



Aufgabe 1 Deskriptive Statistik auf Papier

12 Punkte

a) Berechnen Sie den Mittelwert, den Median und den Modalwert für die beiden rechts abgedruckten Datensätze.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_i \\ &= \frac{1}{6} (150+175+160+140+145+160) \quad [0.5 \text{ Punkte}] \\ &= 155 \quad [0.5 \text{ Punkte}]\end{aligned}$$

$$\tilde{x} \in (150,160) \quad [1 \text{ Punkt}]$$

$$x_m = 160 \quad [0.5 \text{ Punkte}]$$

Paprika Rot	Paprika Grün
150g	155g
175g	140g
160g	225g
140g	160g
145g	145g
160g	

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 y_i \\ &= \frac{1}{5} (155+140+225+160+145) \quad [0.5 \text{ Punkte}] \\ &= 165 \quad [0.5 \text{ Punkte}]\end{aligned}$$

$$\tilde{y} = 155 \quad [1 \text{ Punkt}]$$

$$y_m \text{ existiert nicht} \quad [0.5 \text{ Punkte}]$$

b) Welches der Lagemaße kann sich am stärksten ändern, wenn wir eine siebte rote oder eine sechste grüne Paprika ernten und wiegen? Begründe kurz in 1-2 Sätzen.

Der Modalwert, da er durch einen beliebigen weiten Wert plötzlich definiert oder nicht mehr definiert sein kann. Bei der grünen Paprika könnte z. B. eine weitere Paprika mit 160g den Modalwert auf 160g setzen. [2 Punkte]

c) Berechnen Sie Varianz, Standardabweichung und Spannweite für die roten Paprikas.

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{5} \sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 \\ &= \frac{1}{5} [(150-155)^2 + (175-155)^2 + (160-155)^2 \\ &\quad (140-155)^2 + (145-155)^2 + (160-155)^2] \quad [0.5 \text{ Punkte}]\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{5} [(-5)^2 + (20)^2 + (5)^2 + (-15)^2 + (-10)^2 + (5)^2] \quad [0.5 \text{ Punkte}]$$

$$= \frac{1}{5} [25+400+25+225+100+25] = 160 \quad [0.5 \text{ Punkte}]$$

$$\sigma = \sqrt{160} = 12.65 \quad [0.5 \text{ Punkte}]$$

$$R = 175 - 140 = 35 \quad [1 \text{ Punkt}]$$



d) „Grüne Paprika sind schwerer als rote Paprika“. Nennen Sie zwei Gründe, warum diese Interpretation der Daten mit Vorsicht zu genießen ist. [2 Punkte] - mögliche Gründe sind:

- Der höhere Mittelwert bei der grünen Paprika wird durch einen Ausreißer nach oben verursacht. Lassen wir diesen außer Acht oder vergleichen wir statt dem Mittelwert die Mediane, dann ergibt sich ein ausgeglicheneres Bild.
- Die Stichprobengröße ist für beide Paprikasorten extrem klein, sodass wir hier keine Schlüsse ziehen sollten.
- Neben der Farbe der Paprika könnten sich die Pflanzen auch in anderen Merkmalen (z. B. Herkunftsland) unterscheiden, sodass selbst ein signifikanter Unterschied nicht notwendigerweise kausal mit der Farbe zusammenhängt.

Aufgabe 3 Binomialverteilung

8 Punkte

Ein geübter Bowlingspieler erzielt zu $p=40\%$ einen Strike.

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Bowlingspieler in 5 Spielrunden mindestens einen Strike hat?

Die Wahrscheinlichkeit, dass er keinen einzigen Strike hat, beträgt $(1-p)^5 = 0.078 = 7.8\%$ [1 Punkt]

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist also $1-(1-p)^5 = 1 - 0.078 = 92.2\%$ [1 Punkt]

b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Bowlingspieler in 5 Spielrunden genau 3 Strikes hat?

$$p_k = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad [0.5 \text{ Punkte}]$$

$$\binom{5}{3} \cdot 0.4^3 \cdot 0.6^2 \quad [1 \text{ Punkt}]$$

$$= 23.0\% \quad [0.5 \text{ Punkte}]$$

c) Drei Strikes in Folge, d. h. in aufeinanderfolgenden Spielrunden, werden als „Turkey“ bezeichnet. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass unser Bowlingspieler in 3 Spielrunden einen solchen Turkey hat?

