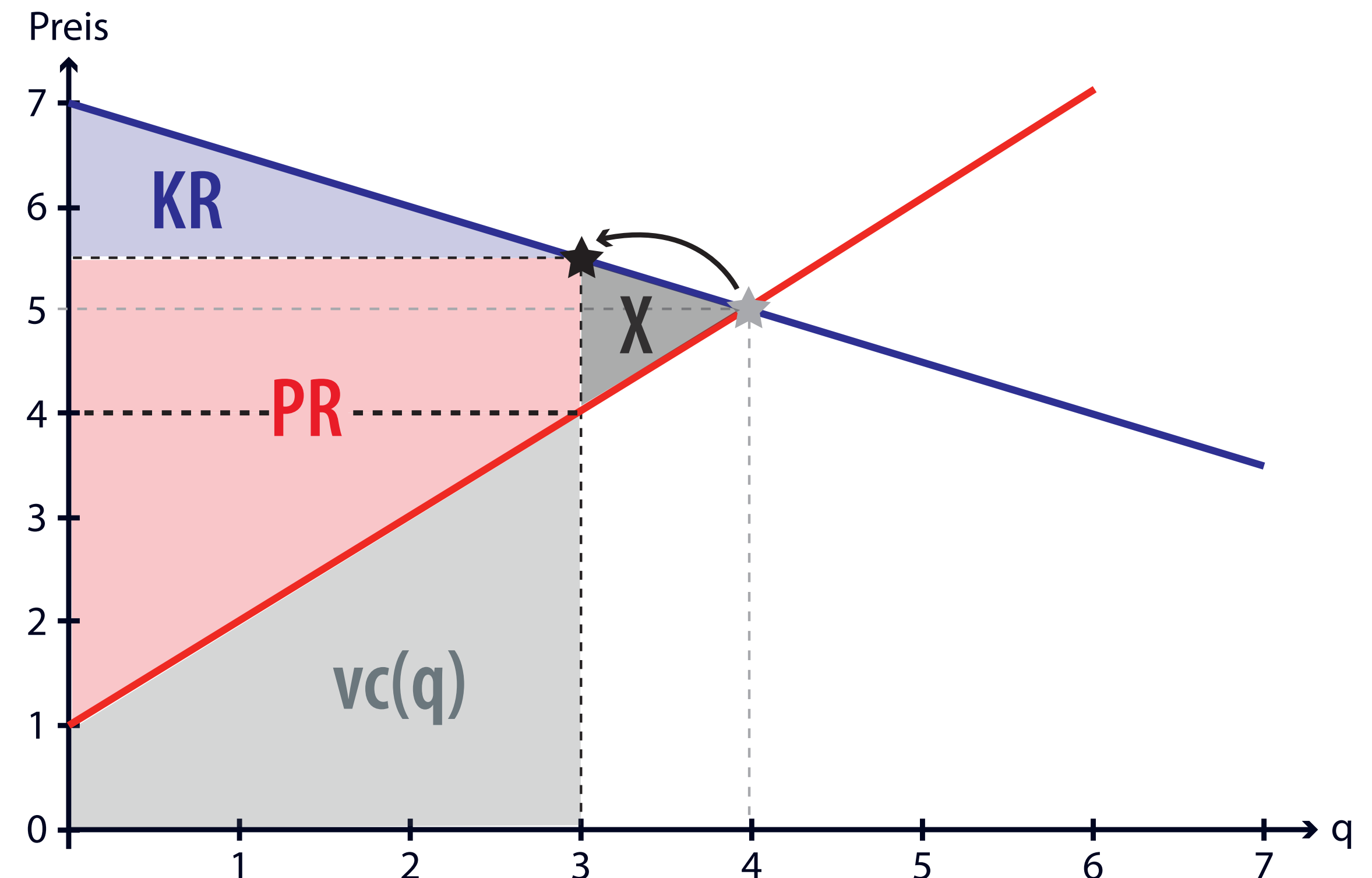
Jetzt wechseln wir zum Monopol als Referenzmodell. Wir wissen bereits, dass das Marktergebnis nicht wohlfahrtsoptimal ist.

$$KR = 0.5 \times 1.5 \times 3 = 2.25 \text{ } (-1.75)$$

$$PR = 4.5 + 4.5 = 9 \text{ } (+1)$$

$$W = 2.25 + 9 = 11.25 \text{ } (-0.75)$$

Könnte der Staat die Situation durch Besteuerung des Monopolisten verbessern?

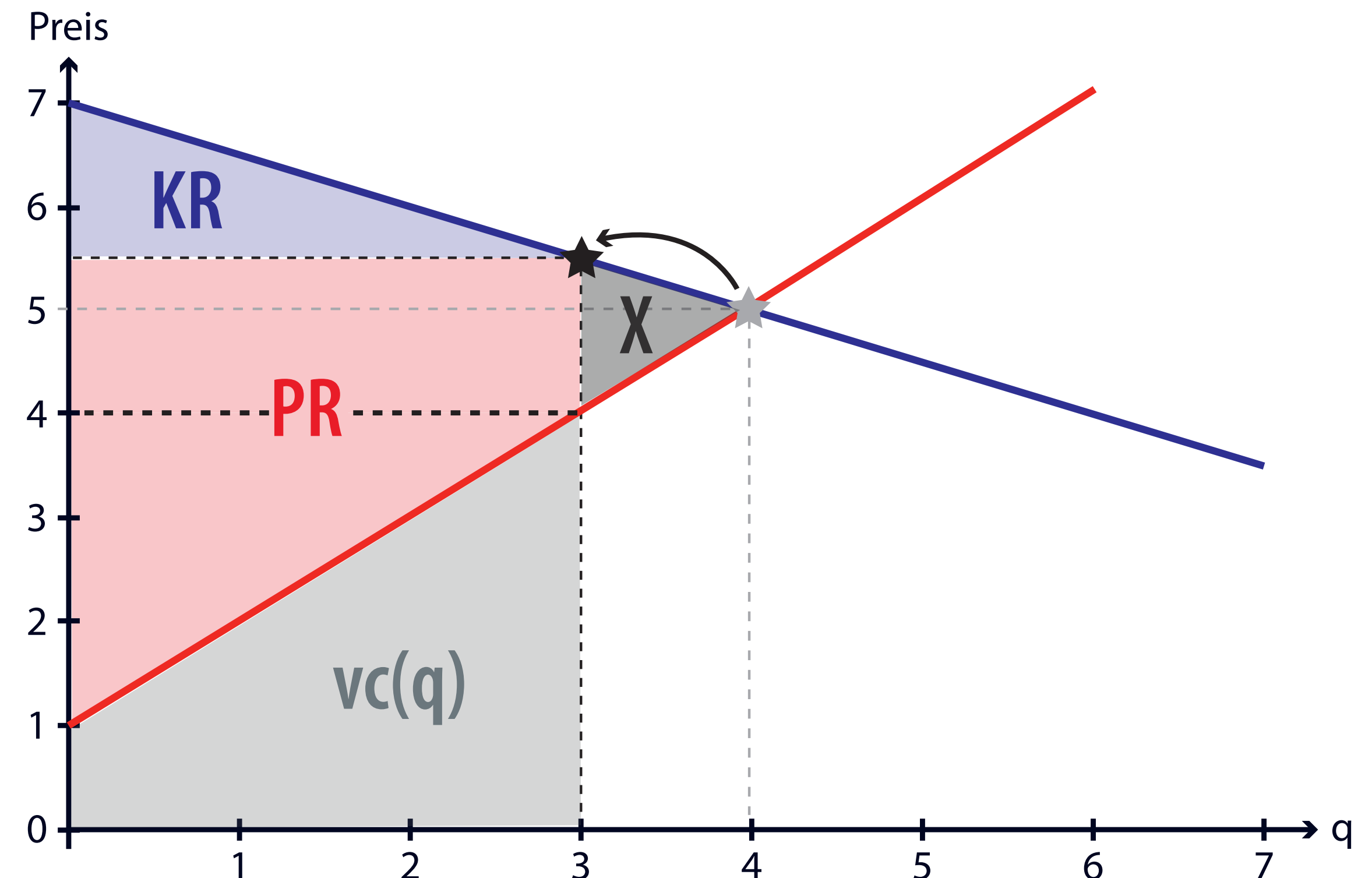


Besteuerung

Wir nehmen an, dass das Unternehmen eine Steuer von t auf jede produzierte Einheit entrichten muss. Das Steueraufkommen ist also tq .

Die Gewinnfunktion erhält einen dritten Term. Der Gewinn ist nun Umsatz minus Kosten minus Steuer.

$$\pi(q) = p(q)q - q - 0.5q^2 - tq$$



Besteuerung

Die Rechnung bleibt bis auf den zusätzlichen Term unverändert.

$$\begin{aligned} \pi(q) &= p(q)q - q - 0.5q^2 - tq \quad \text{mit } p(q) = \overbrace{7 - 0.5q} \\ \pi(q) &= (7 - 0.5q)q - q - 0.5q^2 - tq \\ \pi(q) &= 7q - 0.5q^2 - q - 0.5q^2 - tq \\ \pi(q) &= -q^2 + 6q - tq \end{aligned}$$

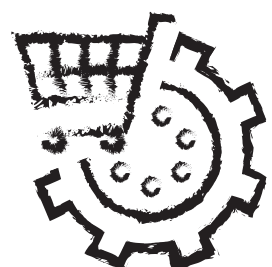
Gegebene Gleichungen

$$Q(p) = 14 - 2p$$

$$p(Q) = 7 - 0.5Q$$

$$C(Q) = Q + 0.5Q^2$$

$$MC(Q) = 1 + Q$$



Besteuerung

Die Rechnung bleibt bis auf den zusätzlichen Term unverändert.