Die Wahrscheinlichkeit eines Turkeys in 3 Spielrunden beträgt $p^3 = 0.064 = 6.4\%$ [2 Punkte]

d) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass unser Bowlingspieler in 5 Spielrunden genau drei Strikes hat, die gleichzeitig als Turkey zählen?

Es gibt drei Möglichkeiten, einen Turkey mit genau drei Strikes in 5 Spielrunden zu erzielen: XXX--, -XXX- und --XXX.

$$p = 3p^3(1-p)^{5-3} \quad [0.5 \text{ Punkte}]$$

$$= 3 \cdot 0.4^3 \cdot 0.6^2 \quad [1 \text{ Punkt}]$$

$$= 6.9\% \quad [0.5 \text{ Punkte}]$$



Aufgabe 4 Urnenmodelle

8 Punkte

Bei einem Partyspiel für Erstsemester werden 5 Shots unter 25 undurchsichtigen Bechern versteckt. Der Spieler muss 5 verschiedene Becher aufdecken und jeden Shot trinken, den er dabei aufdeckt. **Wir benötigen das Urnenmodell ohne Zurücklegen und ohne Reihenfolge!**



a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, fünf Shots trinken zu müssen.

$$\binom{n}{k} = \binom{25}{5} = \frac{25!}{5!(25-5)!} = 53130 \quad [1 \text{ Punkt}]$$

$$P(A) = \frac{1}{53130} = 0.0019\% \quad [1 \text{ Punkt}]$$

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit, keinen Shot trinken zu müssen.

$$\binom{20}{5} = \frac{20!}{5!(20-5)!} = 15504 \text{ Kombinationen ohne Shot} \quad [1 \text{ Punkt}]$$

$$P(A) = \frac{15504}{53130} = 29.2\% \quad [1 \text{ Punkt}]$$

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, genau zwei Shots trinken zu müssen.

$$\binom{20}{3} \binom{5}{2} = 11400 \text{ Kombinationen mit genau 2 Shots} \quad [1 \text{ Punkt}]$$

$$P(A) = \frac{11400}{53130} = 21.5\% \quad [1 \text{ Punkt}]$$

Beim Spiel „Simon says“ erzeugt ein Zufallsgenerator eine Sequenz aus 4 verschiedenen Farben und zeigt diese dem Spieler einmalig. Die Sequenz hat die Länge 8 und die Wahrscheinlichkeit von jeder Farbe ist 25%. Das Ziel des Spielers ist die Sequenz korrekt wiederzugeben.

Wir benötigen das Urnenmodell mit Zurücklegen und mit Reihenfolge!



d) Der Spieler hat überhaupt nicht aufgepasst, als das Spiel ihm die Sequenz gezeigt hat. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er die Sequenz rein zufällig errät?

Es gibt $4^8 = 65536$ mögliche Sequenzen. Wahrscheinlichkeit rein zufällig die eine richtige Sequenz zu erwischen ist folglich $1/65536 = 0.0015\%$ **[2 Punkte]**

**Aufgabe 5 Bedingte Wahrscheinlichkeiten****4 Punkte**

Fahrprüfer Ferdinand ist zu 80% gut gelaunt. Wenn er gut gelaunt ist, dann bestehen 90% der Prüflinge. Wenn er aber nicht gut gelaunt ist, dann fällt jeder vierte Prüfling durch.

a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit die Fahrprüfung zu bestehen?

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0.8 \cdot 0.9 + 0.2 \cdot 0.75 = 87\% \text{ [2 Punkte]}$$

b) Sie haben die Fahrprüfung bestanden! Aber wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Prüfer gut gelaunt war?

$$P(A | B) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0.9 \cdot 0.8}{0.87} = 82.75\% \text{ [2 Punkte]}$$