$$\pi(q) = -q^2 + 6q - tq$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q} = -2q + 6 - t \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow -2q - t = -6$$

$$\Leftrightarrow q^* = 3 - 0.5t$$

Gegebene Gleichungen

$$Q(p) = 14 - 2p$$

$$p(Q) = 7 - 0.5Q$$

$$C(Q) = Q + 0.5Q^2$$

$$MC(Q) = 1 + Q$$



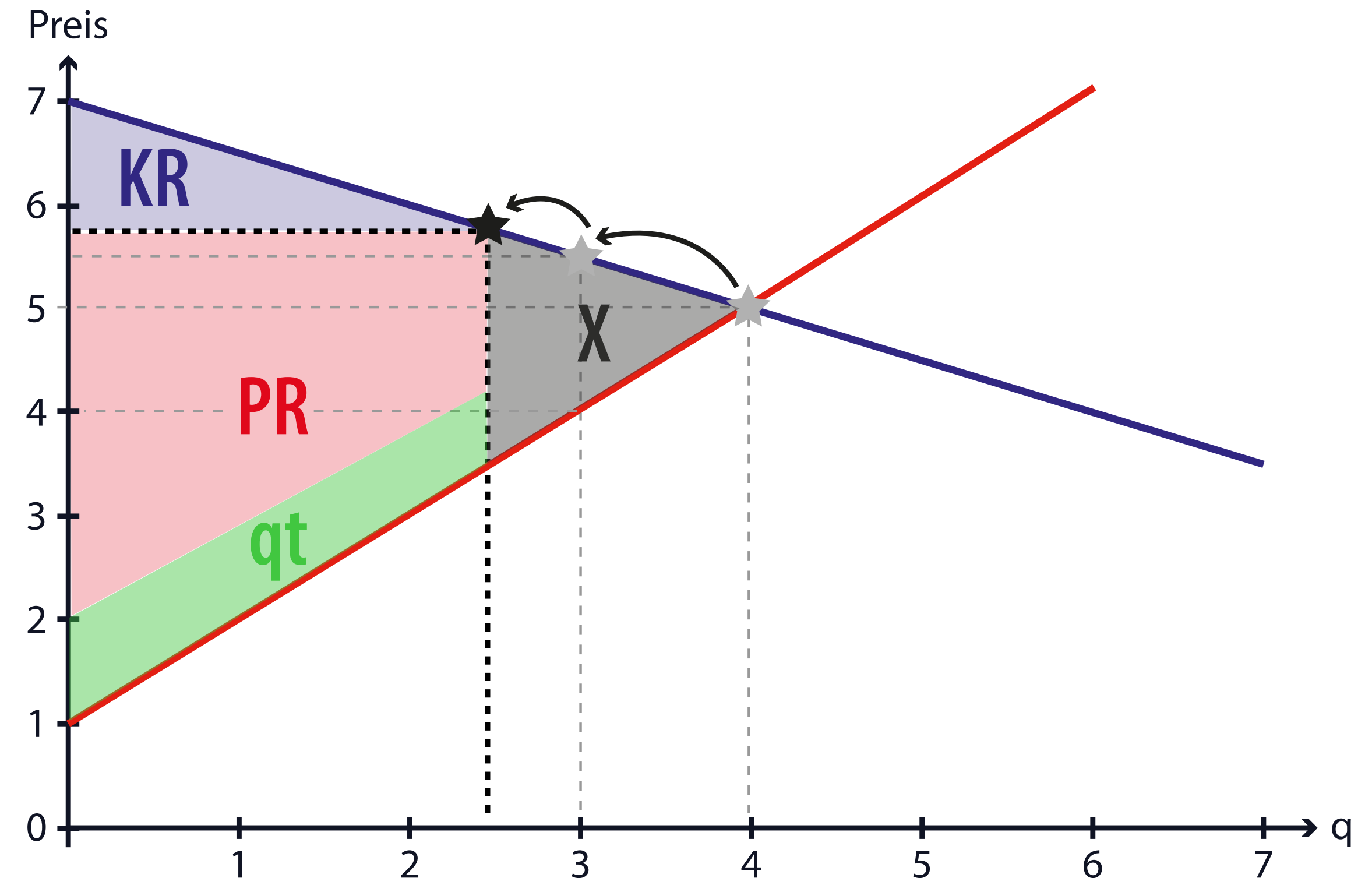
Besteuerung

Am Ende ist das Marktergebnis natürlich vom Steuersatz abhängig!

$$q^* = 3 - 0.5t$$

Bei einem Steuersatz von 1 wäre die Menge 2.5, also noch einmal niedriger als im Monopol.

Der Preis steigt weiter, weil das Unternehmen einen Teil der Mehrkosten an die Konsumenten weitergibt.



Besteuerung

Eine Umverteilung kann erreicht werden, wenn das Steueraufkommen qt den Konsumenten zugeschrieben wird.

Eine Wohlfahrtsverbesserung tritt nicht ein. Im Gegenteil! Der Wohlfahrtsverlust vergrößert sich.

